POLSKA AKADEMIA NAUK

INSTYTUT MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

98

WYDAWNICTWO IMP PAN

GDAŃSK 1995

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych
Polskiej Akademii Nauk
ul. Gen. Józefa Fiszera 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621,
☎ (0-58) 46-08-81 wew. 141, fax: (0-58) 41-61-44,
e-mail: tjan@imppan.imp.pg.gda.pl

ISBN 83-01-95428-1
ISSN 0079-3205

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPŁYWOWYCH

1995 Zeszyt 98

JAN MADEJSKI[1]

Opory przepływu 2-fazowego w użebrowanych rurach poziomych[2]

Problem tytułowy rozwiązano w oparciu o obliczony obwodowy rozkład strumienia cieplnego oraz obliczone rozkłady przestrzenne stopnia zapełnienia i prędkości. Dla tego ostatniego zagadnienia opracowano algorytm do obliczeń numerycznych, którego zasadę wyjaśniono na przykładzie kanału płaskiego.

Oznaczenia

A, A_d	–	pola przekrojów cieczy pęcherzykowej, wzgl. mgły,
A_f	–	powierzchnia żebra,
C_D	–	koncentracja cieczy we mgle,
C_0, C_1, C_2	–	stałe,
c_f	–	liczba oporu pęcherzyka,
c_{pf}	–	ciepło właściwe spalin,
c'_p, c''_p	–	ciepło właściwe cieczy, wzgl. pary,
D, D_o	–	średnica pęcherzyków,
d, d_o	–	średnice rury, wewnętrzna, wzgl. zewnętrzna,
d_f	–	średnica zewnętrzna żebra,
d_h	–	średnica hydrauliczna,
F	–	poprawka, wzór (44),
f, f_d	–	liczby oporu Fanninga dla cieczy wzgl. mgły,
$f(Re)$	–	funkcja liczby Reynoldsa,
Gz	–	liczba Graetza,
g	–	przyspieszenie ziemskie,
H	–	poziom cieczy pęcherzykowej,
h	–	skok żeber śrubowych,
h_o	–	rozstaw żeber,
Δh	–	entalpia parowania,
k_1, k_2, k_3, k_4	–	stałe,
k_x, k_y, k_z	–	współczynniki,
L	–	droga ślizgania pęcherzyka,
l	–	stała kapilarna,
m	–	masa,
Nu_z	–	miejscowa liczba Nusselta,
Pr	–	liczba Prandtla,
Pe	–	liczba Peckleta,
$\dot{Q}$	–	prąd cieplny,
$q(\varphi), q_z(z)$	–	strumienie cieplne,
Re	–	liczba Reynoldsa,
St	–	liczba Stantona,
S, S_d	–	poślizg w cieczy pęcherzykowej, wzgl. we mgle,
s	–	funkcja, wzór (70),
$T_f(z)$	–	temperatura spalin,
T_s	–	temperatura nasycenia,
T_w, T_o	–	temperatura rury wewnętrzna, wzgl. zewnętrzna,
t	–	czas,
Δt	–	czas pracy zarodka,
u_o	–	prędkość swobodnego wzlotu pęcherzyka,
u_s	–	prędkość ślizgania pęcherzyka,
u_y, u_z	–	składowe prędkości pęcherzyka,
v_z	–	składowe prędkości wzglednej pęcherzyka,
w_f	–	prędkość spalin,
w, w', w''	–	prędkość cieczy, wzgl. cieczy pęcherzykowej, wzgl. pary
w_d	–	prędkość mgły,

[1]Warszawa, ul. Św. Bonifacego 83/85 m. 92

[2]Praca wykonana w ramach grantu KBN przyznanego IMP PAN nr 126/3/91

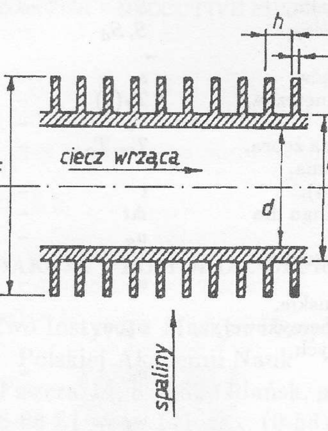
$\dot{M}, \dot{m}, \dot{m}_d$ – wydatki masowe,
N_o, P_o – funkcje, wzory (Z.1) i (Z.2),
X_e, x_e – jakości,
x, y, z – współrzędne.

Symbole greckie

α_ψ – współ. przejmowania ciepła od spalin,
α_{DB} – współ. przejmowania ciepła wg Dittusa-Boeltera,
α_{PB} – współ. przejmowania ciepła dla wrzenia pęcherzykowego w zbiorniku,
α_b – współ. przejmowania ciepła dla wrzenia pęcherzykowego w przepływie,
β – kąt przylegania,
γ – stała, wzór (92),
δ, δ_o – bezwymiarowe średnice pęcherzyka; grubości filmu,
δ_f – grubość żebra,
ϵ – kąt,
η, ζ – współrzędne bezwymiarowe,
η_f – sprawność żebra,
λ_f – przewodność cieplna spalin,
λ_s – przewodność cieplna materiału żebra,
λ_t – przewodność cieplna materiału rury,
λ', λ'' – przewodność cieplna cieczy, wzgl. pary,
μ', μ'' – lepkość dynamiczna cieczy, wzgl. pary,
ν_f – kinematyczny współczynnik lepkości spalin,
$\varphi, \bar{\varphi}, \bar{\bar{\varphi}}$ – stopień zapełnienia lokalny, średni w przekroju rury, wzgl. średni w całej objętości rury,
ψ – kąt,
ω – prędkość kątowa obrotu, pęcherzyka.

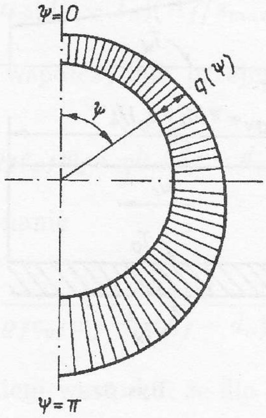
1. Wstęp

Celem niniejszego opracowania jest wyznaczenie spadku ciśnienia w cieczy wrzącej, płynącej w poziomych rurach, zwłaszcza poprzecznie użebrowanych, ogrzewanych z zewnątrz spalinami, omywającymi rurę w kierunku prostopadłym do osi rury, rys. 1.



Rys. 1.

Takie rozwiązania konstrukcyjne (gęsto nawinięte śrubowo żebra zgrzewane z rurą) stosuje się w parownikach, ogrzewanych gazami wylotowymi z turbiny gazowej, a to celem intensyfikacji wymiany ciepła. Temperatura spalin maleje w kierunku przepływu, podobnie jak współczynnik przejmowania ciepła od spalin do powierzchni żeber. Stwarza to taki rozkład obwodowy strumienia cieplnego (od spalin), że największy strumień jest na dole ($\psi = \pi$, rys. 2), a najmniejszy na górze ($\psi = 0$). Sytuacja jest więc sprzyjająca, gdyż dla $\psi < \pi/2$ nukleacja jest utrudniona ze względu na niemożliwość oderwania się pęcherzyków. Gdyby kierunek przepływu spalin był z góry na dół, a więc odwrócony w porównaniu z rys. 1, wtenczas miejsca $\psi < \pi/2$ byłyby zagrożone przepałem.



Rys. 2.

Tak więc, analizę należy rozpocząć od wyznaczenia obwodowego rozkładu strumienia cieplnego $q(\psi)$, co umożliwi zbadanie warunków nukleacji i obliczenie średnic pęcherzyków w chwili oderwania. Następnie trzeba obliczyć trajektorie pęcherzyków, co umożliwi znalezienie rozkładów przestrzennych stopnia zapełnienia φ i prędkości obu faz.

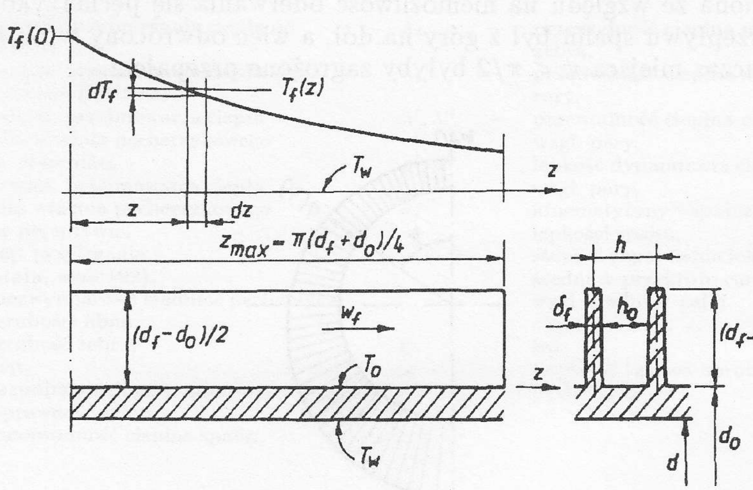
Wyniki te pozwolą na obliczenie spadku ciśnienia, jak również średniego lokalnego i średniego objętościowego stopnia zapełnienia, co będzie pomocne przy badaniu warunków cyrkulacji naturalnej w parownikach omawianego typu.

2. Obwodowy rozkład strumienia cieplnego

Opływ żebra następuje w kierunku z dołu do góry po łuku, którego współrzędna obwodowa z jest proporjonalna do kąta $(\pi - \psi)$. Ze wzrostem tej współrzędnej temperatura T_f czynnika grzejącego, tj. spalin, maleje, przeto musi być $q(\pi) > q(0)$ lub przy oznaczeniu $q_z(z)$ wypada $q_z(0) > q_z(z_{max})$. Z doświadczeń wynika, że lokalny współczynnik przejmowania ciepła na żebrach poprzecznych maleje również w kierunku przepływu, a więc $\alpha_z(0) > \alpha_z(z_{max})$.

Wyniki badań doświadczalnych na rurach użebrowanych opracowane są z reguły tak, że podaje się wartość średnią współczynnika przejmowania ciepła α_f (vide: Kays i London [1]), obliczoną z eksperymentów za pomocą szczególnej umowy.

Aby uchwycić zależność $q_z(z)$ potraktujemy opływ żebra jako przepływ kanałowy prostoosiowy, którego schemat przedstawiony jest na rys. 3.



Rys. 3.

