

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
I N S T Y T U T M A S Z Y N P R Z E P Ł Y W O W Y C H

**TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF
FLUID-FLOW MACHINERY**

**PRACE
INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH**

101



GDAŃSK 1996

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

*

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

Wydanie publikacji dofinansowane zostało przez PAN ze środków DOT uzyskanych z Komitetu Badań Naukowych

EDITORIAL BOARD – RADA REDAKCYJNA

TADEUSZ GERLACH * HENRYK JARZYNA * JERZY KRZYŻANOWSKI
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ * WŁODZIMIERZ J. PROSNAK
JÓZEF ŚMIGIELSKI * ZENON ZAKRZEWSKI

EDITORIAL COMMITTEE – KOMITET REDAKCYJNY

EUSTACHY S. BURKA (EDITOR-IN-CHIEF – REDAKTOR NACZELNY)
JAROSŁAW MIKIELEWICZ
EDWARD ŚLIWICKI (EXECUTIVE EDITOR – REDAKTOR) * ANDRZEJ ŻABICKI

EDITORIAL OFFICE – REDAKCJA

Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych
Polskiej Akademii Nauk
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621,
☎ (0-58) 46-08-81 wew. 141, fax: (0-58) 41-61-44,
e-mail: esli@imppan.imp.pg.gda.pl

ISSN 0079-3205

MARIUSZ BANASZKIEWICZ, JANUSZ BADUR¹Modelowanie przepływów ekspandującej wody²

Hipotezy na temat brakujących równań domknięcia

Praca dotyczy problemu matematycznego modelowania przepływów mieszaniny pary i wody w kanałach. Dokonano w niej przeglądu istniejących modeli przepływów dwufazowych z *flashingiem*, ze szczególnym uwzględnieniem punktu początkowego. Przedstawione zostały zarówno modele ze zlokalizowanym punktem inicjacji *flashingu*, jak też modele z rozmytą strefą *flashingu*. Oprócz ogólnych równań bilansu zostały przedstawione i przedyskutowane równania domknięcia, konieczne do zupełnego opisu przepływu. W modelach ze zlokalizowanym punktem inicjacji *flashingu* dotyczą one progowego ciśnienia (progowego przegrzania) oraz zależności na czas relaksacji, zaś w modelach z rozmytą strefą *flashingu*, są to równania domknięcia na objętościową produkcję pary, gęstość powierzchni międzyfazowej, międzyfazowy strumień ciepła oraz gęstość zarodki nukleacji. Zaproponowany został również model z własną, półempiryczną korelacją na wartość progowego ciśnienia w punkcie początku *flashingu*.

Oznaczenia

A	- pole przekroju poprzecznego kanału,	r	- współrzędna sferyczna,
c_p	- ciepło właściwe,	T	- temperatura,
D	- średnica kanału,	t	- czas,
f	- współczynnik tarcia,	u	- energia wewnętrzna właściwa,
G	- prędkość masowa,	v	- objętość właściwa,
h	- entalpia,	w	- prędkość,
J	- prędkość zmiany populacji zarodki,	x	- stopień suchości,
k_B	- stała Boltzmannna,	z	- współrzędna wzdłuż osi kanału,
L	- długość kanału,	α	- stopień zapelnienia,
\dot{M}	- strumień masy,	Γ_v	- objętościowa produkcja pary,
N_b	- gęstość zarodki,	μ	- dynamiczny współczynnik lepkości,
p	- ciśnienie,	ρ	- gęstość,
q	- strumień ciepła,	σ	- współczynnik napięcia powierzchniowego.

Indeksy

b	- objętość,	l	- ciecz,
-----	-------------	-----	----------

¹Institut Maszyn Przepływowych PAN, Zakład Dynamiki Gazów, Pracownia Przepływów Wielofazowych, ul. Fiszerza 14, 80-952 Gdańsk

²Praca została wykonana w ramach grantu KBN 3 P404 03006

c – krytyczny,
e – wylotowy,
f – *flashing*,
i – wlot,
int – międzyfazowy,

r – zredukowany,
sat – stan nasycenia,
v – para,
w – ścianka.

Wprowadzenie

Charakterystyka problemu Zjawisko *flashingu* (odparowania rozprężnego), będąc źródłem niepożądanych zadławień przepływów, od wielu lat jest przedmiotem intensywnych badań prowadzonych przez najwybitniejszych badaczy nierównowagowych przepływów wielofazowych. Kosztowne eksperymenty i równie kosztowne kody obliczeniowe, wykonywane w znanych ośrodkach badawczych, nie doprowadziły jeszcze do zadawalającego stanu wiedzy na ten temat. Modele matematyczne *flashingu*, te którymi aktualnie dysponujemy, wciąż są dalekie od precyzyjnego postawienia równań domknięcia opisujących punkt inicjacji *flashingu* oraz późniejszej produkcji pary [2, 8, 11, 24, 37].

Z punktu widzenia przyczyn, które *flashing* wywołują, można przepływy dwufazowe podzielić na trzy kategorie fizyczne:

1. Przepływy, w których cała para powstaje w wyniku heterogenicznej nukleacji na ściankach i objętościowych zarodkach typu obcy gaz, zarodkia kawitacyjne, itp. Fizycznie, przepływy te występują w takim zakresie temperatur i ciśnień początkowych, który daleki jest od wartości krytycznych (dla wody $p_c = 221.2$ bar, $T_c = 374^\circ\text{C}$). W modelu tego typu *flashingu* decydującą rolę odgrywają takie parametry jak poziom aktywności powierzchniowych zarodków nukleacji, ich głębokość oraz częstotliwość ich produkcji. Inną grupą ważnych parametrów są: radialny rozkład przegrzania oraz radialna zmiana ciśnienia w przekroju kanału. Ważne też mogą być radialne składowe prędkości związane z obecnością turbulencji. Niepośrednią rolę grają parametry geometryczne powierzchni kanału, a w szczególności największy promień załębienia R_z oraz ich średnia populacja. Wszystkie te parametry decydują o kinetyce wzrostu pary na zarodkach powierzchniowych. Ich gęstość jest jednak niewielka w porównaniu z objętościową homogeniczną nukleacją i waha się od 1000 do 10000 zarodki/m². Objętościowa heterogeniczna nukleacja pary jest natomiast bardzo wrażliwa na gwałtowne zmiany geometrii kanału, gardła geometryczne, upusty itp. Mechaniczne zaburzenia przepływu obniżają próg heterogenicznej objętościowej nukleacji, która w takich warunkach występuje w ilości 10⁵ zarodki/m³.

Przepływy tego typu, podobnie jak i inne, „przeżywają” swoje kryzysy objawiające się w zadławieniach. Kryzysy przepływów generowane heterogeniczną nukleacją pary występują jednakże dość daleko od miejsc właściwych dla zwykłych jednofazowych zadławień. Kryzysy te mają na ogół charakter zadławień słabych znanych jako przepływy pseudokrytyczne. Nierównowaga

termodynamiczna w tego typu przepływach jest niewielka – opisywana na ogół jednym równaniem ewolucyjnym „wmontowanym” w strukturę mieszaniny, jednakże jej wpływ na przepływ staje się istotnym w warunkach pseudokrytyczności.

Waga tej kategorii przepływu bierze się z jej powszechności w technice. Również w literaturze przedmiotu zaznacza się wzrastające zainteresowanie problemem określenia warunków nukleacji heterogenicznej. Dodatkowe informacje na ten temat zawarte są w pracy Shina i Jonesa [33], gdzie zebrana jest bibliografia zagadnienia.

2. Nieco rzadsza jest druga kategoria przepływów z *flashingiem* występująca dla wlotowych warunków ciśnienia i temperatury równych wartościom krytycznych. Wtedy to proces *flashingu* ma, po fazie heterogenicznej nukleacji, również fazę homogenicznej produkcji pary. Precyzyjnie mówiąc, homogeniczna nukleacja w żaden sposób nie eliminuje wcześniej zapoczątkowanej nukleacji heterogenicznej, lecz będąc bardziej efektywną w produkcji pary dominuje w przepływie. Powierzchniowa nukleacja na ściankach kanału, niejednokrotnie większa niż poprzednio, zostaje gwałtownie zdominowana przez homogeniczną nukleację objętościową a jej wpływ na przepływ zaznacza się jedynie poprzez duży wkład w modyfikację siły tarcia. Zadławienia wywołane nukleacją homogeniczną (właściwym *flashingiem* lub spontanicznym odparowaniem) są nazywane „silnymi” zadławieniami. Słowo „silne” oznacza, że nawet dla bardzo dużych różnic ciśnień wlotowego i wylotowego (wielkość integralnie proporcjonalna do przegrzania), prędkość masowa G będzie stała. Oczywiście należy się spodziewać, że dla każdej geometrii kanału znajdzie się w końcu taka różnica ciśnień $\Delta p = p_0 - p_e$, że prędkość masowa po okresie „silnego” zadławienia zaczyna znów rosnać. Należy przypuszczać, że zmieni się wówczas dominujący mechanizm przepływu. Może np. powstać korkowy mechanizm przepływu z charakterystycznymi pulsacjami ciśnienia, wyrzucającymi z dyszy na przemian korki cieczy i jej pary. Średnia prędkość w takim przepływie może przewyższać prędkość dźwięku w parze. Kryzysy przepływów dwufazowych (słaby i silny) związane są na ogół ze zmianą struktury przepływu i w tym sensie są analogiczne do zerowego i pierwszego kryzysu wrzenia [5, 25].
3. Trzecia kategoria przepływów obserwowana jest w eksperymentach związanych z gwałtowną dekompresją płynów znajdujących się w temperaturach i ciśnieniach okółokrytycznych ($0.7p_c < p < 3p_c$, $0.88 T_c < T < T_c$). Dla tych przepływów ważna jest tylko homogeniczna nukleacja prowadząca, ze względu na swoją obfitość ($10^2 \div 10^{15}$ zarodki/cm³), do spontanicznego odparowania cieczy w zlokalizowanej, wąskiej strefie. Oprócz ciśnienia i temperatury początkowej trzecim parametrem sterującym zjawiskiem jest prędkość dekompresji, sięgająca w eksperymencie Alamgira, Lienharda i Treli do 5 MPa/s. Przepływy te są słabo rozpoznane, a większość eksperymentów, oparta na koncepcji Alamgira, Lienharda i Treli [22], dotyczy przepływów