Powierzchnię boczną żebra, $\pi(d_f^2 - d_o^2)/4$, przedstawiamy jako prostokąt o wysokości $(d_f - d_o)/2$ i długości $2z_{max} = [\pi(d_f^2 - d_o^2/4] : [(d_f - d_o)/2]$ skąd

$$z_{max} = \pi(d_f + d_o)/4. \tag{1}$$

Mamy więc do czynienia z kanałem o średnicy hydraulicznej

$$d_h = \frac{4 \cdot h_o \cdot \frac{1}{2}(d_f - d_o)}{2 \cdot \frac{1}{2}(d_f - d_o) + h_o} = \frac{2h_o(d_f - d_o)}{d_f - d_o + h_o}, \tag{2}$$

gdzie

$$h_o = h - \delta_f. \tag{3}$$

Przez ten kanał przepływa czynnik grzejący o temperaturze $T_f(z)$, której wartość na wlocie $z = 0$ jest dana i wynosi $T_f(0)$. Zmienna z wiąże się z kątem ψ zależnością liniową

$$z = (\pi - \psi) \cdot (d_f + d_o)/4. \tag{4}$$

Prędkość średnia czynnika w_f jest zwykle stosowaną w badaniach doświadczalnych prędkością charakterystyczną, liczoną na przekrój najwęższy.

Powierzchnia efektywna kanału, przypadającego na jedno żebro na odcinku od $z = 0$ do z_{max} wynosi z uwzględnieniem sprawności żebra η_f

$$A_f = \frac{\pi}{2} d_o h_o + \eta_f \cdot \frac{\pi}{4}(d_f^2 - d_o^2), \tag{5}$$

a na odcinku jednostkowym A_f/z_{max} , wobec czego, rozpatrując odcinek dz, mamy tam elementarną powierzchnię efektywną

$$dA_f = (A_f/z_{max}) \cdot dz. \tag{6}$$

Na tej powierzchni doprowadza się elementarny prąd cieplny

$$d\dot{Q} = \alpha_\psi(T_f - T_o)(A_f/z_{max})dz, \tag{7}$$

w którym α_ψ oznacza lokalny współczynnik przejmowania ciepła, zależny od z, czyli ψ. Skądinąd

$$d\dot{Q} = -\varrho_f c_{pf} w_f \cdot \frac{1}{2} h_o(d_f - d_o) \cdot dT_f, \tag{8}$$

wobec czego otrzymuje się równanie

$$\frac{dT_f}{T_f - T_o} = -\frac{2\alpha_\psi A_f}{\varrho_f c_{pf} w_f \cdot h_o(d_f - d_o) \cdot z_{max}} \cdot dz, \tag{9}$$

a po całkowaniu z uwzględnieniem warunku, że dla $z = 0$ jest $T_f = T_f(0)$, mamy

$$\frac{T_f - T_o}{T_f(0) - T_o} = exp\left[-\frac{2A_f}{\varrho_f c_{pf} w_f \cdot h_o(d_f - d_o) z_{max}} \int_0^z \alpha_\psi dz\right]. \tag{10}$$

Dla wyznaczenia zależności $\alpha_\psi(z)$ zastosujemy następującą ideologię. Musi tu być uwzględniony rozbieg termiczny, a z uwagi na zwykle małe odstępy żeber h_o przepływ może być nawet laminarny. Gdyby tak było, to można by było zastosować rozwiązanie Lévêque'a

$$Nu_z = \frac{\alpha_\psi d_h}{\lambda_f} = 1.169 Gz^{1/3}, \tag{11}$$

gdzie

$$Gz = \frac{\pi}{4} Pe \cdot \frac{d_h}{z} \tag{12}$$

jest liczbą Graetza, zaś

$$Pe = \varrho_f c_{pf} w_f d_h / \lambda_f \tag{13}$$

liczbą Pecleta. Znamy jednak zazwyczaj średni współczynnik przejmowania ciepła α_f, obliczony w pewien określony sposób. Dlatego do wzoru (11) wprowadzimy poprawkę F, a mianowicie przyjmiemy

$$Nu_z = \frac{\alpha_\psi d_n}{\lambda_f} = 1.169 \cdot F \cdot Gz^{1/3}, \tag{14}$$

przy czym wartość tej poprawki ustalimy po konfrontacji z danymi doświadczalnymi. W ten sposób mamy

$$\alpha_\psi = 1.169F \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/3} \cdot \frac{\lambda_f}{d_h} \cdot Pe^{1/3} \cdot \left(\frac{z}{d_h}\right)^{-1/3}, \tag{15}$$

co podstawia się do (10), otrzymując

$$\frac{T_f - T_o}{T_f(0) - T_o} = exp\left[-\frac{6.471 \cdot FA_f}{(d_f - d_o + h_o)z_{max}} \cdot Pe^{-2/3} \cdot \left(\frac{z}{d_h}\right)^{2/3}\right], \tag{16}$$

przy czym wykorzystano wzór (2).

Podstawiamy teraz wyniki (15) i (16) do wzoru (7) i wykonujemy całkowanie w zakresie od $z = 0$ do $z = z_{max}$; otrzymujemy

$$\dot{Q} = \frac{1}{4}\lambda_f(d_f - d_o + h_o) \cdot Pe[T_f(0) - T_o] *$$

$$* \left\{1 - exp\left[-\frac{6.471 \cdot FA_f}{(d_f - d_o + h_o)z_{max}} \cdot Pe^{-2/3} \cdot \left(\frac{z_{max}}{d_h}\right)^{2/3}\right]\right\}. \tag{17}$$

Z doświadczeń znany jest średni współczynnik przejmowania ciepła α_f, przy czym jest on określony z równania

$$\dot{Q} = \alpha_f[T_f(0) - T_o] \cdot A_f \tag{18}$$

Z tych dwóch równań można wyznaczyć poprawkę F. Nadmieniamy, że dane doświadczalne opracowywane są tak, że liczba Stantona

$$St = Nu/Pe = \frac{\alpha_f d_h}{\lambda_f} Pe^{-1} \tag{19}$$

przedstawiona jest jako zależność danej graficznie, lub za pomocą wzoru, funkcji liczby Reynoldsa, która to funkcja mnożona jest przez $Pr^{-2/3}$. Tak więc

$$St \cdot Pr^{2/3} = f(Re), \tag{20}$$

gdzie

$$Re = w_f d_h/\nu_f. \tag{21}$$

W ten sposób z konfrontacji (17) i (18) otrzymujemy

$$F = -\frac{(d_f - d_o + h_o)z_{max}^{1/3} \cdot d_h^{2/3}}{6.471 \cdot A_f} \cdot Pe^{2/3} \cdot ln\left[1 - \frac{4A_f Pr^{-2/3} \cdot f(Re)}{(d_f - d_o + h_o)d_h}\right]. \tag{22}$$

W książce Kaysa i Londona [1] można znaleźć na str. 223, rys. 10-82, charakterystykę układów rur z żebrami śrubowymi symbol $CF8.8 - 1.0J(b)$, opartą na doświadczeniach Jamesona. Wymiary tych rur są następujące: $d_o = 26mm, d_f = 44mm, h = 2.9mm, \delta_f = 0.3mm, h_o = 2.6mm$, co daje $d_h = 4.54mm, d_f - d_o + h_o = 20.6mm, z_{max} = 55.0mm, A_f = 798.9mm^2$. Podstawienie tych danych do wzoru (22) daje przy założeniu $Pr = 0.7$

$$F = -\,0.03276 \cdot Re^{2/3} \cdot ln[1 - 43.34 f(Re)], \tag{23}$$

przy czym przyjęto $\eta_f = 0.7$ dla ułatwienia obliczeń. Rzeczywistą wartość sprawności żebra powinno obliczyć się ze wzoru $\eta_f = th\gamma/\gamma$, gdzie $\gamma = \sqrt{2\alpha_f/\delta_f\lambda_s}$, gdzie α_f obliczyć trzeba ze wzoru (20). zaś λ_s jest przewodnością cieplną materiału żebra. Ze wspomnianego wykresu na rys. 10-82 [1] wynika, że

$$f(Re) = 0.2435 Re^{-0.4} \tag{24}$$

w zakresie liczb Reynoldsa od 2000 do co najmniej 12000. Ta sama zależność powinna obowiązywać dla geometrii podobnych, a takie (z niewielkimi odstępstawami) stosowane są w parownikach omawianego typu. Chodzi o rury o średnicy wewnętrznej $d = 38mm$, oraz $d_o = 46mm, d_f = 78mm, h = 6mm, \delta_f = 1mm, h_o = 5mm$, co daje $d_h = 8.65mm, d_f - d_o + h_o = 37mm, z_{max} = 97.4mm, A_f = 2278.9mm^2$. W tym przypadku *ceteris paribus* otrzymujemy wzór

$$F = -\,0.03835 Re^{2/3} ln[1 - 36.13 f(Re)]. \tag{25}$$

Tablica 1 podaje obliczone wartości F dla obu przypadków. Wartości te rosną wraz z liczbą Reynoldsa, ale wzrost jest dość słaby, albowiem $F \sim Re^n$, gdzie n wynosi 1/6 do 1/5.

Tablica 1

$Re \cdot 10^{-3}$	2	4	6	8	10	12	14	16	18
F wg (23)	3.653	3.979	4.254	4.485	4.683	4.859	5.016	5.159	5.291
F wg (25)	3.322	3.710	4.004	4.243	4.445	4.623	4.781	4.926	5.136

W ten sposób znany jest współczynnik α_ψ, a jeśli do określającego go wzoru podstawimy z wg (4), to otrzymamy

$$\alpha_\psi = k_1(\pi - \psi)^{-1/3}, \tag{26}$$

gdzie

$$k_1 = 1.169 F \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/3} \frac{\lambda_f}{d_h} \cdot Pe^{1/3} \left(\frac{4d_h}{d_f + d_o}\right)^{1/3} \tag{27}$$

Podobnie skrótowo można napisać wzór (16), a mianowicie

$$\frac{T_f - T_o}{T_f(0) - T_o} = exp[-\,k_2(\pi - \psi)^{2/3}], \tag{28}$$

gdzie

$$k_2 = \frac{6.471 \cdot FA_f}{(d_f - d_o + h_o)z_{max}} \cdot Pe^{-2/3}\left(\frac{d_f + d_o}{4d_h}\right)^{2/3}. \tag{29}$$

Podstawienie (4), (26) i (29) do wzoru (7) daje

$$d\dot{Q} = k_3[T_f(0) - T_o] \cdot (\pi - \psi)^{-1/3} \cdot exp\left[- k_2(\pi - \psi)^{2/3}\right] d(\pi - \psi), \tag{30}$$

gdzie

$$k_3 = k_1 \cdot A_f/\pi. \tag{31}$$

W stanie ustalonym to samo ciepło jest przewodzone przez ściankę rury o średnicy zewnętrznej d_o i wewnętrznej d przy przewodności cieplnej materiału λ_t, zazwyczaj mniejszej od przewodności cieplnej materiału żebra λ_s. Temperatura zewnętrzna rury jest T_o, a wewnętrzna T_w. Wtedy

$$d\dot{Q} = \lambda_t h(T_o - t_w \cdot \frac{1}{ln(d_o/d)} d(\pi - \psi). \tag{32}$$

Wreszcie mamy

$$d\dot{Q} = h \cdot d \cdot q(\psi) \cdot (\pi - \psi). \tag{33}$$

Z równań (30), (32) i (33) eliminujemy $d\dot{Q}$ i T_o otrzymując

$$q(\psi) = \frac{k_3}{hd} \cdot \frac{T_f(0) - T_w}{(\pi - \psi)^{1/3} exp\left[k_2(\pi - \psi)^{2/3}\right] + \frac{k_3}{h\lambda_t} ln\frac{d_o}{d}}. \tag{34}$$

Zwracamy uwagę na wymiary stałych; jest mianowicie $[k_1] = W/m^2K$, $[k_2] = 1$, $[k_3] = W/K$.
Wzór (34) można napisać w następujący sposób:

$$q(\psi) = q(\pi) \cdot \frac{k_4}{(\pi - \psi)^{1/3} exp\left[k_2(\pi - \psi)^{2/3}\right] + k_4}, \tag{35}$$

gdzie

$$k_4 = \frac{k_3}{h\lambda_t} ln\frac{d_o}{d}. \tag{36}$$

Dla rur parownika ($d = 38\ mm$, $\lambda_t = 20\ W/mK$) otrzymaliśmy przy $\lambda_f = 0.088\ W/mK$, $Pe = 4200$, następujące wartości stałych: $k_1 = 463.2\ W/m^2K$, $k_2 = 0.1474$, $k_3 = 0.3360\ W/K$, $k_4 = 0.535$. Przykładowa zależność $q(\psi)/q(\pi)$ podana jest w tablicy 2.

Tablica 2

$\pi - \psi$	π	$5\pi/6$	$2\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/6$	$\pi/12$	$\pi/24$	$\pi/48$	0
$\frac{q(\psi)}{q_0}$	0.210	0.227	0.247	0.274	0.312	0.376	0.440	0.504 (0.510)	0.564 (0.580)	1.0 (0.610)

W otrzymanym rozkładzie obwodowym strumienia cieplnego $q(\psi)$ występuje w pobliżu $\psi = \pi$ w zakresie kilku stopni lokalny pik, spowodowany tym, że w założonym modelu rura styka się ze spalinami o wlotowej temperaturze. Stąd wynika duża wartość temperatury ścianki w tym miejscu i powstanie obwodowego strumienia cieplnego w samej ściance, powodującego zmniejszenie temperatury ścianki w porównaniu z jej wartością, wynikającą z

$$q(\pi) = \frac{\lambda_t}{d} \cdot \frac{T_f(0) - T_w}{ln(d_o/d)} = q_o. \tag{37}$$

Skutkiem tego rzeczywista wartość $q(\psi)/q_o$ jest mniejsza w pobliżu $\psi = \pi$, a jej wartości przybliżone podane są w nawiasach w tablicy 2. Z tych właśnie wartości należy korzystać i np. w rzeczywistości mamy $q(\pi) = 0.610 \cdot q_o$ zamiast $q(\pi)/q_o = 1$. Tablica 2 wskazuje, że

$$q(0)/q(\pi) = 0.2103/0.610 = 0.345 \tag{38}$$

i ten wynik ma istotne znaczenie w wykonywanej analizie. Dodamy, że wspomniany pik jest bardzo ostry i praktycznie nie ma istotnego wpływu na wartość średnią.

3. Dyskusja zjawiska i przyjęcie założeń upraszczających

Podobny problem w przypadku rur pionowych (vide [2]) charakteryzuje się zwykle symetrią osiową, tak pod względem ogrzewania, jak i organizacji przepływu 2-fazowego pęcherzykowego. Stopień zapełnienia φ rośnie w kierunku przepływu z (z jest współrzędną skierowaną do góry) szybciej, niż to wynika z doprowadzania ciepła, a to wskutek ruchu pęcherzyków pary względem cieczy z prędkością (vide [2])

$$w_p = 1.53(1-\varphi) \cdot (\Delta\varrho g l/\varrho')^{1/2}, \quad l = (\sigma/g\Delta\varrho)^{1/2}, \tag{39}$$

skierowaną wzdłuż współrzędnej z. Spadek ciśnienia określa wtedy wzór

$$\frac{dp}{dz} = 0.092 \left(\frac{wd\varrho'}{\mu'}\right)^{-0.2} \cdot \frac{\varrho' w^2}{d} \cdot \left(\frac{w'}{w}\right)^{1.8}, \tag{40}$$

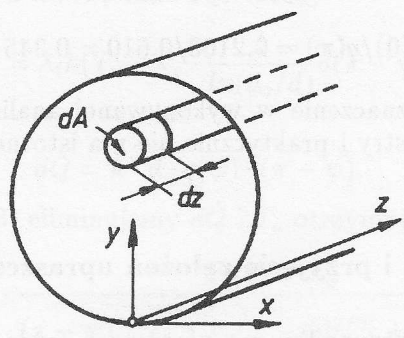
gdzie w' jest średnią prędkością cieczy wrzącej, zaś w średnią prędkością samej cieczy na wlocie, wynikającą z wydatku:

$$\dot{m} = A\varrho' w, \quad A = \pi d^2/4. \tag{41}$$

Uśrednianie prędkości i stopnia zapełnienia w przekroju poprzecznym jest tutaj dopuszczalne właśnie ze względu na symetrię osiową, której brak w obecnie omawianym zagadnieniu. Omówimy poszczególne cechy tego braku symetrii i konsekwencje stąd wynikające.

Po pierwsze, strumień cieplny jest trzykrotnie większy na dole rury, niż na górze. To powoduje, że doprowadzona chłodna ciecz o temperaturze $T < T_s$ ogrzeje się wcześniej do temperatury nasycenia T_s w partiach dolnych przekroju, niż w partiach górnych, jakkolwiek istnieje dążność pewnego wyrównywania się temperatur wskutek turbulentnej wymiany ciepła. A zatem nukleacja zaistnieje wcześniej na dole, niż na górze. W początkowej fazie wrzenia pęcherzykowego istnieje więc taka sytuacja, że pęcherzyki powstają i odrywają się tylko od części powierzchni rury, usytuowanej na dole.

Druga właściwość wynika z charakteru ruchu pęcherzyków, które wykazują tendencję ruchu ku górze (w kierunku y, zaznaczonym na rys. 4), ale są również porywane przez ciecz

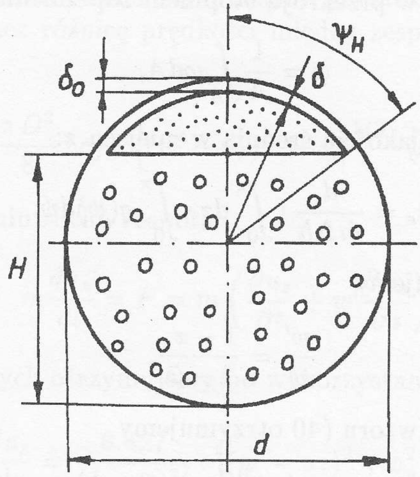


Rys. 4.

Ruch ku górze powoduje przedostanie się pęcherzyków w partie górne cieczy, gdzie temperatura będzie niższa od temperatury nasycenia. Tam wystąpi częściowa kondensacja pary w pęcherzykach, czyli pojawi się zjawisko właściwe dla końcowego okresu wrzenia przechłodzonego. Proces ten przyspiesza wyrównywanie się temperatury w cieczy, jednakowoż jest ograniczenie ruchu pęcherzyków przez górną część powierzchni rury, gdzie nastąpi koalescencja pęcherzyków i powstanie warstwy parowej, ewentualnie zapełnionej drobnymi kropelkami cieczy.

W ten sposób w miarę wyrównywania się temperatur w przekroju poprzecznym musi nastąpić rozwarstwienie. Na dole będziemy mieli do czynienia z przepływem cieczy pęcherzykowej, stykającej się z częścią powierzchni wewnętrznej rury, produkującej pęcherzyki. Natomiast na części górnej nukleacji być nie może; ścianka będzie chroniona przez film, do którego przylega obszar mgły. Sytuację tę obrazuje rys. 5, na którym zaznaczono wymiary, charakteryzujące geometrię i morfologię przepływu 2-fazowego, niezbędną dla zbadania warunków wymiany ciepła (vide [3]).

Z powyższego opisu wynika, że w omawianym zjawisku brakuje jakiejkolwiek symetrii, umożliwiającej uproszczenie analizy i korzystanie z uproszczonego modelu przepływu. W szczególności tak stopień zapełnienia φ, wystę-



Rys. 5.

pujący w (39), jak i lokalna prędkość cieczy w kierunku przepływu w', występująca w (40), będą zależały od wszystkich trzech współrzędnych, a więc $\varphi = \varphi(x, y, z), w' = w'(x, y, z)$. Nadto trzeba dodać, że od miejsca pierwszej nukleacji, tzn. miejsca, gdzie cała ciecz będzie w stanie nasycenia, występują szczególnie złożone warunki, które łatwiej opisać słownie, niż matematycznie. Ten odcinek rury nie będzie analizowany w niniejszym opracowaniu, które opiera się na następujących założeniach upraszczających:

- ciecz w całej masie jest w temperaturze nasycenia T_s;
- pomija się ruchy poprzeczne cieczy;
- generacja pęcherzyków ma miejsce tylko w partii dolnej powierzchni rury;
- pęcherzyki poruszają się w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny y, z (vide rys. 4) bez ruchów pobocznych;
- procesy oderwania się i odlotu pęcherzyków oraz ich wzrostu do ostatecznej średnicy D są połączone i odbywają się na powierzchni grzejnej.

Przy takich założeniach trajektorie pęcherzyków przecinają na ogół rurki prądowe o przekroju poprzecznym dA (vide rys. 4), a kończą się w danej rurce tylko wtedy, gdy $\varphi = 1$.

Wskutek pominięcia ruchów poprzecznych cieczy dla każdej rurki prądowej można przyjąć słuszność zależności (40). Chodzi teraz o określenie prędkości w'. Poza strefą wrzącą obowiązuje zależność (41), zaś w strefie wrzącej wydatek cieczy wynosi

$$\dot{m}' = \varrho' A(1 - \bar{\varphi})w' = (1 - x_e)\dot{m} = (1 - x_e)A\varrho' w, \tag{42}$$

gdzie $\bar{\varphi}$ jest uśrednionym w przekroju stopniem zapełnienia, tj.

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{A}\int_A \varphi dA, \tag{43}$$

zaś x_e jest równowagową jakością średnią w miejscu z:

$$x_e = \frac{d}{\dot{m}\Delta h} \cdot \int_0^z dz \cdot \int_0^\pi q(\psi)d\psi. \tag{44}$$

Z zależności (42) otrzymujemy

$$\frac{w'}{w} = \frac{1 - x_e}{1 - \bar{\varphi}}, \tag{45}$$

skąd po podstawieniu do wzoru (40 otrzymujemy

$$\frac{dp}{dz} = 0.092\left(\frac{wd\varrho'}{\mu'}\right)^{-0.2} \cdot \frac{\varrho' w^2}{d} \cdot \left(\frac{1 - x_e}{1 - \bar{\varphi}}\right)^{1.8}. \tag{46}$$

Jakość x_e jest znana, skoro rozporządzamy zależnością $q(\psi)$. Wobec tego postawiony problem będzie rozwiązany, gdy znajdziemy zależność $\varphi(x, y, z)$.