z początkową zerową prędkością. Mogą pojawić się nowe „egzotyczne” mechanizmy przepływów, a przy ich zmianie nowe kryzysy przepływu. Z uwagi na okołokrytyczne warunki początkowe należałoby również rozpatrzeć radiacyjny transport ciepła, jako mechanizm konkurujący z przewodzeniem i transportem konwekcyjnym.

We wszystkich trzech wyżej przedstawionych kategoriach przepływów z jednakową siłą występuje problem określenia miejsca (lub czasu, dla zagadnień niestacjonarnych), w którym model matematyczny musimy uzupełnić o nowe, dodatkowe równanie opisujące ewolucję drugiej, najczęściej zdyspergowanej fazy. Z punktu widzenia kompletności modelu fizycznego ważnym jest również określenie punktu, gdzie równania te powinny się „wylączyć”. Chociaż w naszych eksperymentach, pomyślanych jedynie dla obserwacji początku *flashingu*, takie sytuacje nie występują, to mogą mieć miejsce w rzeczywistych urządzeniach. W dotychczasowej praktyce zagadnienie to rozwiązywano używając jednego z dwóch możliwych podejść modelowych. Traktowano bowiem inicjację *flashingu* jako:

- zlokalizowaną strefę *flashingu* z eksperymentalnie ustalonymi miejscami i warunkami jego zaistnienia

lub jako:

- rozmytą strefę *flashingu*, do opisu której próbuje się wykorzystać niektóre elementy mikroskopowej teorii nukleacji.

W praktyce okazuje się jednak, że oba te podejścia wymagają znalezienia nowych współczynników konstytutywnych determinujących sam moment inicjacji *flashingu*. W obu podejściach owe nieznanne współczynniki konstytutywne (w większości są to dwa parametry wolne) określa się poprzez „ręczne” ich dopasowanie do istniejących, powtarzalnych eksperymentów.

Niniejsza praca dotyczy modelowania punktu inicjacji *flashingu* wyróżnionym dodatkowym równaniem korelacyjnym. Naszym głównym celem jest przedyskutowanie zasadności takiego równania korelacyjnego na inicjację *flashingu*, które nie będąc z góry ustaloną stałą, zezwalać będzie na ewolucję proggu inicjacyjnego w zależności od aktualnych warunków przepływu. Szczególnie interesuje nas korelacja o koniecznej, jak nam się wydaje, uniwersalności, mogąca objąć wszystkie trzy wyżej dyskutowane kategorie przepływu dwufazowego. Sądzymy, że niektóre fizyczne podstawy, o których będziemy mówić w następnym paragrafie, wspólne dla wszystkich kategorii, zezwalają na opracowanie scenariusza inicjacji *flashingu*, hipotetycznie uniwersalnego.

Praca podzielona jest na trzy główne części. W dwóch pierwszych zajmujemy się analizą istniejących rozwiązań i korelacji oraz wskazaniem ich ograniczeń. Z krytyki przeprowadzonej w dwóch pierwszych rozdziałach wyrasta propozycja modelu (rozdział 3) opisującego adiabatyczne przepływy z *flashingiem*. Obok korelacji na punkt inicjacji model ten zwraca uwagę na wyczerpujący opis nierównowagi termodynamicznej związanej z *flashingiem*.

Udział nierównowagi termodynamicznej Rozważane w niniejszej pracy przejścia fazowe pierwszego rodzaju należą do najtrudniejszych zadań współczesnej teorii pola. Przychodzi tu na myśl wypowiedź Maurycego Goldhabera, który określa fizykę jako dyscyplinę odkrywającą nowe rzeczy w starych miejscach, a chemię jako odkrywającą stare rzeczy w nowych miejscach. Parafrazując tę wypowiedź można dodać, iż fizyka przejść fazowych to odkrywanie nowych rzeczy w nowych miejscach.

Dwie cechy wyróżniają przejścia fazowe pierwszego rodzaju, a mianowicie ciepło ukryte przemiany fazowej oraz towarzyszący przemianie skok w objętości właściwej. Dla przemiany martenzytycznej w stali wynoszą one odpowiednio 203 cal/mol i 2.5%, dla przemiany wody w parę 2670 kJ/kg i 98%, odpowiednio. Przejścia fazowe nie wykazujące ciepła ukrytego przemiany fazowej zalicza się z powodów historycznych do przejść drugiego rodzaju.

Jednakże przejścia fazowe w cieczach nie zawsze zachodzą w warunkach równowagi termodynamicznej. Na przykład woda poddana ciśnieniu atmosferycznemu może występować w przechłodzonym (do -15°C) lub przegrzanym stanie (do 300°C). Bierze się to stąd, że nukleacja nowej fazy, w przejściach pierwszego rodzaju, wymaga pokonania pewnej bariery energetycznej. Bariery te w praktyce bywają często obniżone dzięki pojawieniu się obcych, gotowych zarodków. Powszechnie znanym przykładem takiej nukleacji jest ślad na niebie pozostawiony przez lecący na dużej wysokości samolot odrzutowy. W przypadku „czystych” cieczy rolę takiego zarodka może pełnić przypadkowe (ale na poziomie molekularnym zdeterminowane) rozrzedzenie się molekuł cieczy. Teorię tego rodzaju zarodki nazwał jej twórca J. W. Gibbs teorią fluktuacji termodynamicznych. Mówi ona, że jeśli ciecz znajduje się w stanie metastabilnym to wcześniej czy później, niezależnie od wewnętrznych barier energetycznych przejdzie ona w stan równowagi. Uaktywnienie procesu powstawania nowej fazy wymaga energii na utworzenie, na wskutek fluktuacji, zarodka o wymiarach nie mniejszych niż pewien wymiar krytyczny. Zarodek ten powstaje kosztem starej fazy, tzn. konsumując ciepło zmagazynowane w postaci przegrzania lub przechłodzenia oraz jako budulca – materię.

Kluczowym elementem modelu nukleacji Gibbsa są dwa charakterystyczne czasy: τ_J – średni czas oczekiwania przypadający na jednostkę objętości (najczęściej cm^3), na utworzenie się w stanie metastabilnym co najmniej krytycznej wielkości zarodka. Z obserwacji wynika [28], że czas ten jest mniejszy dla stanów, które „mocniej weszły” w obszar metastabilności położony między binodałą a spinodałą. Odwrotność $\tau_J^{-1} \equiv J$ [zarodzi/ cm^3s] jest prędkością zmiany populacji zarodki i wynosi dla wody od 10^2 do 10^{22} . Prędkość J opisywana jest klasycznym wzorem Gibbsa

$$J = J_0 \exp(-W/k_B T_l),$$

w którym W jest energią (pracą) potrzebną na utworzenie krytycznego zarodka. W praktyce energia ta czerpana jest z przegrzania (lub przechłodzenia w przypadku krystalizacji) cieczy.

Drugim czasem charakterystycznym, wg Gibbsa, jest czas τ_G wzrostu pęcherzyka, determinowany najczęściej poprzez warunki wymiany ciepła. Jednakże

skończone przewodnictwo cieplne (propagacja frontu ciepła przegrzania przebiega z prędkością drugiego dźwięku, który dla wody wynosi ~ 2000 m/s) może wywołać efekt cieplnego nieprzystosowania polegającego na tym, że woda otaczająca pęcherz nie doprowadza natychmiastowo ciepła parowania do zarodzi, w wyniku czego temperatura pary jest niższa, a prędkość wzrostu jest zahamowana. W efekcie finalnym następuje również zmniejszenie częstotliwości nukleacji oraz zmiana profilu przegrzania.

Zauważmy również, iż parametry sterujące (sprawcze) w modelu nukleacji Gibbsa, takie jak energia aktywacji W , promień krytyczny, pochodzą niejako z zewnątrz. Wyznaczone są w oparciu o informacje o głębokości „wejścia” w stan metastabilny. W literaturze przedmiotu brak jest, jak dotychczas, związku między głębokością wejścia w stan metastabilny a makroskopowymi parametrami przepływu.