4. Obliczenie trajektorii pęcherzyków i stopnia zapełnienia

Zespół, w skład którego wchodzi pęcherzyk o objętości $V = \pi D^3/6$ oraz dodana masa cieczy o objętości $V/2$ porusza się w cieczy z prędkością u, której składowe wynoszą u_y i u_z. Masa zespołu wynosi

$$m = \frac{\pi}{6}D^3(\varrho'' + \frac{1}{2}\varrho'). \tag{47}$$

Składowa $u_y = w_p$ jest dana (vide (39)). Jeśli pęcherzyk porusza się w nieruchomej cieczy pęcherzykowej ruchem jednostajnym, to działająca nań siła wyporu $\pi D^3 g\Delta\varrho/6$ równoważy się z siłą oporu

$$F = \frac{\pi D^2}{8} \cdot c_f \varrho' u_y^2 = \frac{\pi D^3}{6} g\Delta\varrho, \tag{48}$$

gdzie c_f jest liczbą oporu. Stąd mamy

$$c_f = \frac{4}{3} \cdot \frac{Dg\Delta\varrho}{\varrho' u_y^2}, \tag{49}$$

a podstawiając tu $u_y = w_p$ według wzoru (39) otrzymujemy

$$c_f = \frac{0.570}{(1 - \varphi)^2} \cdot \frac{D}{l}. \tag{50}$$

Składowa u_z, początkowo równa zeru, rośnie wskutek działania na zespół siły oporu, wywołanej przez różnicę prędkości między zespołem i otaczającą cieczą. Siła ta wynosi

$$F = \frac{\pi D^2}{8} \cdot c_f \varrho' \left[(w' - u_z)^2 + u_y^2 \right]^{1/2} \cdot (w' - u_z); \tag{51}$$

figuruje ona w równaniu ruchu zespołu

$$m \frac{du_z}{dt} = F = m \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + w' \frac{\partial u_z}{\partial z} \right). \tag{52}$$

W warunkach ustalonych otrzymujemy po wykorzystaniu (47), (50) i (51)

$$\left(\frac{\varrho''}{\varrho'} + \frac{1}{2} \right) w' \cdot \frac{du_z}{dz} = \frac{0.427}{(1-\varphi)^2 l} \cdot \left[(w' - u_z)^2 + u_y^2 \right]^{1/2} \cdot (w' - u_z), \tag{53}$$

przy czym

$$u_y = u_o(1 - \varphi), \tag{54}$$

gdzie

$$u_o = 1.53 (\Delta \varrho g l / \varrho')^{1/2} \tag{55}$$

zgodnie z (39), oraz

$$w' = w \cdot \frac{1 - x_e(z)}{1 - \bar{\varphi}(z)} = w'(z) \tag{56}$$

zgodnie z (45). Wprowadzamy zmienne bezwymiarowe

$$\eta = \frac{0.427}{l \left(\frac{\varrho''}{\varrho'} + \frac{1}{2} \right)} \cdot y, \quad \zeta = \frac{0.427}{l \left(\frac{\varrho''}{\varrho'} + \frac{1}{2} \right)} \cdot z. \tag{57}$$

Wtedy równanie (53) przybiera postać

$$(1 - \varphi)^2 w' \frac{du_z}{d\zeta} = \left[(w' - u_z)^2 + u_y^2 \right]^{1/2} \cdot (w' - u_z), \tag{58}$$

przy czym warunek początkowy jest $u_z(0) = u_s$. Mając rozwiązanie $u_z(\zeta)$, można wyznaczyć trajektorię pęcherzyka, albowiem

$$u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}, \tag{59}$$

skąd

$$\frac{dy}{dz} = \frac{d\eta}{d\zeta} = \frac{u_y}{u_z} = \frac{u_o}{u_z}(1 - \varphi) \tag{60}$$

oraz
$$\eta = \int_0^\zeta \frac{u_o(1-\varphi)}{u_z(\zeta)} \cdot d\zeta. \tag{61}$$
Nadto
$$t = \int_0^t \frac{dy}{u_o(1-\varphi)}. \tag{62}$$
Miejsce $z = 0 = \zeta$, z którego odrywa się pęcherzyk, określa położenie aktywnego zarodka, którego okres pracy wynosi Δt. Znając zależność $y(t)$, można na trajektorii (61) wyznaczyć chwilowe położenia pęcherzyków wyprodukowanych przez dany zarodek, co pozwoli na obliczenie stopnia zapełnienia φ przez zwykłe policzenie pęcherzyków ze wszystkich trajektorii w pobliżu miejsca o współrzędnych x, y, z, tzn. w objętości $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$. Taka jest zasadnicza myśl metody rozwiązania problemu.

Stosujemy metodę kolejnych przybliżeń, znajdując najpierw trajektorię dla jednego jedynego pęcherzyka, tj. dla $\varphi = 0, w' = w, w_y = u_o$. Równanie (58) ma wtedy postać
$$w\frac{du_z}{d\zeta} = \left[(w-u_z)^2 + u_o^2\right]^{1/2}(w-u_z). \tag{63}$$
Wprowadzając prędkość względną
$$v_z = w - u_z, \tag{64}$$
otrzymujemy
$$-w\frac{dv_z}{d\zeta} = \left(v_z^2 + u_o^2\right)^{1/2} \cdot v_z, \tag{65}$$
co łatwo całkuje się przez rozdzielenie zmiennych. Otrzymujemy
$$u_o + \left(v_z^2 + u_o^2\right)^{1/2} = C_o v_z \cdot exp(u_o\zeta/w), \tag{66}$$
gdzie C_o jest stałą całkowania. Wyznaczamy ją z warunku początkowego $v_z(0) = w - u_z(0) = w - u_s = w_s$. W związku z tym
$$C_o = \frac{u_o}{w_s} + \sqrt{1 + \left(\frac{u_o}{w_s}\right)^2}. \tag{67}$$
Z równania (66) otrzymujemy
$$v_z = u_o \cdot \frac{2C_o exp(u_o\zeta/w)}{C_o^2 \cdot exp(2u_o\zeta/w) - 1}, \tag{68}$$
wobec czego
$$u_z = w - u_o \cdot \frac{2C_o exp(u_o\zeta/w)}{C_o^2 exp(2u_o\zeta/w) - 1}, \tag{69}$$

co można podstawić do wzoru (61). Wprowadzamy tymczasowy skrót

$$s = C_o exp(u_o \zeta / w), \tag{70}$$

z którego wynika, że

$$ds = \frac{u_o}{w} s \cdot d\zeta, \tag{71}$$

$$u_z = w - u_o \frac{2s}{s^2 - 1}. \tag{72}$$

W związku z tym

$$\eta = w \int_{C_o}^{s} \frac{ds}{s\left(w - u_o \cdot \frac{2s}{s^2-1}\right)}. \tag{73}$$

Stąd wynika, że

$$\eta = \int_{C_o}^{s} \frac{(s^2-1)ds}{s\left(s^2 - 2\frac{u_o}{w} - 1\right)} = \int_{C_o}^{s} \frac{sds}{X(s)} - \int_{C_o}^{s} \frac{ds}{s \cdot X(s)}, \tag{74}$$

gdzie

$$X(s) = s^2 - 2\frac{u_o}{w} - 1. \tag{75}$$

We wzorze (74) występują znane całki, więc rozwiązanie ma następującą postać

$$\eta = ln\frac{s}{C_o} - \frac{\frac{u_o}{w}}{\sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}} *$$

$$*ln\left(\frac{s - \frac{u_o}{w} - \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}}{C_o - \frac{u_o}{w} - \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}} \cdot \frac{C_o - \frac{u_o}{w} + \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}}{s - \frac{u_o}{w} + \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}}\right), \tag{76}$$

lub po podstawieniu (70)

$$\eta = \frac{u_o}{w} \cdot \zeta - \frac{\frac{u_o}{w}}{\sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}} *$$

$$*ln\left(\frac{C_o exp(u_o \zeta / w) - \frac{u_o}{w} - \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}}{C_o - \frac{u_o}{w} - \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}} \cdot \frac{C_o - \frac{u_o}{w} + \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}}{C_o exp(u_o \zeta / w) - \frac{u_o}{w} + \sqrt{1+\left(\frac{u_o}{w}\right)^2}}\right). \tag{77}$$

Poza tym mamy

$$t = \frac{y}{u_o} = \frac{l}{0.427 u_o} \cdot \left(\frac{\varrho''}{\varrho'} + \frac{1}{2} \right) \cdot \eta. \tag{78}$$

Tablica 3

ζ	η
0	0
0.5	0.174
1	0.357
1.5	0.547
2	0.742
2.5	0.942
3	1.144
3.5	1.348
4	1.555
4.5	1.763
5	1.972
6	2.393
7	2.816
8	3.241
9	3.667
10	4.094
15	6.232
20	8.372
25	10.51
30	12.65
35	14.79
40	16.93
45	19.07
50	21.21

W tablicy 3 podane są współrzędne bezwymiarowe trajektorii pęcherzyka przy $\varphi = 0$ dla wody pod ciśnieniem $p = 2.32\ MPa$. W tych warunkach $T_s = 220\ ^oC$, $\varrho' = 840.34\ kg/m^3$, $\varrho' = 11.61\ kg/m^3$, $l = 2.02 \cdot 10^{-3}\ m$, skąd $u_o = 0.214\ m/s$. Zakładając $w = 0.5\ m/s$, $u_s = 0.4\ m/s$ otrzymujemy

$$\eta = 411.4 \cdot y,$$
$$\zeta = 411.4 \cdot z,$$
$$t = 0.01136 \cdot \eta\ [s],$$
$$u_o/w = 0.428,$$
$$C_o = 5.055,$$

oraz

$$\eta = 0.428\zeta - 0.393\, ln \left(1.615 \cdot \frac{e^{0.428\zeta} - 0.300}{e^{0.4283\zeta} + 0.131} \right). \tag{79}$$