Podstawową hipotezą, jaką stawiamy w naszej pracy, jest hipoteza o tym, iż konieczne jest nowe równanie korelacyjne określające zależność dostępnych parametrów przepływu takich jak temperatura i ciśnienie oraz ich prędkości i gradienty przestrzenne z głębokością zachodzenia w obszar metastabilny. Ta będzie już z kolei determinowała pracę aktywacji i wielkość krytycznych zarodzi oraz szybkość ich wzrostu. Owe pożądane równanie korelacyjne może być stawiane albo na progowe wartości przegrzania $\Delta T_{fi}(z)$ albo na progową wartość ciśnienia $p_{fi}(z)$. Przykładowy przebieg zmienności ciśnienia rzeczywistego $p(z)$ i ciśnienia progowego p_{fi} pokazano na rys. 3. (p. 1.4). W punkcie, w którym rzeczywiste przegrzanie w cieczy osiąga wartość przegrzania progowego następuje jedna z form nukleacji i wzrost nowej fazy.

Funkcja korelacyjna $\Delta T_{fi}(z)$ (lub $p_{fi}(z)$) jest definiowana jako funkcja empiryczna. Oznacza to, że obok głównej siły sprawczej jaką jest prędkość zmiany ciśnienia, będzie ona zawierać nieznanne współczynniki, które pozostają do ustalenia poprzez dopasowanie do rezultatów powtarzalnych eksperymentów. Problem postawienia właściwej formy równania korelacyjnego nie jest jednak błahy. Związanie głębokości wejścia w stan metastabilny z parametrami makroskopowymi przepływu może wymagać od tych ostatnich mniej trywialnych informacji. Może się zdarzyć taka sytuacja, w której makroskopowy model przepływu dwufazowego (z uwagi np. na swoją ubogość) takich informacji nie będzie w stanie dostarczyć. Toteż nadal otwartym pozostaje problem samouzgodnienia modelu matematycznego przepływu ze złożonością fizyczną procesu *flashingu*.

1. Zlokalizowana strefa *flashingu*

1.1. Stałe wartości progowe

Stała wartość ciśnienia progowego Przepływ cieczy w kanałach i dyszach, niezależnie od tego czy na wlocie jest to ciecz nasycona, przechłodzona czy dwufazowa, na ogół przebiega w warunkach pewnego spadku ciśnienia spowodowanego siłami tarcia, bezwładności czy siłami oddającymi zmianę geometrii (ten

ostatni czynnik występuje tylko w modelach jednowymiarowych). Ciecz przechłodzona, w miarę spadku ciśnienia wzdłuż osi kanału i osiągnięcia punktu nasycenia $p(z_{sat}) = p_{sat}(T_0)$, staje się cieczą metastabilną. W pierwszych modelach obliczeniowych używanych w kodach typu TRAC i RELAP 5 założono, że produkcja pary rozpoczyna się już w punkcie z_{sat} [32]. Duże różnice w obliczonych i pomierzonych prędkościach masowych, sięgające nawet 40%, zwróciły uwagę na konieczność modelowania pewnego opóźnienia w początku *flashingu* w stosunku do punktu z_{sat} . Lackme [21] przyjął następującą korelację na stałe ciśnienie progowe *flashingu* zakładając, że wystarczające przegrzanie występuje już przy $0.95p_{sat}$

$$p_{fi} = kp_{sat}(T_0), \quad k \equiv 0.95. \quad (1.1)$$

Inną, również stałą, wartość testuje Dobran [13] w korelacji

$$p_{fi} = p_{sat}(T_0) - C\sigma^{1.5}(T_0/T_c)^{13.75}/k_B T_c, \quad (1.2)$$

w której $C = 0.08$. Niestety brak jest bliższych danych na temat poprawności i skuteczności tych korelacji, zwłaszcza przy wyznaczaniu punktu z_{fi} .

Stałe przegrzanie progowe Ponieważ w szeregu eksperymentach obserwowano początek produkcji pary przy przegrzaniach wahających się od 2 do 5°C przyjęto więc uważać te wartości za progowe wartości punktu inicjującego *flashing* [12, 15]. Tym samym przypisuje się inicjacji cechy stałe, oderwane od warunków aktualnie panujących w przepływie, takich jak temperatura, ciśnienie, gradient temperatury czy prędkość zmiany ciśnienia. Zwłaszcza te dwa ostatnie parametry silnie rzutują na progowe wartości przegrzania i należy je uwzględniać nawet w empirycznych korelacjach. Przykład wpływu gradientu temperatury na przegrzanie progowe rozpatrywany przez Lifszica i Gulida [23] wskazuje, że nawet niewielki spadek temperatury wzdłuż kanału (10°C) spowodował obniżenie przegrzania progowego o 2°C.

1.2. Korelacja Alamgira i Lienharda

Formuła na ciśnienie nierównowagowe Bardzo duży postęp w pracach nad punktem inicjacji *flashingu* dokonał się za sprawą Lienharda, Alamgira i Treli [22]. Prowadzili oni eksperymenty z gwałtownym otwarciem rury wypełnionej gorącą wodą pod wysokim ciśnieniem, przekraczającym ciśnienie nasycenia (w danej temperaturze). Przebieg zmian ciśnienia w czasie, po otwarciu rury okazał się silnie zależny od temperatury początkowej wody, przy czym im była ona wyższa, tym wyższe obserwowano ciśnienie statyczne, jednakże większy był spadek ciśnienia poniżej ciśnienia nasycenia. Sugerowało to, że na wielkość finalnego przegrzania wody wywiera wpływ jej początkowe przechłodzenie. Stwierdzono ponadto zależność ciśnienia statycznego, ustalającego się na stałym poziomie, od prędkości dekompresji, czyli szybkości zmian ciśnienia w czasie dp/dt . Na podstawie poczynionych obserwacji Alamgir i Lienhard [3] podali zależność na ciśnienie inicjacji

flashingu w formie:

$$p_{sat} - p_{fi} = 0.252\sigma^{3/2} T_r^{13.73} (1 + 14\Sigma^{0.8})^{1/2} (k_B T_c)^{1/2} (1 - \nu_l/\nu_v)^{-1}, \quad (1.3)$$

gdzie T_r oznacza zredukowaną temperaturę początkową, określoną jako $T_r = T_0/T_c$, Σ – prędkość dekompresji.

Wartość przegrzania odpowiada ściśle określonej wartości spadku ciśnienia poniżej ciśnienia nasycenia (*pressure undershoot*) i wielkości te mogą być używane zamiennie. Z korelacji (1.3) wynika, że im większa jest prędkość dekompresji oraz wyższa temperatura cieczy, tym większe jest przegrzanie w punkcie początku *flashingu*. Oznacza to głębsze wejście w stan metastabilny, a co za tym idzie większą intensywność procesu odparowania (*flashing* pojawia się z większą siłą). Korelacja Alamgira i Lienharda została wyprowadzona w oparciu o klasyczną teorię nukleacji. Zakres jej stosowności określa przedział wartości

$$0.62 \leq T_r \leq 0.935$$

$$0.004 \leq \Sigma \leq 1.803 \text{ Matm/s,}$$

a średni błąd $\frac{p_{corr} - p_{exp}}{p_{sat} - p_{exp}}$ wynosi $\pm 10\%$.

Zmodyfikowana korelacja Bartaka Pewnej modyfikacji wzoru korelacyjnego Alamgira i Lienharda dokonał Bartak [6] opierając się na serii wyników z własnego eksperymentu. Przeprowadził on badania gwałtownej dekompresji wody w zakresie temperatur od 130 do 300°C oraz ciśnień początkowych od 8 do 12.5 MPa. Punktem wyjścia do rozważań była również teoria homogenicznej nukleacji, jednakże Bartak przyjął, po wprowadzeniu współczynnika heterogeniczności, zależności funkcyjne na T_0 i Σ . Zostały one podane w formie

$$\log f_1(T_0) = 11 - 0.0274T_0, \quad (1.4)$$

$$f_2(\Sigma) = 36\Sigma^{-0.37}, \quad (1.5)$$

a ich wartości są bezwymiarowe.

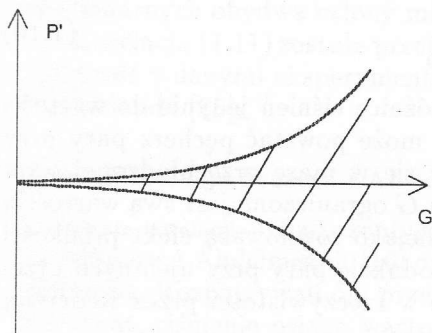
Wartość ciśnienia inicjacji *flashingu* może być obliczona z zależności:

$$p_{sat} - p_{fi} = 16\pi\sigma^{3/2} (3k_B T_0)^{-1/2} (1 - \nu_l/\nu_v)^{-1} f_1(T_0)^{-1/2} f_2(\Sigma)^{-1/2}. \quad (1.6)$$

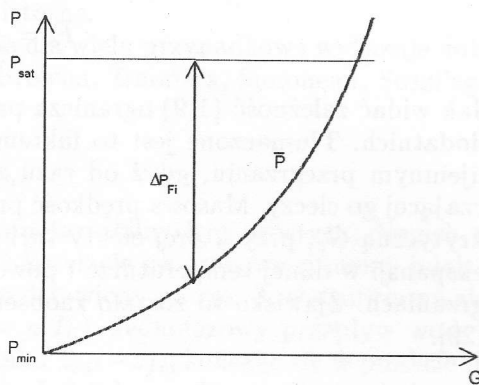
Ważność korelacji Bartaka zawarta jest w przedziale $100^\circ\text{C} \leq T_i \leq 310^\circ\text{C}$ oraz $400 \leq \Sigma \leq 200000 \text{ MPa/s}$. Przy dużych wartościach temperatur początkowych wody osiągane są duże przegrzania, a więc *flashing* jest wtedy intensywniejszy. Dla temperatur poniżej 200°C przegrzanie jest znikome i nierównowaga termodynamiczna jest tutaj do pominięcia. Woda znajduje się blisko linii nasycenia i cały proces przebiega w sposób zbliżony do równowagowego. Zauważono ponadto niewielki wpływ ciśnienia początkowego wody na wielkość progowego przegrzania. Decydujący wpływ wywiera jednak jej temperatura, która ponadto zwiększa gęstość zarodki nukleacji, co odbija się na początkowej wartości stopnia zapełnienia i dalszej produkcji pary. Wyniki te korespondują z wcześniejszymi rezultatami Isaeva i Pavlova [17].