Obliczenie stopnia zapełnienia na trajektorii pęcherzyka wykonuje się w sposób następujący. Dla przykładu zajmiemy się miejscem $\psi = \pi$. Obliczamy najpierw q_o według (37) dla założonego $T_f(0) - T_w = 200\ K$. Przy $d_o = 46\ mm$, d = 38 mm, $\lambda_t = 20\ W/mK$ otrzymujemy $q_o = 5.510 \cdot 10^5\ W/m^2$. Dla ciśnienia 2.32 MPa mamy z tablic $\lambda' = 0.645\ W/mK$, co pozwala obliczyć współczynnik przejmowania ciepła dla konwekcji ze wzoru

$$\alpha_{DB} = 0.019 \frac{\lambda'}{d} \cdot Pr'^{1/3} Re^{0.8}, \tag{80}$$

co przy $Pr' = 0.891$, $Re = 1.2814 \cdot 10^5$ daje $\alpha_{DB} = 0.3784 \cdot 10^4\ W/m^2K$. Współczynnik przejmowania ciepła dla wrzenia obliczamy ze wzoru

$$\alpha_{PB} = C_1 q^{2/3}, \tag{81}$$

przy czym dla danego ciśnienia jest $C_1 = 6.474 (W/m^2)^{1/3}/K$. Z tablicy 2 dla $\varphi = \pi$ mamy $q = 0.610\, q_o = 3.361 \cdot 10^5 W/m^2$, wobec czego $\alpha_{PB} = 3.1295 \cdot 10^4 W/m^2K$, co daje

$$\alpha_b = \alpha_{PB} + \alpha_{DB} = 3.5079 \cdot 10^4 W/m^2K.$$

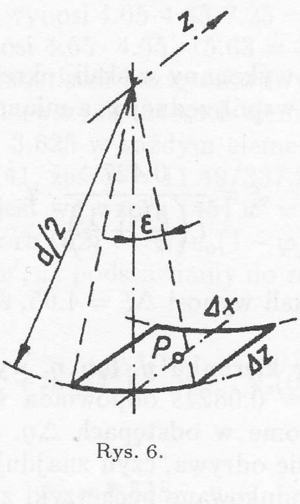
Na tej podstawie można obliczyć temperaturę T_w na wewnętrznej ściance rury. Mamy bowiem

$$q = \alpha_b (T_w - T_s), \tag{82}$$

stąd $T_w - T_s = q/\alpha_b = 9.58K$, czyli $T_w \approx 230^oC, T_f(0) = 430^oC$. Z kolei należy obliczyć okres Δt, w którym zarodek produkuje jeden pęcherzyk. Okres ten stanowi odwrotność częstotliwości produkcji pęcherzyków, a w pracy [5] na str. 157 znajdujemy odpowiedni wzór, który po przekształceniach daje formułę

$$\frac{D_o}{\Delta t} = 0.59(gl\Delta\varrho/\varrho')^{1/2} = 0.3856u_o, \qquad (83)$$

gdzie D_o jest średnicą pęcherzyka w warunkach oderwania. Załącznik zawiera obliczenia tej średnicy, przy czym użyta została metoda wyjaśniona w pracy [4]. Tak więc dla $\varphi = \pi$ otrzymuje się $D_o = 6.8mm$, skąd $\Delta t = 0.0824s$. Rozpatrzymy teraz element powierzchni położony w otoczeniu punktu P, gdzie działa zarodek, rys. 6. W okresie pracy zarodka, potrzebnym do wyprodukowania pęcherzyka o średnicy $D \approx D_o$, trzeba doprowadzić ciepło



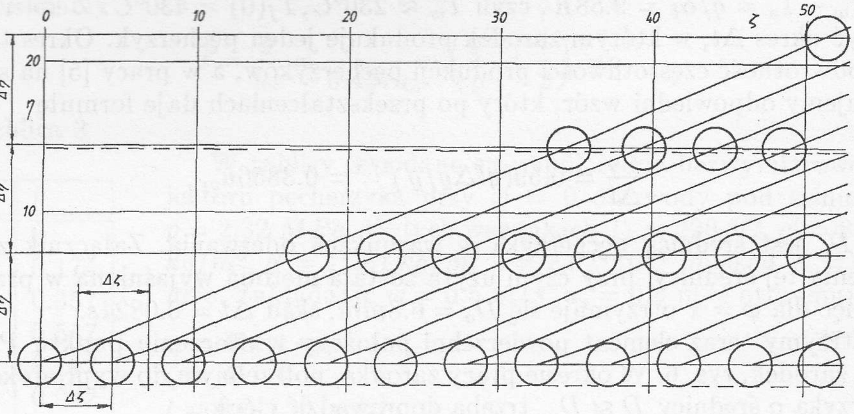
Rys. 6.

$$Q = \frac{\pi}{6}D_o^3 \cdot \varrho''\Delta h \qquad (84)$$

gdzie $\Delta h = 1.858 \cdot 10^6 J/kg$ jest entalpią parowania. Podstawiając dane liczbowe otrzymujemy $Q = 3.551J$. Ciepło to wynosi także

$$Q = q \cdot \Delta x \cdot \Delta z \cdot \Delta t, \qquad (85)$$

czyli $Q = 2.7695 \cdot 10^4 \Delta x \cdot \Delta z$, skąd $\Delta x \cdot \Delta z = 1.282 \cdot 10^{-4} m^2$. Przyjmując mniej więcej równomierne rozmieszczenie zarodków, otrzymalibyśmy $\Delta x = \Delta z$, co daje $\Delta x = \Delta z = 0.01132m$, a we współrzędnych bezwymiarowych $\Delta\zeta = 411.4\Delta z = 4.65$. Tak więc, jeśli pierwsza trajektoria zaczyna się w miejscu $\zeta = 0$, a kształt jej wynika z tablicy 3, to następne trajektorie mają ten sam kształt i są przesunięte o $\Delta\zeta$ względem siebie, jak to widać na rys. 7, wykonanym, co podkreślamy, dla $\varphi = 0$.



Rys. 7.

Wykres na rys. 7 został wykonany w skali, określonej wzorami (57). Tę samą skalę można zastosować dla współrzędnej x, a mianowicie wprowadzić bezwymiarową współrzędną

$$\xi = \frac{0.427}{l\left(\frac{\varrho''}{\varrho'} + \frac{1}{2}\right)} \cdot x. \tag{86}$$

Szerokość elementu w tej skali wynosi $\Delta\xi = 4.65$, zaś kąt ε, zaznaczony na rys.6 wynosi 17^o.

Czas lotu pęcherzyka w kierunku y, lub η, wynosi $t = 0.01136\eta$ w sekundach. Okresowi pracy $\Delta t = 0.0824s$ odpowiada więc odcinek $\Delta\eta = 7.25$. Na rys.7 wykreślono linie poziome w odstępach $\Delta\eta$. Jeśli w pewnej chwili pęcherzyk o średnicy D właśnie się odrywa, czyli znajduje się na trajektorii w miejscu $\eta = 0$, to poprzednio wyprodukowane pęcherzyki znajdują się w punktach przecięcia wspomnianych linii poziomych z trajektoriami, co zaznaczono na rys.7, rysując tam kółka o średnicy pęcherzyka w odpowiedniej skali; średnice te wynoszą $411.4 \cdot 6.8 \cdot 10^{-3} = 2.80$.

Na tej podstawie można obliczyć stopnie zapełnienia w pierwszym przybliżeniu, co wymaga wykreślenia podobnych trajektorii dla innych miejsc obwodu. Obecnie zamierzamy wyjaśnić tylko zasadę analizy i dlatego rozpatrzymy przypadek dość szerokiego kanału płaskiego o wysokości równej średnicy wewnętrznej rury $d = 38mm$, co we współrzędnych bezwymiarowych daje obszar od $\eta = -1.4$ do $\eta = 14.23$. W sumie ta wysokość wynosi $411.4 \cdot 38 \cdot 10^{-3} = 15.63$. Granice obszaru zaznaczono na rys.7 poziomymi liniami kreskowymi. W związku z tymi założeniami produkcja pęcherzyków odbywa się tylko na płaszczyźnie dolnej, a trajektorie pęcherzyków położonych w lewo i w prawo od rozpatrzonego już zarodka są odległe wzajemnie o $\Delta\xi$, przy czym pokrywają się. Wystarczy zatem rozpatrzyć tylko element kanału o szerokości $\Delta\xi = 4.65$ i wysokości 15.63. Wydatek masowy w obrębie paska o szerokości Δx wynosi $\dot{m}_1 = \Delta x \cdot d \cdot \varrho' w = 0.1774kg/s$.

Posiłkując się wzorem (44) przystosowanym do danego przypadku otrzymujemy $x_e = 0.01154 \cdot z$ lub $x_e = 2.806 \cdot 10^{-5}\zeta$. Dla długości kanału $z = 4m$ otrzymaliśmy przykładowo $x_e = 0.0462$. Tak małe jakości charakterystyczne są dla ustroju pęcherzykowego. Z rys. 7 wynika, że trajektorie $\varphi = 0$ wykraczają poza rozpatrywany obszar. Będziemy na razie traktować to w ten sposób, że górne ograniczenie określa tylko poziom cieczy, a przez tę powierzchnię pęcherzyki wydobywają się swobodnie.

W celu obliczenia stopnia zapełnienia φ dzielimy płaszczyznę η, ζ na prostokąty o szerokości $\Delta\zeta$ w ten sposób, że pierwszy element zawiera się od $\zeta = -\Delta\zeta/2$ do $\zeta = \Delta\zeta/2$, drugi od $\zeta = \Delta\zeta/2$ do $\zeta = 3\Delta\zeta/2$ etc. Wysokości elementu określamy następująco: pierwsze elementy od $\eta = -1.4$ gdzie 1.4 jest bezwymiarowym promieniem pęcherzyka do $\eta = \Delta\eta/2$; drugie elementy od $\eta = \Delta\eta/2$ do $\eta = 3\Delta\eta/2$ etc. W ten sposób (przy $\Delta\xi = \Delta\zeta = 4.65, \Delta\eta = 7.25$) objętość pierwszych elementów wynosi $4.65 \cdot 4.65 \cdot 3.765 = 81.409$ w jednostkach bezwymiarowych; objętość drugich i dalszych elementów wynosi $4.65 \cdot 4.65 \cdot 7.25 = 156.76$; objętość wszystkich elementów dla danego ζ wynosi $4.65 \cdot 4.65 \cdot 15.63 = 337.96$. Objętość pęcherzyka wynosi $\frac{\pi}{6} \cdot 2.8^3 = 11.49$ w jednostkach bezwymiarowych.

Z rys. 7 wynika, że dla pierwszych czterech elementów w zakresie $-2.325 < \zeta < 16.275$ oraz $-1.4 < \eta < 3.625$ w każdym elemencie jest jeden pęcherzyk, a więc $\varphi = 11.49/81.409 = 0.141$, zaś $\bar{\varphi} = 11.49/337.96 = 0.034$. Stąd wynika, że dla tego zakresu zmiennej ζ jest wg wzoru (45) $w' = 0.518m/s$, a wg wzoru (54) $u_y = 0.184$. Następnie wg wzoru (62) $t = y/u_o(1-\varphi) = y/u_y$, co daje nową wartość $\Delta\eta = 6.23$. Wartości φ, w', u_y podstawiamy do równania (58) i otrzymujemy równanie

$$-0.382\frac{dv_z}{d\zeta} = \left(v_z^2 + 0.184^2\right)^{1/2} v_z, \quad v_z(0) = 0.118 = w_s, \tag{87}$$

przy czym

$$v_z = 0.518 - u_z. \tag{88}$$

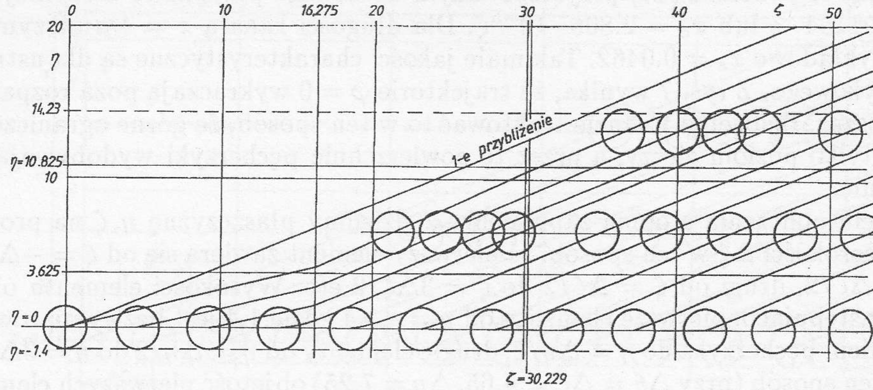
Jest to właściwie równanie (65) ze zmienionymi współczynnikami liczbowymi, a jego rozwiązaniem jest

$$0.184 + \left(v_z^2 + 0.184^2\right)^{1/2} = 3.412 v_z e^{0.482\zeta}. \tag{89}$$

Postępując jak poprzednio, otrzymujemy równanie odcinka trajektorii dla $\zeta < 16.275$

$$\eta = 0.262\zeta - 0.247 ln\left(2.063\frac{e^{0.482\zeta} - 0.415}{e^{0.482\zeta} + 0.207}\right), \tag{90}$$

co zostało przedstawione na rys. 8. Dla końca odcinka, tj. $\zeta = 16.275$ jest $\eta = 4.085$, a ponieważ $\Delta\eta = 6.25$, więc na tym odcinku trajektorii nie spotyka się pęcherzyków, które by oderwały się od powierzchni w chwili początkowej.



Rys. 8.

Na drugim odcinku trajektorii występują 2 pęcherzyki: pierwszy w zakresie $-1.4 < \eta < 3.625$, co daje dla tego zakresu $\varphi = 0.141$ oraz $u_y = 0.184, \Delta\eta = 6.23$, a drugi w zakresie $3.625 < \eta < 10.825$, co daje $\varphi = 0.073$, $u_y = 0.198, \Delta\eta = 6.72$. Dla całego przekroju mamy więc $\bar{\varphi} = 0.068$, co da $w' = 0.536 m/s$. Ta wartość w' obowiązuje dla całego zakresu $16.275 < \zeta < 30.229$, natomiast jeśli na danej trajektorii jest $\eta < 3.625$, to obowiązują pierwsze wartości $\varphi, u_y, \Delta\eta$, zaś gdy $\eta > 3.625$ - drugie wartości. W ten sposób dla pierwszej, licząc od góry, trajektorii z rys. 8, mamy $\varphi = 0.073, u_y = 0.198, \Delta\eta = 6.72$, podczas gdy dla pozostałych mamy $\varphi = 0.141, u_y = 0.184, \Delta\eta = 6.23$. Założenia te pozwalają na wykreślenie następnych odcinków trajektorii, co pokazano na rys. 8.

W obliczeniach zastosowano ogólne wzory:

$$u_z = (1-\varphi)^2 w' \left[1 + \gamma \cdot \frac{2C_o e^{\gamma\zeta}}{C_o^2 e^{\gamma\zeta} - 1}\right], \tag{91}$$

gdzie

$$\gamma = \frac{u_y}{w'(1-\varphi)^2} = \frac{u_o}{w'(1-\varphi)}, \tag{92}$$

$$C_o = e^{-\gamma\zeta_o}\left[\frac{\gamma}{1 - \frac{u_z(\zeta_o)}{w'(1-\varphi)^2}} + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{1 - \frac{u_z(\zeta_o)}{w'(1-\varphi)^2}}\right)^2}\right], \tag{93}$$

przy czym $u_z(\zeta_o)$ jest wartością początkową dla początku nowego odcinka $\zeta = \zeta_o$;

$$\eta = \eta(\zeta_o) + \gamma(\zeta - \zeta_o) - \frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} *$$

$$*ln\left(\frac{C_o e^{\gamma\zeta} - \gamma - \sqrt{1+\gamma^2}}{C_o e^{\gamma\zeta_o} - \gamma - \sqrt{1+\gamma^2}} \cdot \frac{C_o e^{\gamma\zeta_o} - \gamma + \sqrt{1+\gamma^2}}{C_o e^{\gamma\zeta} - \gamma + \sqrt{1+\gamma^2}}\right). \tag{94}$$

W pierwszym przybliżeniu (vide rys. 7) pęcherzyki znajdowały się na przecięciu trajektorii i linii poziomych $\eta = \Delta\eta, \eta = 2\Delta\eta$ itd., gdzie $\Delta\eta = 7.25$ wynikało z okresu pracy pęcherzyków $\Delta t = 0.0824s$. W drugim przybliżeniu położenia pęcherzyków oblicza się w sposób następujący. Ze wzoru (62) mamy

$$t = \int_0^y \frac{dy}{u_y} = \frac{1}{411.4} \cdot \int_0^\eta \frac{d\eta}{u_y}. \tag{95}$$

Na odcinku początkowym jest $u_y = 0.184$, a więc $t = \frac{\eta}{411.4 \cdot 0.184}$, przy czym koniec tego odcinka wypada dla $\eta = 3.625$. Stąd $t = 0.0479s$, i po tym czasie pęcherzyk przekroczy granicę $\eta = 3.625$. Jak widać, aby na zarodku powstał nowy pęcherzyk w stanie oderwania, musi upłynąć jeszcze czas $0.0824 - 0.0479 = 0.0345s$. W tm czasie pęcherzyk porusza się w obszarze, gdzie $u_y = 0.198$, a w czasie $0.0345s$ przebędzie drogę, równą $414.4 \cdot 0.198 \cdot 0.0345 = 2.81$. W sumie mamy $\Delta\eta = 2.81 + 3.625 = 6.44$. Na tej linii znajdują się wszystkie pęcherzyki, które w chwili $t = 0$ znajdowały się na ściance, $\eta = 0$. Na tej zasadzie wykreślono na rys. 8 położenia pęcherzyków, przy czym ich nakładanie się wskazuje na możliwość koalescencji, a więc zjawiska, które nie zmienia objętości pary. Możliwe jest, ogólnie rzecz biorąc, także zjawisko rozpadu pęcherzyków na drobniejsze, ale i to nie zmienia objętości pary.

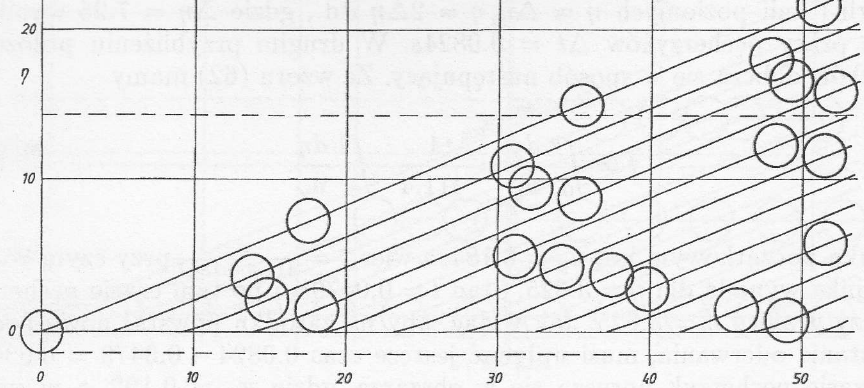
Pewien niepokój może budzić ułożenie pęcherzyków na tych samych poziomach. Wynika to z założonego modelu pierwszego przybliżenia (vide rys.7), gdzie dla ułatwienia dość żmudnych obliczeń rozpoznawczych przyjęto, że wszystkie pęcherzyki startują w tej samej chwili. W rzeczywistości porządek startu pęcherzyków, choćby o tej samej średnicy i tym samym okresie pracy zarodka, jest statystycznie dowolny. A więc, jeśli na pierwszym zarodku $\eta = 0, \zeta = 0$ jest odrywający się właśnie pęcherzyk, to pęcherzyki, które wystartowały z innych zarodków, mogą się znajdować na swoich trajektoriach w miejscach $\eta = \varepsilon\Delta\eta$, gdzie $0 \leq \varepsilon < 1$. Liczby ε tworzą pewną statystykę. Aby to zilustrować, ograniczyliśmy ilość tych liczb do dziesięciu, czyli $\varepsilon = 0; 0.1; 0.2$ etc., oraz wykonaliśmy losowanie za pomocą dziesięciu kart. Wynikające stąd pierwsze przybliżenie przedstawione jest na rys. 9.

Aby uzyskać ostateczne wartości dla poszukiwanych wielkości w' i $\bar{\varphi}$, należy powtórzyć wielokrotnie procedurę wychodząc z takiego, czy innego pierwszego przybliżenia.

Załóżmy, że wystarczającą dokładność uzyskaliśmy już w drugim przybliżeniu, jak wyżej, tzn.:

w zakresie $0 < \zeta < 16.275$ jest $w' = 0.518 m/s, \bar{\varphi} = 0.034$;
w zakresie $16.275 < \zeta < 30.229$ jest $w' = 0.536 m/s, \bar{\varphi} = 0.068$;
w zakresie $30.229 < \zeta < 50$ jest $w' = 0.543 m/s, \bar{\varphi} = 0.080$.

Wtenczas średni objętościowy stopień zapełnienia wynosi:
$\bar{\bar{\varphi}} = \frac{1}{50}[0.034 \cdot 16.275 + 0.068(30.229 - 16.275) + 0.080(50 - 30.229)] = 0.0617$.
Dotyczy to odcinka kanału o długości $z = 50/411.4 = 0.122\ m$.



Rys. 9.

Spadek ciśnienia na tej długości obliczymy ze wzoru (40). Oznaczając

$$\Delta p_o = 0.092 \left(\frac{wd \cdot \varrho'}{\mu'} \right)^{-0.2} \cdot \frac{\varrho' w^2}{d} z, \tag{96}$$

mamy

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_o} = \frac{1}{z} \int_0^z \left(\frac{w'}{w} \right)^{1.8} dz = \frac{1}{\zeta} \int_0^\zeta \left(\frac{w'}{w} \right)^{1.8} d\zeta, \tag{97}$$

przy czym $\zeta = 50$ oraz

$$\int_0^\zeta \left(\frac{w'}{w} \right)^{1.8} d\zeta = 16.275 \cdot \left(\frac{0.518}{0.5} \right)^{1.8} + (30.229 - 16.275) \left(\frac{0.536}{0.5} \right)^{1.8} +$$

$$(50 - 30.229) \left(\frac{0.543}{0.5} \right)^{1.8} = 56.095,$$

co daje $\Delta p / \Delta p_o = 1.122$.