1.3. Korelacja Jonesa

Ciśnienie nierównowagowe w przepływie Bardziej ogólnym jest przypadek cieczy znajdującej się w przepływie, kiedy mamy do czynienia z rozwiniętą turbulencją. Wtedy to stan cieczy w punkcie inicjacji *flashingu* może być określony poprzez turbulentne fluktuacje ciśnienia. W przypadku cieczy w spoczynku poddanej gwałtownej dekompresji mało prawdopodobne jest, aby turbulencja miała czas w pełni się rozwinąć. Dlatego też jej wpływ jest niezauważalny, a wartość progowego ciśnienia *flashingu* określona jest poprzez temperaturę i szybkość ekspansji. Dodatkowy wpływ turbulencji ujawnia się przy większych liczbach Reynoldsa i wtedy stan cieczy jest funkcją dodatkowego czynnika – fluktuacji ciśnienia p' . Przyjmuje się, że wielkość tych fluktuacji jest funkcją masywej prędkości cieczy G , jak to pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Wykres fluktuacji ciśnienia w funkcji masywej prędkości przepływu



Rys. 2. Jakościowy wpływ fluktuacji ciśnienia na ciśnienie progowe w punkcie *flashingu*

Ruch masy cieczy powoduje, że rzeczywiste minimalne ciśnienie jest niższe od średniej wartości mierzonej, a więc większa jest tym samym rzeczywista różnica między ciśnieniem nasycenia a progowym ciśnieniem *flashingu*. Sytuację taką obrazuje rys. 2. Ruch cieczy i związane z nim fluktuacje ciśnienia niejako obniżają wymagany próg do zapoczątkowania procesu odparowania. Można więc zapisać to w postaci

$$\Delta p_{fi} = \Delta p_{fi0} - \text{Max}|p'|. \quad (1.7)$$

Próg ten może być również obniżony poprzez istnienie w cieczy rozpuszczonych gazów lub wcześniej istniejących zarodków.

Wzór korelacyjny Jonesa Ciśnienie inicjacji *flashingu* może być określone z zależności (1.7), po dokonaniu pewnych założeń. Mianowicie zakłada się, że przebieg zmian fluktuacji ciśnienia ma charakter zgodny z przebiegiem zmian energii kinetycznej cieczy, a za ten odpowiadają składowe przestrzenne prędkości. Dla

przypadku przepływu jednowymiarowego maksimum fluktuacji ciśnienia określa wzór:

$$\text{Max}|p'| = 27 \left(\frac{\bar{w}'^2}{w^2} \right) \frac{G^2}{2\rho_l}, \quad (1.8)$$

gdzie: w' – składowa prędkości w kierunku osi z , w – średnia prędkość przepływu. Stosunek ten przyjmuje się jako zależny od liczby Reynoldsa.

Wzór korelacyjny Jonesa [18], określający ciśnienie inicjacji *flashingu*, podany został w formie bezwymiarowej

$$\Delta p_{fi}^* = \text{Max} \begin{cases} 0; \\ 1 - 27 \left(\frac{\bar{w}'^2}{w^2} \right) F_i, \end{cases} \quad (1.9)$$

gdzie: F_i – tzw. indeks *flashingu*

$$F_i = \frac{G^2}{2\rho_l \Delta p_{fi0}}. \quad (1.10)$$

Jak widać zależność (1.9) ogranicza progową różnicę ciśnień jedynie do wartości dodatnich. Tłumaczone jest to faktem, że nie może powstać pęcherz pary przy ujemnym przegrzaniu, gdyż od razu zapadłby się w masę przechłodzonej, otaczającej go cieczy. Masowa prędkość przepływu G ograniczona jest swą wartością krytyczną G_c , przy której efekty turbulencji niejako równoważą efekt prędkości ekspansji w danej temperaturze i powodują produkcję pary przy ujemnych przegrzaniach. Zjawisko to zostało zaobserwowane w rzeczywistości przez Reocreux [29].

Modyfikacja korelacji przez Abuafa, Jonesa i Wu Korelacje Alamgira, Lienharda oraz Bartaka określają progowe przegrzanie (czy też równoważną mu progową wartość ciśnienia) w punkcie inicjacji *flashingu*, w przypadku gdy spoczywająca ciecz ulega gwałtownej dekompresji i znane jest położenie tego punktu. Wielkość tego przegrzania jest wtedy wyłącznie funkcją temperatury początkowej cieczy oraz szybkości ekspansji. W przypadku, gdy mamy do czynienia z ekspandującą cieczą w przepływie z pomocą idzie nam korelacja Jonesa, która uwzględnia dodatkowe efekty turbulencji związane z fluktuacjami ciśnienia. Progowe przegrzanie jest wtedy nieco mniejsze i *flashing* pojawia się wcześniej, gdyż obecność turbulencji sprzyja pojawianiu się pęcherzy pary. Wzór korelacyjny Jonesa ogranicza się jednak do przepływu przez kanały proste. Rozszerzeniem korelacji Jonesa na przepływy przez dysze jest korelacja Abuafa, Jonesa, Wu [1]. Jej idea wyrasta z faktu, że w przepływach przez dysze zbieżne intensywność turbulencji jest zredukowana i jej działanie jest słabsze niż w kanałach prostych. Modyfikacja wzoru Jonesa polega na wprowadzeniu dodatkowego czynnika odpowiadającego za zmianę geometrii kanału i staje się on wtedy wrażliwy na zmiany przekroju poprzecznego. Wzór korelacyjny przyjmuje wtedy postać:

$$\Delta p_{fi}^* = \text{Max} \begin{cases} 0; \\ 1 - 27 \left(\frac{\bar{w}'^2}{w^2} \right) \left(\frac{A}{A_0} \right)^n F_i, \end{cases} \quad (1.11)$$

gdzie wartość wykładnika n określono empirycznie

$$n = \begin{cases} 1.75, & \text{gdy } A/A_0 \geq 1:6; \\ 1.4, & \text{gdy } A/A_0 < 1:6. \end{cases} \quad (1.12)$$

Prędkość dekompresji określona przez Alamgira i Lienharda jako dp/dt , w przypadku płynu poruszającego się z prędkością w , powinna być zapisana w postaci

$$\Sigma = \frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (1.13)$$

gdzie pierwszy człon określa statyczną prędkość dekompresji, zaś człon drugi reprezentuje dodatkową konwekcyjną prędkość spadku ciśnienia. Dla przepływu stacjonarnego przez dysze istnieje tylko ten drugi, podczas gdy w przepływach niestacjonarnych obydwa człony mogą być istotne.

Korelacja (1.11) została przetestowana dla wielu przypadków i wykazuje dobrą zgodność z danymi eksperymentalnymi Browna, Zimmera, Simoneau, Sozzi'ego i Sutherlanda [35].

1.4. Korelacja Frasera i Abdelmessiha

Założenia korelacji Dla przepływu cieczy metastabilnych w prostych, długich rurach Fraser i Abdelmessih [16] opracowali korelację na progowe ciśnienie inicjacji *flashingu*. Rozpatrywali oni przepływ przedstawiony na rys. 3, w którym na skutek strat, ciśnienie osiąga wartość $p_{sat} = p(T_0)$. Jednofazowy przepływ wody w stanie metastabilnym odbywa się na odcinku $z_{sat} - z_{fi}$, kończąc się w punkcie inicjacji *flashingu* z_{fi} . Punkt ten wyznaczony jest jako punkt przecięcia się krzywej ciśnienia z krzywą korelacyjną ciśnienia progowego *flashingu* określoną jako:

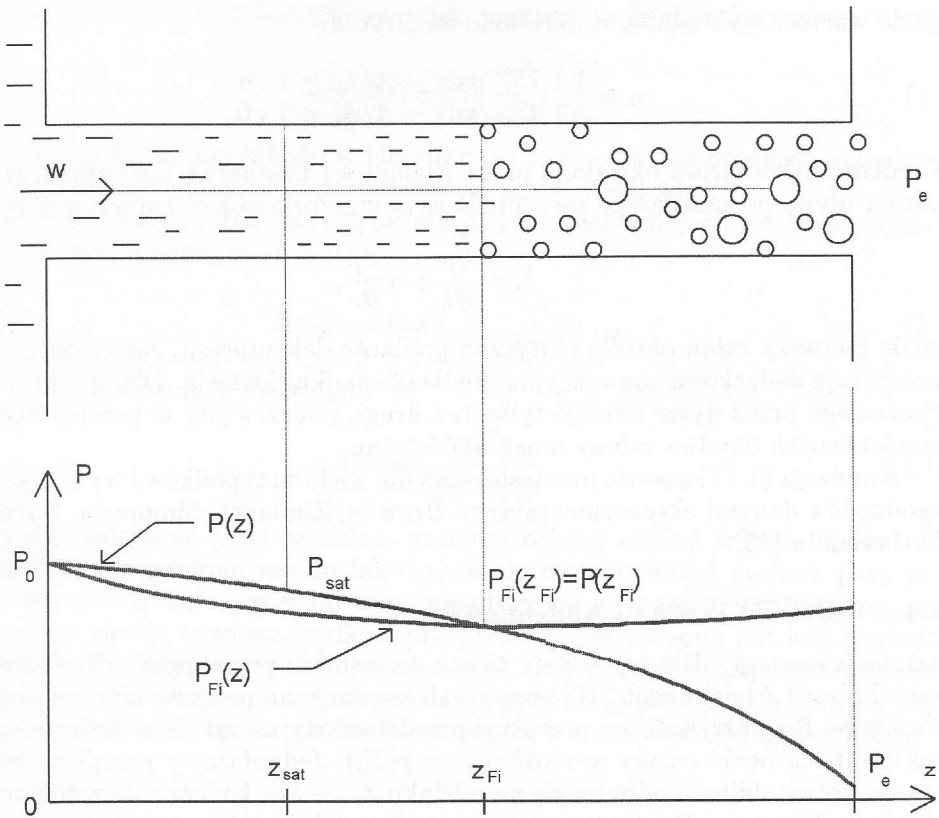
$$p_{fi}(z) = p_0 - 0.5\rho_0 z^2 w(1 + K_{fi} + fz/D). \quad (1.14)$$

Zakładając, że przepływ na odcinku $z = 0 \div z = z_{fi}$ jest izotermiczny i korzystając z (1.14) mamy wartość przegrzania progowego jako

$$\Delta T_c = T_0 - T_{sat}(p_{fi}). \quad (1.15)$$

Dodajmy, że wielkość tego progowego przegrzania determinuje wielkość krytycznych promieni pęcherzy oraz początkową prędkość ich wzrostu. We wszystkich punktach położonych na prawo od z_{fi} przegrzanie będzie większe od progowego, toteż zarodzie pęcherzy tam tworzonych będą miały promienie krytyczne (początkowe) większe niż pęcherze powstałe w punkcie z_{fi} . Oprócz świeżo utworzonych zarodzi, w tym punkcie osi kanału (mamy na myśli model jednowymiarowy) znajdować się będą inne, starsze pęcherze utworzone we wcześniejszych punktach o rozwiniętej objętości. Może zdarzyć się sytuacja, w której pęcherze powstałe w punkcie z_{fi} , z uwagi na najdłuższy czas przebywania w przepływie będą miały największe wymiary.

W powyższym wzorze $K_{fi} \equiv 0.5$ jest współczynnikiem korekcyjnym kształtu



Rys. 3. Przebieg zmian ciśnienia rzeczywistego i ciśnienia progowego *flashingu* wzdłuż kanału o stałym przekroju

wlotu, $w(z)$ – jest prędkością przepływu, zaś f jest tzw. współczynnikiem tarcia wyliczanym z empirycznego wzoru Colebrooka

$$f^{-1/2} + 4 \log_{10} \left[\frac{2\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{Re f^{1/2}} \right] = 3.43 \quad (1.16)$$

ważnym dla $Re > 4000$ oraz względnej chropowatości ścianek kanału $\varepsilon/D \equiv 10^{-4}$.

Wyniki testów Powyższa korelacja (1.14) została przetestowana dla przepływu, w którym $\Delta p_{max} = 470$ kPa, geometria kanału wahała się w przedziale $124 \leq L/D \leq 302$ i temperatur wlotowych $T_0 = 115, 120, 126, 132^\circ\text{C}$. Uzyskane krytyczne gęstości strumienia masy sięgają $G = 10000$ kg/m²s. Zbadano również wpływ progowego przegrzania ΔT_c na krytyczną gęstość strumienia masy G_c . Ogólnie biorąc, większe prędkości masowe osiągnęte są dla mniejszych progowych

przegrzań. Co więcej, korelacja (1.14) dopuszcza istnienie ujemnego przegrzania progowego ΔT_c , dla którego, jak wynika z pomiarów, krytyczna prędkość przepływu G_c jest ekstremalna. Taka możliwość została zauważona już przez Reocreux [29].

1.5. Korelacje na czas relaksacji θ

Półempiryczna korelacja Bilickiego, Kestina i Pratta Nierównowagowe modele przepływów dwufazowych zakładają istnienie w przepływie nierównowagi termodynamicznej, mechanicznej bądź też chemicznej. Jednym z takich modeli jest relaksacyjny model Bilickiego i Kestina [8] (HRM), w którym nierównowaga termodynamiczna manifestowana jest czwartym, relaksacyjnym równaniem produkcji pary. Równanie to opisuje prędkość, z jaką nierównowagowy stopień suchości x dąży do swej wartości równowagowej i brzmi ono:

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{x - \bar{x}}{w\theta}, \quad (1.17)$$

gdzie θ jest czasem relaksacji, a w – prędkością przepływu.

Konsekwencją wprowadzenia tego równania jest konieczność określenia charakterystycznego czasu θ , który opisuje czas trwania procesu relaksacji, czyli osiągnięcia stanu równowagi. Próbę określenia zależności na czas relaksacji podjęli autorzy modelu HRM przy współpracy Pratta [9]. Wykorzystali oni odwrotną procedurę obliczania x . Znając z eksperymentu rozkład stopnia zapelnienia $\alpha(z)$ wzdłuż kanału oraz eliminując stopień suchości x równaniem $x = \alpha v/v_v$, czas relaksacji θ można określić z równania (1.17) jako:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{w}{\Delta(x - \bar{x})} \left(\Delta \gamma_1 \frac{d\alpha}{dz} + \gamma_2 \frac{dv}{dz} + \gamma_3 \frac{dp}{dz} \right), \quad (1.18)$$

$$\text{gdzie: } \gamma_1 = \frac{v}{v_v}, \quad (1.19)$$

$$\gamma_2 = \frac{\alpha}{v_v}, \quad (1.20)$$

$$\gamma_3 = \frac{\alpha v}{v_v^2} \frac{dv_v}{dp}, \quad (1.21)$$

$$\Delta = \left(\frac{\partial h}{\partial v} \right)_{p,x} + \rho^2 w^2 \left[v - \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_{v,x} \right], \quad (1.22)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = \Delta. \quad (1.23)$$

Równowagowy stopień suchości określony jest poprzez wartości entalpii równaniem

$$\bar{x} = \frac{h - h_l}{h_v - h_l}, \quad (1.24)$$

w którym h oznacza entalpię mieszaniny, a indeksy l i v odnoszą się odpowiednio do wody i pary i dotyczą wartości w stanie nasycenia. Równanie korelacyjne (1.18) zostało przetestowane na modelu relaksacyjnym przy obliczaniu krytycznych prędkości przepływu i wykazało dobrą zgodność z wynikami eksperymentu *Moby Dick* (przebiegi 400, 401 i 402). Prędkości krytyczne przepływu obliczone z modelu równowagowego (HEM) oraz modelu z poślizgiem (*slip model*) okazały się być niższe niż w rzeczywistości, co potwierdziło lepszą skuteczność modelu relaksacyjnego oraz poprawność wzoru (1.18)

Empiryczne korelacje Bauera i Zapolskiego W komputerowym kodzie obliczeniowym CLYSTERE, rozwiązującym model relaksacyjny HRM, do określenia czasu relaksacyjnego θ wykorzystano korelację Bauera [7] podaną w postaci:

$$\theta = 660p^{-0.506}w^{-1.89}\alpha^{-0.954}. \quad (1.25)$$

Bieżąca wartość czasu θ obliczana jest tu na podstawie aktualnych wartości ciśnienia p , prędkości w oraz stopnia zapełnienia α . Wzór (1.25) ważny jest w przedziale prędkości przepływu $5 < w < 54$ m/s oraz stopnia zapełnienia $0.01 < \alpha < 0.96$.

Korelacja Bauera okazała się jednak nieprzydatna przy obliczaniu rozkładów ciśnienia otrzymanych w eksperymencie *Moby Dick*. W wyniku krytyki wzoru Bauera, Zapolski i in. [14] podjęli własną próbę określenia lokalnego czasu relaksacji. Oparli się oni na wynikach pomiarów krytycznych prędkości przepływu oraz ich zależności od ciśnienia i stopnia zapełnienia. Korelacja przez nich zaproponowana brzmi:

$$\theta = \theta_0\alpha^{-0.257}\Phi^{-2.24}, \quad (1.26)$$

gdzie stała $\theta_0 = 6.51 \cdot 10^{-4}$ ma wymiar czasu w sekundach.

Wzór (1.26) powstał w wyniku aproksymacji zlogarytmowanych wartości θ , α , i Φ metodą najmniejszych kwadratów. Wartości θ obliczane były z równania relaksacyjnego (1.17), zaś α brane było z pomiarów (*Moby Dick*). Współczynnik Φ określa względny spadek ciśnienia i obliczany był ze wzoru:

$$\Phi = \frac{p_s - p}{p_s}. \quad (1.27)$$

Korelacja (1.26) podaje zależność czasu relaksacji wyłącznie od wielkości termodynamicznych (p , α), w odróżnieniu od wzoru (1.25), który zawiera prędkość w nie będącą wielkością termodynamiczną. Wartości czasu relaksacji obliczone wzorem (1.26) przybierały wartości od 1s, w początku *flashingu*, do 0.01s dla większych stopni zapełnienia. Zaobserwowano zmianę charakteru krzywej $\theta(\alpha)$ w pobliżu wartości $\theta = 0.1s$, co odpowiada stopniowi zapełnienia $\alpha = 0.25$. W tym punkcie zachodzi najprawdopodobniej zmiana charakteru przepływu z pęcherzykowego w korkowy, co daje w wyniku gwałtowny wzrost powierzchni międzyfazowej, sprzyjający szybszemu odparowaniu cieczy.

Różniczkowa korelacja Bilickiego i Kwidzińskiego Oryginalną i jakościowo nową drogę określania czasu relaksacji θ zaproponowali w swej pracy Bilicki i Kwidziński [10]. Opierając się na równaniu Scrivena, podjęli próbę analitycznego wyznaczenia czasu relaksacji, związanego z parowaniem cieczy w ośrodku dwufazowym. Równanie to, opisujące dynamikę wzrostu kulistego pęcherzyka, zanurzonego w jednorodnej cieczy, wykorzystane zostało do wyznaczenia pola temperatury wokół bąbla parowego. Jego rozwiązanie zostało podane w postaci:

$$T_l(s) = T_\infty - A_1 \int_s^\infty \frac{1}{\zeta^2} \exp \left[-\zeta^2 - 2 \frac{\varepsilon \beta^3}{\zeta} \right] d\zeta, \quad (1.28)$$

gdzie s jest bezwymiarowym parametrem zdefiniowanym zależnością:

$$s = \frac{r}{2(a_l t)^{1/2}}, \quad (1.29)$$

w której przez a_l oznaczono współczynnik dyfuzyjności cieplnej cieczy.

W równaniu (1.28) β jest wartością parametru s na granicy pęcherzyka $\beta = s(R, t)$; A_1 zaś stałą całkowania obliczaną z zależności:

$$A_1 = \frac{2\rho_v h_{lv}}{\rho_l c_{pl}} \beta^3 \exp(\beta^2 + 2\varepsilon\beta^2). \quad (1.30)$$

Po określeniu wartości parametru β oraz stałej A_1 można z równania (1.28) obliczyć rozkład temperatury przegrzania $\Delta T(s) = T_l(s) - T_s$. Dla wybranej chwili t funkcję $T(s)$ można przekształcić w funkcję $\Delta T(r)$, korzystając z zależności (1.29). Czas relaksacyjny, związany ze wzrostem pęcherzyka, wyznacza się w oparciu o przebieg zmienności w czasie temperatury średniej \bar{T}_l , w wybranym otoczeniu pęcherzyka, które jest kulą o promieniu $r_k > R_0$. Temperatura średnia w rozpatrywanym obszarze jest funkcją czasu określoną w następujący sposób:

$$\bar{T}_l(t) = \frac{4\pi}{V_l(t)} \int_{R(t)}^{r_k} r^2 T_l(r) dr, \quad (1.31)$$

gdzie

$$V_l(t) = \frac{4}{3}\pi(r_k^3 - R^3(t))T_l(r) dr \quad (1.32)$$

jest chwilową objętością cieczy w otoczeniu o promieniu r_k . Całkowity spadek temperatury średniej jest równy przegrzaniu cieczy. Wobec tego czas relaksacji jest równy czasowi potrzebnemu na obniżenie się temperatury średniej do wartości:

$$\bar{T}_l(\theta) = T_s + \Delta T_0 e^{-1} \approx T_s + 0.368 \Delta T_0. \quad (1.33)$$

Przeprowadzone kalkulacje numeryczne wykazały zależność czasu relaksacji od początkowego przegrzania cieczy oraz początkowego stopnia zapelnienia. Zbadano również wpływ turbulencji, która zwiększa dyfuzyjność cieplną cieczy α_l

powodując skrócenie czasu relaksacji. Zwrócono również uwagę, że czas relaksacji otrzymany z eksperymentu *Moby Dick*, używany do porównań, związany jest z ewolucją nierównowagowego stopnia suchości, natomiast czas relaksacji wynikający z rozważanej tutaj teorii dotyczy ewolucji temperatury. Jednakże te dwa czasy są proporcjonalne względem siebie i można przyjąć, że ich wartości są tego samego rzędu. Potwierdza to porównanie wyników obliczeń z przebiegiem 400 wspomnianego eksperymentu. Obliczenia θ wykonano w gardle dyszy i wyniki porównano z rzeczywistym $\theta(z)$ wzdłuż kanału.

2. Rozmyta strefa *flashingu*

2.1. Koncepcja hetero- i homogenicznej nukleacji w modelowaniu produkcji pary

Fizyka procesu *flashingu* Przechodzimy teraz do przedyskutowania drugiego podejścia do fenomenologicznego opisu zjawiska odparowania rozprężnego (*flashingu*). Podejście to charakteryzuje sposób myślenia zaczerpnięty z klasycznych teorii homo- i heterogenicznej nukleacji. Sprowadza się on najczęściej do określenia objętościowej produkcji pary Γ_v poprzez mikroskopowe parametry definiowane i wprowadzane w teorii nukleacji, takie jak: promień krytyczny zarodki, praca wytworzenia zarodki, populacja zarodki z zerową ilością molekuł, temperatura krytyczna zarodki itp. Główna przeszkoda w gładkim przeniesieniu informacji mikroskopowych na poziom makroskopowy (fenomenologiczny) zasadza się w praktycznej niemożności określenia zmienności mikroskopowych pól wokół powstającego pęcherza, zwłaszcza w sytuacji, gdy dysponujemy tylko polami makroskopowymi. Stąd też konieczne są dalsze zręczne uproszczenia prowadzące do modeli spójnych z makroskopowego (poziom fenomenologiczny), czy wręcz inżynierskiego (poziom integralny urządzenia) punktu widzenia.

Atrakcyjność prezentowanych w rozdziale 2. modeli bierze się z nadziei jaką daje zastosowanie ścisłych, potwierdzonych fizycznie modeli nukleacji do miejsc, w których opis fenomenologiczny zawodzi. Próbując ocenić ich podstawowe walory zauważmy jednak, że w zamian za makroskopową użyteczność modele nukleacji utraciły swoją mikroskopową poprawność. Przejawem tego stanu rzeczy jest obecność niemal we wszystkich formułach na Γ_v co najmniej dwu wolnych parametrów, które wbrew ich mikroskopowej naturze ustala się poprzez fenomenologiczne dopasowanie.

Niewątpliwą zaletą prezentowanych w tym rozdziale modeli jest jednakże ominięcie konieczności stawiania równań domknięcia na punkt inicjacji *flashingu*. Punkt inicjacji, w tego typu modelach, jest raczej strefą nukleacji, najpierw hetero- a później homogenicznej, rozpoczynającą się w momencie spadku ciśnienia do ciśnienia nasycenia.

Pionierskie prace Malnesa oraz Rohatgi'ego i Reshotko Nim przejdziemy do omówienia w rozdziale 2. modeli bardziej zaawansowanych przedstawmy dwa starsze

modele mające jednakże duży wpływ na rozwój tego kierunku badań. Pierwszy zawarty jest w pracy Malnesa [26], w której proponuje się następującą półempiryczną formułę:

$$\Gamma_v = (R_0 \frac{\rho_v}{\rho_l} F + R_1) \frac{c_p \lambda g \rho_l}{h_{lv}^2} [\alpha(1 - \alpha)^{1/3} \Delta T^2] \quad (2.1)$$

wyrażającą uproszczony model heterogenicznej nukleacji rozpoznawalny w obecności dwóch bezwymiarowych stałych R_0 i R_1 oraz parametru F równego

$$F = \begin{cases} 1 - 2\alpha, & \text{gd}y - \alpha < 0.5; \\ 0 & \text{gd}y - \alpha > 0.5. \end{cases} \quad (2.2)$$

W modelu tym równanie relaksacyjne

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Gamma_v}{\rho_m} \quad (2.3)$$

uruchamiane jest natychmiast po przekroczeniu ciśnienia nasycenia. Parametry R_0 i R_1 dopasowano w dziewięciu znanych eksperymentach i ustalono ich wartości na

$$R_0 = 7 \cdot 10^7, \quad R_1 = 2 \cdot 10^5. \quad (2.4)$$

Okazuje się, że model ten dobrze opisuje przepływy krytyczne dla eksperymentów Fauske'go, Zaloudka i Henry'ego dla różnych warunków wlotowych (przechłodzona, nasycona, dwufazowa ciecz z niewielkim dodatkiem obcego gazu).