Podkreślamy, że jest to rozwiązanie przykładowe, mające na celu wyjaśnienie metody. Zastosowanie jej dla rozwiązania problemu tytułowego wymaga uprzedniego omówienia modelu przepływu, wyobrażonego na rys. 5.

5. Charakterystyka przepływu rozwarstwionego w okrągłej rurze poziomej

Model przepływu 2-fazowego, przedstawiony na rys. 5, był użyty w pracy [3] w związku z wymianą ciepła. Opiera się on na następujących przesłankach. Jak podano w załączniku dla $\psi = 0$ tj. na górze rury, pęcherzyki nie mogą się oderwać, co powoduje powstanie obszaru pary. Nadto przez powierzchnię cieczy przedostają się do tego obszaru pęcherzyki z cieczy pęcherzykowej, zabierające ze sobą kropelki cieczy w zjawisku sputteringu (tj. plucia, lub bardziej elegancko: wyrzutu kropelek). Sprawa ta była analizowana w pracy [6]. Te kropelki zasilają film o grubości $\delta(\psi)$ (vide rys. 5). Jest to główne źródło zasilania filmu, które jest kompensowane przez ściek filmu do cieczy pęcherzykowej.

Oprócz tego na całej powierzchni cieczy, otaczającej górny obszar pary, mamy do czynienia z porywaniem (entrainment) i osiadaniem (deposition) drobniutkich kropelek, unoszonych przez parę. Te dwa procesy powinny się kompensować, dając w miarę stabilną koncentrację kropelek w obszarze mgły.

Mamy więc do czynienia z rozwarstwieniem na obszar mgły i obszar cieczy pęcherzykowej, przy czym spadek ciśnienia obliczamy dla tego drugiego obszaru, pamiętając że w pierwszym obszarze spadek ciśnienia jest taki sam; wpływa on m.in. ma grubość filmu.

Granica między mgłą a cieczą pęcherzykową nie może być gładka, gdyż przedostają się przez nią pęcherzyki i kropelki. Średni poziom tej granicy, H, wiąże się z kątem ψ_H (vide rys. 5) następującym wzorem

$$H = \frac{d}{2}(1 + \cos\psi_H), \tag{98}$$

zaś kąt ψ_H oblicza się z równania (vide [3])

$$\frac{\pi}{\psi_H - \sin\psi_H \cdot \cos\psi_H} - 1 = \left(\frac{\varrho'' + C_D}{\varrho'}\right) \cdot \left(\frac{\varrho''}{(\varrho'' + C_D) \cdot X_e} - 1\right) \left[1 + \left(\frac{\varrho'}{\varrho'' + C_D}\right)^{1/2} * \right.$$

$$\left. * \left(\frac{\varrho''}{(\varrho'' + C_D)X_e} - 1\right)^{-1/8} \cdot \left(\frac{\mu'}{\mu''}\right)^{1/8} \left(\frac{\pi - \psi_H + \sin\psi_H}{\psi_H + \sin\psi_H}\right)^{1/8}\right], \tag{99}$$

gdzie μ' i μ'' są dynamicznymi współczynnikami lepkości cieczy i pary, C_D jest koncentracją kropelek we mgle, obliczaną ze wzoru

$$C_D = 4.634 \cdot 10^{-2} \varrho'' / \sqrt{f_d}, \tag{100}$$

gdzie

$$f_d = 0.079 Re_d^{-1/4}, \quad Re_d = \frac{4\dot{m}_d}{\mu''(\psi_H + \sin\psi_H)d}, \tag{101}$$

zaś $\dot{m}_d$ jest wydatkiem masowym w obszarze mgły. Ponadto X_e jest średnią jakością dla całego przekroju rury, obliczaną ze wzoru

$$X_e = \frac{z}{\dot{M}\Delta h} \cdot \int_0^{\pi} q(\psi) d\psi, \tag{102}$$

który jest właściwie wzorem (44) z tym, że x_e dotyczyło obszaru cieczy pęcherzykowej, zaś X_e dotyczy obu rozważanych obszarów, w związku z czym $\dot{M}$ jest całkowitym wydatkiem masowym. Mamy więc

$$\dot{M} = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot w \cdot \varrho', \quad \dot{m}_d = \dot{M} - \dot{m}, \tag{103}$$

gdzie $\dot{m}$ jest wydatkiem masowym cieczy pęcherzykowej. Oczywiście na wstępnym odcinku wrzenia $\dot{M} = \dot{m}$. Ze wzrostem współrzędnej z jakość X_e rośnie, więc H maleje, a ψ_H wzrasta.

Znając kąt ψ_H możemy wyznaczyć pola przekrojów przepływu. Mgła płynie przez przekrój

$$A_d = \frac{d^2}{4}(\psi_H - \sin\psi_H \cdot \cos\psi_H), \tag{104}$$

a ciecz pęcherzykowa przez przekrój

$$A = \frac{d^2}{4}(\pi - \psi_H + \sin\psi_H \cdot \cos\psi_H). \tag{105}$$

Wydatki wynoszą

$$\dot{m}_d = A_d \cdot (\varrho'' + C_D) \cdot w_d, \tag{106}$$

gdzie w_d jest prędkością mgły, przy czym przyjęto, że poślizg w tym obszarze $S_d = 1$, oraz

$$\dot{m} = A[(1 - \bar{\varphi})\varrho' w' + \bar{\varphi}\varrho'' w''] \tag{107}$$

w cieczy pęcherzykowej, przy czym sposób obliczania wielkości $\bar{\varphi}$ i w' był już podany, zaś w'' jest średnią prędkością pary w kierunku z. Z poprzednich rozważań wynika, że

$$w'' = \bar{u}_z = \frac{1}{A}\int_A u_z dA. \tag{108}$$

W ten sposób podana w rozdziale 3-cim procedura pozwala obliczyć wszystkie wielkości, które występują we wzorze (107), co umożliwi obliczenie wydatku $\dot{m}_d$ etc. Zastosowanie dla rury okrągłej zostanie opisane w następnym rozdziale.

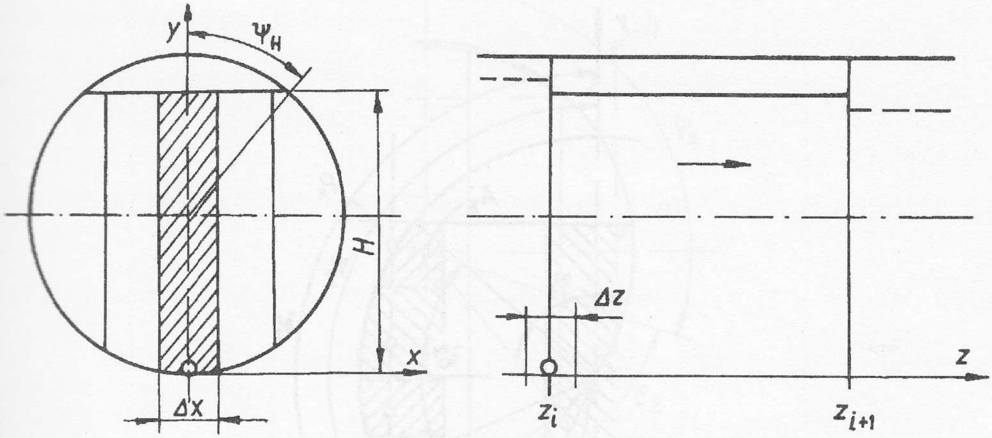
Nadmienimy, że wzór (108) umożliwia wyznaczenie poślizgu w cieczy pęcherzykowej, który jest określony wzorem

$$S = w''/w' \tag{109}.$$

6. Procedura obliczeniowa dla rury okrągłej

Na rys. 10 przedstawione są przekroje odcinka rury, znajdującego się dość blisko strefy początku wrzenia.

Przekrój poprzeczny jest podzielony na paski, przy czym pasek środkowy (zakreskowany) jest oznaczony tak, jak na rys. 6; był on rozpatrywany w rozdziale 3-cim. Pozostałe paski są zwymiarowane na rys. 11. Oprócz paska środkowego będzie pewna liczba pasków wewnętrznych (na rys. 11 po jednym z każdej strony paska środkowego) oraz dwa paski skrajne.



Rys. 10.

Rozpatrzymy najpierw paski wewnętrzne. Przypada na taki pasek odcinek obwodu $\varepsilon_1 d$, oraz element powierzchni o polu $\varepsilon_1 d \cdot \Delta z_1$, przy czym średni strumień cieplny dla tego paska wynosi

$$\bar{q}_1 = \frac{1}{2\varepsilon_1} \int_{\psi_1 - \varepsilon_1}^{\psi_1 + \varepsilon_1} q(\psi) d(\psi). \tag{110}$$

Współrzędne środka startującego pęcherzyka o średnicy D_1 są:

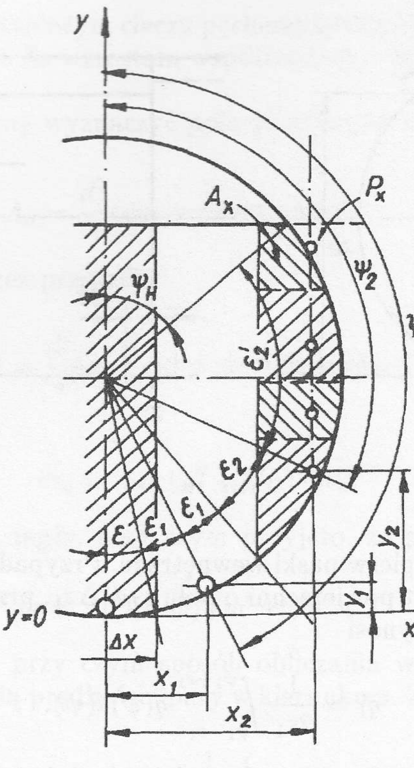
$$x_1 = \frac{1}{2}(d - D_1) \cdot \sin(\pi - \psi_1), \tag{111}$$

$$y_1 = \frac{d}{2} - \frac{1}{2}(d - D_1)\cos(\pi - \psi_1). \tag{112}$$

W przypadku pasków wewnętrznych trajektorie pęcherzyków będą z dużym prawdopodobieństwem leżały w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny y, z. Inaczej będzie w paskach skrajnych, które są niesymetryczne w tym sensie, że $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_2'$. Wynika to z tego, że kąt ψ_2 musi być większy od $\pi/2$, aby pęcherzyki mogły wejść w obszar cieczy. Wprawdzie na pęcherzyki działają siły Magnusa, odsuwające startujący pęcherzyk od ścianki, skutkiem czego pęcherzyk w ruchu do góry znajdzie się bliżej osi paska, ale tor jego na samej górze znowu ulegnie odchyleniu. Jednak w zasadzie jest to obojętne w toku obliczeń, choćby nawet płaszczyzna trajektorii wyszła poza ściankę rury, jak to pokazano na rys. 11, albowiem stopień zapełnienia w obszarze o polu A_x (vide rys. 11) oblicza się na podstawie objętości pęcherzyka P_x, choć znajduje się on poza wnętrzem rury.