Modelem trójrównaniowym, w którym równanie relaksacyjne (2.3) nie występuje, lecz mimo to zawierającym nierównowagową produkcję pary jest model Rohatgi'ego i Reshotko [30]. Wycalkowali oni *explicite* formuły na heterogeniczną produkcję pary, otrzymując w efekcie finalnym wyrażenie na „nierównowagowy stopień zapełnienia”

$$\alpha = FNQ \int_{z_0}^z \left\{ \frac{r_0 p_r^3}{p_{vl}^3} + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\ln(p_v/p_{vr})}{p_{vr} (\int_{z_2}^z u^{-1} dz)^{1/2}} \frac{dz_1}{u} \right\}^3 e^{\frac{-PF}{(p_v - p_l)^2}} [1 - \alpha(z_1)] \frac{dz_1}{u}, \quad (2.5)$$

w którym parametry FNQ i PF

$$FNQ = \frac{4\pi}{3} \frac{p_{vl}^6}{p_{ref}^3} \frac{\hat{A} \Sigma^{5/2}}{\beta^3 U_{ref}^{5/2}}, \quad BF = \frac{\hat{B}}{p_{ref}^2} \quad (2.6)$$

są odpowiednio miarą prędkości wzrostu pęcherza oraz progowym współczynnikiem aktywacji wzrostu. Zależą one od stałych \hat{A} i \hat{B} będących wolnymi parametrami modelu. Nierównowagowy stopień zapełnienia (2.5) definiuje gęstość mieszaniny $\rho_m = \rho_l(1 - \alpha) + \alpha\rho_v$ i inne parametry wchodzące do trzech równań bilansu. Dopasowania wolnych parametrów \hat{A} i \hat{B} dokonano na podstawie eksperymentu Simoneau dla dyszy zbieżno-rozbieżnej.

2.2. Różniczkowe równanie domknięcia Ardrona

Koncepcja modelu Oryginalne równanie domknięcia proponuje Ardron [4]. Zauważa on, że wzór na objętościową produkcję pary Γ_v , skonstruowany w oparciu o teorię nukleacji Volmira-Döringa, zawiera trudny do fenomenologicznego opisu, czasopodobny parametr τ mierzący czas życia pęcherzyka przechodzącego przez jakiś punkt przestrzeni. Parametr τ nie jest związany bezpośrednio z prędkością ciecży, mierzy on czas potrzebny na powstanie, wzrost i dopłynięcie pęcherza na pozycję obserwatora. Ardron proponuje wyrazić go w postaci następującego równania ewolucji

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{1}{w_v}, \quad (2.7)$$

gdzie w_v jest prędkością fazy gazowej. Zauważmy, iż jest to definicja poprawna również w sensie trójwymiarowym, bowiem wyraża związek między gradientem parametru τ , a wektorem prędkości w_v . Informacji o polu w_v dostarczyć nam może jedynie model dwupłynowy, toteż Ardron, obok równania różniczkowego domknięcia (2.7), proponuje sześć różniczkowych równań bilansu masy, pędu i energii. Tak więc z uwagi na procedurę obliczeniową model staje się siedmiorównaniowy z siedmioma podstawowymi niewiadomymi ($w_v, w_l, p, T_l, h, \varphi, \tau$).

Wzór na produkcję pary Formułę na prędkość produkcji pary $\Gamma_v(\tau, z)$ znajdując się dokonując sumy po wszystkich pęcherzykach przypadających na jednostkę objętości mieszaniny, które zdążyły rozwinąć się do czasu τ (*a priori* nieznanego)

$$\Gamma_v(\tau, z) = \rho_l h_w^{-1} \int_0^\tau \frac{dn_b}{d\tau'} (1 - \alpha(\tau')) q_{i,net}(\tau, \tau') 4\pi R_b^2(\tau, \tau') d\tau', \quad (2.8)$$

gdzie n_b jest gęstością zarodki, $q_{i,net}$ – strumieniem ciepła międzyfazowego kontrolującego wzrost pęcherza o średnim (zastępczym) promieniu R_b . Proponuje się zdefiniować je następująco:

$$\frac{dn_b}{d\tau} = n_s \bar{v} \exp \left\{ - \frac{\rho_v^2 h_{vl}^2 \ln \bar{v} \Delta T_c^2}{T_l^2 [p - p_{sat}(T_l)]^2} \right\}, \quad (2.9)$$

$$q_{i,net}(\tau, \tau') = k_l [\pi d_1 (\tau - \tau')]^{-0.5} [2\Delta T(\tau) - \Delta T(\tau')], \quad (2.10)$$

$$R_b(\tau, \tau') = R_b(\tau', \tau') + \frac{2k_l (\tau - \tau')^{0.5}}{3h_{vl} \rho_v (\pi d_l)^{0.5}} [2\Delta T(\tau) - \Delta T(\tau')]. \quad (2.11)$$

W zależnościach powyższych przez ΔT oznaczono przegrzanie ciecży, k_l, d_l oznaczają odpowiednio współczynniki przewodności i dyfuzyjności cieplnej. Zaznaczmy, że powyższe formuły są wyprowadzone dla przepływu ustalonego, tak więc rzeczywisty czas t w nich nie występuje.

Ustalenie strefy nukleacji O ile wzrost istniejących pęcherzy opisany równaniami (2.10) i (2.11) wymaga znajomości „historii” przegrzania w otoczeniu każdego pęcherzyka oraz znajomości parametru τ , to prędkość wzrostu populacji pęcherzy $dn_b/d\tau$ wymaga znajomości dwóch stałych n_s i ΔT_c , występujących w modelu jako parametry wolne. Stałe te określają odpowiednio początkową gęstość zarodki heterogenicznej nukleacji $n_s \sim 10^3/\text{kg}$ oraz progowe przegrzanie $\Delta T_c \sim 3^\circ\text{C}$ określające punkt inicjacji *flashingu*. Należy je rozumieć jako konieczne przegrzanie, jakie musi nastąpić w cieczy, aby właściwa nukleacja mogła mieć miejsce. Dodajmy, że nukleacja zaniknie wtedy, gdy rzeczywiste przegrzanie cieczy spadnie poniżej wartości progowej ΔT_c . Wydaje się również, że arbitralnego wyboru ΔT_c moglibyśmy uniknąć, gdyby użyć wartości ΔT_c wynikających z korelacji Alamgira i Lienharda. Wtedy jednak ΔT_c nie byłoby stałe, a zmieniałoby się wzdłuż kanału w zależności od wartości dp/dt . Doprowadziłoby to do sytuacji, w której otrzymalibyśmy populację początkowych pęcherzy o różnych promieniach R_b . Pewną niedogodnością modelu nukleacji Ardrona jest fakt, że wszystkie zarodzie pęcherzyków mają ten sam promień krytyczny R_b . Oba wolne parametry n_s i Θ_c Ardron dobiera przez dopasowanie wyników obliczonych do wyników pomierzonych. Okazuje się, że tak „domknięty” model zadowalająco opisuje krytyczne przepływy w prostych kanałach dla przechłodzonej, nasyconej lub dwufazowej cieczy na wlocie do kanału.

2.3. Model nielokalnej heterogenicznej produkcji pary Eliasa i Chambré

Koncepcja różniczkowego równania domknięcia Elias i Chambré [15] analizując związki pomiędzy wzrostem pęcherza (różniczkowanie w kierunku promienia r), a różniczkowaniem względem zmiennej z doszli do wniosku, że gęstość zarodki N_B winna zmieniać się według następującego różniczkowego równania domknięcia

$$\Phi(z)\partial_\tau N_B + w_v\partial_z N_B = -\frac{N_B}{A}\partial_z(Aw_v), \quad (2.12)$$

w którym różniczkowanie odbywa się wzdłuż parametru

$$\tau = 1/2 (r/\beta T_{sat})^2 \quad (2.13)$$

określonego zmienną wzdłuż promienia pęcherzyka r , stałą β równą

$$\beta = k[2\lambda_{pl}c_{pl}]^{0.5}/h_{lv}\rho_v \quad (2.14)$$

oraz mnożnikiem

$$\Phi(z) = [1 - T_l(z)/T_{sat}(z)]^2. \quad (2.15)$$

Równanie (2.12) jest w ogólnym przypadku równaniem różniczkowym o nieznanym z góry analitycznym rozwiązaniu. Zaslugą ww. autorów jest odgadnięcie analitycznego rozwiązania (2.12) posiadającego strukturę

$$N_B(\tau, z) = N_{B1}(\tau, z) + N_{B2}(z, t), \quad (2.16)$$

w której N_{B1} jest miarą gęstości pęcherzyków na wlocie, równą zero dla płynu przechłodzonego i nasyconego.

Model matematyczny Składa się on z trzech równań bilansu mieszaniny i jednego równania bilansu masy pary

$$A^{-1}\partial_z(A\rho_v\alpha w_v) = \Gamma_v, \quad (2.17)$$

opisującego jej nierównowagową produkcję. Występującą w równaniach (2.12) i (2.17) prędkość pary uzależniono od prędkości wody następującą empiryczną formułą

$$S = \frac{w_v}{w_l} \equiv \frac{1.1}{1 - \frac{\alpha}{1-\alpha} 0.1}. \quad (2.18)$$

Obliczenia wg [7] wskazują, że stosunek ten jest stały w kanale i wynosi $S \approx 1.1$, rośnie jednakże ($S \approx 1.25$) w przekroju zadławienia.