Średni strumień cieplny w pasku skrajnym na odcinku obwodu $\frac{1}{2}d \cdot (\psi_2 + \varepsilon_2 - \psi_H)$ wynosi

$$\bar{q}_2 = \frac{1}{\psi_2 + \varepsilon_2 - \psi_H} \int_{\psi_H}^{\psi_2 + \varepsilon_2} q(\psi) d(\psi), \tag{113}$$



Rys. 11.

zaś współrzędne środka startującego pęcherzyka o średnicy D_2 są

$$x_2 = \frac{1}{2}(d - D_2)\sin(\pi - \psi_2), \tag{114}$$

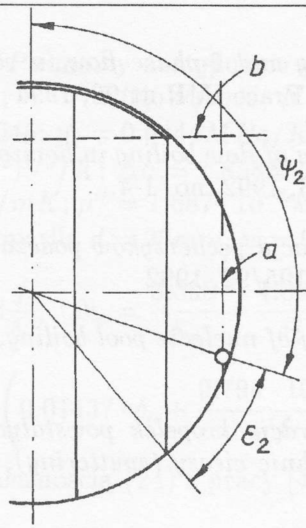
$$y_2 = \frac{d}{2} - \frac{1}{2}(d - D_2)\cos(\pi - \psi_2). \tag{114}$$

Dodamy, że w każdym przypadku długość odcinka Δz_i, przypadającego na 1 pęcherzyk oblicza się z bilansu

$$\Delta z_i = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{D_i^3 \varrho'' \Delta h}{\bar{q}_i(\varepsilon_i + \varepsilon_i')\Delta t_i d}, \tag{116}$$

przy czym dla pasków wewnętrznych można przyjmować $\varepsilon_i' = \varepsilon_i$. Średnice pęcherzyka i okresy pracy zarodka zależą od kąta ψ i od prędkości cieczy w'. Sposób obliczenia podany jest w załączniku.

Oddzielnego omówienia wymaga wstępny odcinek rury, który był analizowany w rozdziale 3-cim. Przed tym odcinkiem mamy przepływ 1-fazowy ze średnią prędkością w oraz $\dot{m} = \dot{M}$ tak, że ciecz wypełnia cały przekrój rury (vide rys. 12).



Rys. 12.

Paski wewnętrzne, w tym pasek środkowy, analizuje się tak, że ich ograniczenie górne, zaznaczone podwójną kreską, przepuszcza pęcherzyki pary, wobec czego strumień cieplny na tej części powierzchni nie jest doprowadzany do cieczy pęcherzykowej w obrębie pasków wewnętrznych. Gdy poziom H osiągnie linię kreskowaną b, zaznaczoną na rys. 12, to wzmiankowany strumień cieplny będzie doprowadzany do mgły. Obecnie, dla $H = d$, ten prąd cieplny musi być doprowadzany poprzez ściankę rury do paska skrajnego, dla którego w tym przypadku będzie

$$\bar{q}_2 = \frac{1}{(\psi_2 + \varepsilon_2) - \pi} \int_0^{\psi_2+\varepsilon_2} q(\psi) d\psi. \tag{117}$$

Pęcherzyki, ulatujące przez granicę górną obszaru cieczy pęcherzykowej, powodują ubytki wydatku. A więc, gdy na końcu odcinka obliczymy $\bar{\varphi}, w'$ i w'', to stosując wzory (107) i (103) oraz procedurę, podaną w poprzednim rozdziale, możemy obliczyć poziom H dla następnego odcinka rury, gdzie należy obliczyć trajektorie pęcherzyków przyjmując, jako dane początkowe, wartości końcowe z poprzedniego odcinka.

Pracę zgłoszono 1994.05.15

Literatura

[1] W.K. Kays i A.Z. London, Compact heat exchangers, 2nd ed., McGraw-Hill, Inc., 1964, New York

[2] J. Madejski, *Boiling and 2-phase flow in vertical tubes of evaporators with natural circulation*, Prace IMP nr 96, 1994

[3] J. Madejski, *A study of flow boiling in horizontal channels, Archives of Thermodynamics*, vol. 13, 1992, no. 1-4.

[4] J. Madejski, *Generacja pęcherzyków podczas wrzenia w przepływie*, Raport IMP PAN nr arch. 195/92, 1992

[5] J. Madejski, *Theory of nucleate pool boiling*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 8, 1965, p.155

[6] J. Madejski, *Generacja kropelek powstałych wskutek przepływu pęcherzyków przez powierzchnię cieczy (sputtering)*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, nr 394/1328/93, 1993

[7] J. Madejski, *Koalescencja pęcherzyków we wrzących systemach dwufazowych*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, nr 383/1336/93, 1993.

Pressure drop in two-phase flow through horizontal finned tubes

Summary

Title problem has been solved with help of calculated circumferential heat flux distribution, and calculated spacial distributions of the void fraction and velocity. A numerical method to find the latter has been elaborated; its application has been presented on the example of a wide flat channel.

Załącznik

W celu wyznaczenia średnicy pęcherzyka D w chwili odlotu opieramy się na wynikach pracy [4], z której wynika, że ta średnica równa się praktycznie średnicy D_o w chwili oderwania. Rozpatrujemy przepływ turbulentny w rurach poziomych w przypadku, gdy rosnący pęcherzyk wychodzi poza warstwę przyścienną. Stosujemy wzory (25a), (26a) i (22a) z pracy [4], a mianowicie

$$P_o = 0.45 f \cdot \frac{\varrho' w^2}{g \Delta\varrho \cdot l} \cdot \frac{1}{\delta_o}, \quad \delta_o = D_o/l; \tag{Z.1}$$

$$N_o = \frac{9}{32} \cdot \frac{\varrho' w^2}{g \Delta\varrho \cdot l} \cdot \frac{1}{\delta_o} + \frac{C_\beta^2}{\delta_o^2}; \tag{Z.2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 log_{10} \left(\frac{l}{3.7d} \cdot \delta_o + \frac{1.255}{(w\varrho' d/\mu')\sqrt{f}} \right). \tag{Z.3}$$

Dla wody pod ciśnieniem $2.32MPa$ mamy następujące dane: $T_s = 220^oC$; $\varrho' = 840.34kg/m^3$, $c_p' = 4614J/kgK$; $\lambda' = 0.645W/mK$; $\mu' = 1.246 \cdot 10^{-4}kg/ms$; $Pr' = 0.891$; $\beta = 50^oC$; $C_\beta = 1.045$; $p_s' = 0.0444MPa/K$; $\sigma = 0.03316N/m$; $l = 2.020 \cdot 10^{-3}m$; $C_1 = 6.474(W/m^2)^{1/3}/K$; $\Delta h = 1.858MJ/kg$; $\varrho'' = 11.61kg/m^3$; $c_p'' = 3408J/kgK$; $\lambda'' = 0.0390W/mK$; $\mu'' = 1.687 \cdot 10^{-5}kg/ms$; $Pr'' = 1.47$. Podstawiając te dane otrzymujemy dla $d = 38mm$, $w = 0.5m/s$.

$$P_o = 5.7563\frac{f}{\delta_o}, \quad N_o = \frac{3.598}{\delta_o} + \frac{1.092}{\delta_o^2},$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4log_{10}\left(0.01437 \cdot \delta_o + \frac{9.794 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{f}}\right). \qquad (Z.4)$$

Wielkości P_o i N_o związane są zależnością (24) z pracy [4], tj.

$$\frac{3}{C_\beta^2}[(k_z + P_0)^2 + k_x^2]^{1/2} + k_y = N_0. \qquad (Z.4)$$

W rozpatrywanym przypadku okrągłej rury poziomej mamy $k_x = sin(\pi - \psi)$, $k_y = cos(\pi - \psi)$, $k_z = 0$, co daje po podstawieniu danych liczbowych

$$P_o = \sqrt{\left(\frac{N_o - \cos(\pi - \psi)}{2.7472}\right)^2 - \sin^2(\pi - \psi)},$$

tzn.

$$P_o = 5.7563\frac{f}{\delta_o} = \sqrt{\left\{\frac{1}{2.7472}\left[\frac{3.598}{\delta_o} + \frac{1.092}{\delta_o^2} - \cos(\pi - \psi)\right]\right\}^2 - \sin^2(\pi - \psi)}, \qquad (Z.6)$$

skąd

$$f = \frac{\delta_o}{5.7563}\sqrt{\left\{\frac{1}{2.7472}\left[\frac{3.598}{\delta_o} + \frac{1.092}{\delta_o^2} - \cos(\pi - \psi)\right]\right\}^2 - \sin^2(\pi - \psi)}. \qquad (Z.7)$$

Skądinąd obowiązuje (Z.4), więc z tych dwóch równań można obliczyć f oraz δ_o dla danego kąta ψ. Procedura obliczeniowa, która okazała się skuteczna, polega na podstawieniu przewidywanej wartości δ_o do wzoru (Z.7) i obliczenie stąd wielkości f, którą podstawia się wraz z założonym δ_o po prawej stronie równania (Z.4). Otrzymuje się inną wartość f, powiedzmy f_1. Jeśli $f_1 > f$, to δ_o należy zwiększyć, a w przeciwnym przypadku zmniejszyć. Tablica 4 zawiera wyniki obliczeń.

Jak wspomniano, średnica pęcherzyka w okresie od chwili oderwania do chwili odlotu niewiele wzrasta. Te chwile dzieli okres ślizgania się pęcherzyka po ściance rury, przy czym drogę oblicza się ze wzoru (64) pracy [4], tj.

$$L = \int \frac{1}{2}\omega D dt, \qquad (Z.8)$$

Tablica 4

Wyniki obliczeń dla wody $2.32MPa$

$\psi, rd.$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
f	–	0.0203	0.0254	0.0239	0.0361
δ_o	∞	3.224	1.559	1.606	3.353
$D \approx D_o, mm$	∞	6.5	3.1	3.2	6.8
$\Delta t, s$	∞	0.0788	0.0376	0.0388	0.0824

gdzie ω jest prędkością kątową obrotu pęcherzyka, którą można obliczyć sposobem opisanym w [4]. Z (Z.8) mamy

$$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2}\omega D = u_s. \tag{Z.9}$$

W przykładzie, rozpatrzonym w rozdziale 3-cim podstawiono $\omega = 118s^{-1}$, co przy $D = 6.8 \cdot 10^{-3}m$ dało $u_s = 0.40m/s$. W tablicy 4 znajdują się również wartości okresu pracy zarodka Δt, obliczone ze wzoru (83) niniejszej pracy dla $u_o = 0.214m/s$.