Równanie domknięcia na Γ_v Równanie domknięcia na Γ_v skonstruowano wykorzystując analityczne rozwiązanie równania ewolucji gęstości zarodki N_B oraz definicję

$$\Gamma_v = 3/2F(z) \int_0^{\tau_\infty} N_B \tau^{0.5} d\tau, \quad (2.19)$$

gdzie

$$F_z = \frac{8}{3} 2^{0.5} \pi \rho_v A(z) \Phi(z) \beta T_{sat}^5. \quad (2.20)$$

Oznacza to, że ostatecznie formuła (2.20) jest funkcją parametrów fenomenologicznych takich jak $p - p_{sat}(T_l)$, T_l , ΔT , α oraz w_v (cały wektor stanu dla modelu czterorównaniowego) a ponadto jest również funkcją dwóch wolnych parametrów n_2 i ψ określających odpowiednio wyjściową populację zarodki i współczynnik heterogeniczności powierzchni kanału. Wartości te ustalono poprzez numeryczne dopasowanie do znanych eksperymentów, jednakże ich wartości nie są podane w pracy.

2.4. Model Blinkowa, Jonesa i Nigmatulina (B-J-N)

Równanie bilansu gęstości zarodki nukleacji Charakterystyczną cechą wyróżniającą model B-J-N [34] jest pominięcie w procesie modelowania zjawiska *flashingu* etapu homogenicznej nukleacji objętościowej. Dokładniej mówiąc, wstępna powierzchniowa i objętościowa nukleacja heterogeniczna tworzy poprzez obecność strumieni J_w, J_b warunki początkowe ewolucji gęstości zarodki nukleacji N_B . Ewolucja gęstości N_B opisana jest różniczkowym równaniem domknięcia:

$$\partial_t N_B + A^{-1}\partial_z(N_B A w) = J_w + J_B, \quad (2.21)$$

w którym heterogeniczne prędkości nukleacji zarodki na ściankach i w objętości grają rolę źródeł napędzających zmianę gęstości zarodki N_B . Równanie domknięcia (2.21) zawiera również założenie, że wszystkie zarodki mają prędkość równą

prędkości barycentrycznej w . W przypadku pęcherzy odrywających się od ścianki i na ogół posiadających mniejszą prędkość niż prędkość przepływu założenie to wprowadza kolejne modelowe uproszczenia.

Lokalizacja strefy inicjacji *flashingu* Inną charakterystyczną cechą modelu B-J-N jest brak punktu inicjacji *flashingu*. Proces wytwarzania zarodki rozpoczyna się w tym miejscu w przepływie, w którym ciśnienie spada poniżej wartości ciśnienia nasyce- nia i pojawia się chociażby minimalne przegrzanie. Podczas gdy inne wcześniejsze modele traktują inicjację *flashingu* jako proces zachodzący w jednym punkcie, w modelu B-J-N jest ona zlokalizowana w strefie przepływu metastabilnego, która niejednokrotnie jest dość rozległa.

Pewne zastrzeżenia budzi sposób lokalizacji heterogenicznej nukleacji objęto- ściowej, dający w większości demonstrowanych przykładów decydujący wpływ na wielkość N_B . W modelu B-J-N przyjmuje się bowiem lokalizację J_B tylko w gardle geometrycznym kanału, co więcej poza gardłem nukleacja objętościowa wszędzie zanika. Powstaje w takim razie pytanie, jak określono J_B dla kanałów prostych, np. w przypadku dyszy Marviken.

Model matematyczny B-J-N Sześciorównaniowy model dwupłynowy sprowadzono do teorii czterorównaniowej poprzez założenia równości temperatur, ciśnień i prędkości obu faz. Podstawowymi czterema niewiadomymi są w nim:

$$\sigma(z, t) \equiv \{\alpha, w, p, T_l\} \quad (2.22)$$

spełniające następujące cztery równania bilansu:

- masy mieszaniny

$$\partial_t \rho_m + A^{-1} \partial_z (\rho_m A w) = 0, \quad (2.23)$$

- masy fazy gazowej

$$\partial_t (\alpha \rho_v) + A^{-1} \partial_z (\alpha \rho_v A w) = \Gamma_v, \quad (2.24)$$

- pędu mieszaniny

$$\partial_t w + w \partial_z w + \rho_m^{-1} \partial_z p = \rho_m^{-1} f, \quad (2.25)$$

- energii wewnętrznej cieczy

$$\begin{aligned} \partial_t [(1 - \alpha) \rho_l u_l] + A^{-1} \partial_z [(1 - \alpha) \rho_l u_l A w] + \\ + \frac{p}{A} \partial_z [(1 - \alpha) A w] = p \partial_t \alpha - \Gamma_v h_v - a_i q_{i,net}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Przypomnijmy, że (t, z) to czas i zmienna wzdłuż kanału, indeksy l, v, m dotyczą odpowiednio wody, pary i mieszaniny. Członami źródłowymi w równaniach modelu dwupłynowego są: objętościowa produkcja pary Γ_v równa objętościowemu upustowi wody oraz produkcja energii wyrażona poprzez iloczyn gęstości powierzchni międzyfazowych a_i i międzyfazowy strumień ciepła $q_{i,net}$. Pozostałe źródło energii cieczy to iloczyn objętościowej produkcji pary i jej entalpii. Warunkami brzegowymi są zadane wartości σ dla $z = 0$ i $z = L$. W modelu B-J-N przyjęto, że są znane trzy wartości $\sigma(z = 0)$ oraz jedna wartość (ciśnienie) $\sigma(z = L)$. Nieznanym parametrem $\sigma(z = 0)$ jest prędkość barycentryczna, co oznacza, że obliczone masowe natężenie przepływu na wlocie do kanału zestawione z pomierzonym natężeniem przepływu będzie podstawową integralną charakterystyką modelu matematycznego. Takie ustawienie warunków brzegowych, w którym ciśnienie zadawane jest na wlocie i wylocie, zaś prędkość jest wielkością wynikową stosowane jest w szeregu kodach obliczeniowych (TRAC, ULYSSES). Pozwala ono liczyć przepływy krytyczne czy pseudokrytyczne prowadząc do sytuacji, gdy różnym ciśnieniom wylotowym odpowiada to samo masowe natężenie przepływu. Nasze wątpliwości co do tego sposobu obchodzenia problemu przepływów krytycznych podkreśla fakt, że na jednym z przebiegów (rys. 8 [34]) autorzy uzyskują prędkości przepływu znacznie większe od zamrożonej prędkości dźwięku.

Pozostaje jeszcze wyjaśnienie, dlaczego model B-J-N używa bilansu energii tylko dla jednego składnika, mimo iż z założenia równości temperatur wynikać by mógł prostszy w formie bilans energii dla mieszaniny. O powodach wyboru równania (2.26) Blinkov i współautorzy nie wspominają w pracy, możemy przypuszczać, że takim powodem jest obranie temperatury wody T_l jako podstawowej niewiadomej oraz fakt, że właściwa energia wewnętrzna wody w stanie metastabilnym może być wyrażona poprzez równanie kaloryczne. Takie podejście niekoniecznie przesądza, iż autorzy B-J-N mają krytyczny stosunek do takich pojęć jak energia właściwa mieszaniny czy entalpia właściwa mieszaniny.

Równania domknięcia dla siły tarcia f Wybór równań domknięcia dla siły f jak zwykle jest przedmiotem kontrowersji. Blinkov i współautorzy proponują przyjmując następującą formułę

$$f = 2C_f \Phi^2 \frac{\rho_m^2 w^2}{\rho_l D}, \quad (2.27)$$

gdzie:

- $C_f \equiv C_f(\rho_l, w, u_l, D)$ – jest nieznanym współczynnikiem tarcia,
- $\Phi \equiv \Phi(\rho_l, \rho_v, u_l, u_v, x)$ – jest nieznanym mnożnikiem tarcia,
- ρ_l, ρ_v, ρ_m – są odpowiednio nierównowagowymi gęstościami wody, pary i mieszaniny,
- D_z – jest średnicą hydrauliczną rury.

Proponuje się przyjąć następujące równania domknięcia:

$$C_f = C_f(Re_l), \quad (2.28)$$

$$\alpha < 0.3 \quad \Phi^2 = \Phi_1^{0.8} \left[1 + x \left((3.5\mu_v + 2\mu_l)\rho_l / (\mu_l + \mu_v)\rho_v - 1 \right) \right]^{0.2}, \quad (2.29)$$

$$0.3 < \alpha < 0.8 \quad \Phi^2 = \Phi_1^{0.8} \left[1 + x(3.5\rho_l / \rho_v - 1) \right]^{0.2}, \quad (2.30)$$

$$0.8 < \alpha < 0.95 \quad \Phi^2 = \Phi_1^{0.8} \left[1 + x(\mu_v\rho_l / \mu_l\rho_v - 1) \right]^{0.2}, \quad (2.31)$$

$$0.95 < \alpha < 1.0 \quad \Phi^2 = \Phi_1^{0.8} \left[(\mu_v / \mu_l) \left[\rho_v \rho_l \right] \right]^{0.8}, \quad (2.32)$$

gdzie: $Re_l = \rho_l w D / \mu_l$ – liczba Reynoldsa dla wody, $\Phi_1 \equiv 1 + x(\rho_l / \rho_v - 1)$.

Równania domknięcia dla gęstości powierzchni międzyfazowych a_i Gęstość powierzchni międzyfazowych mierzona w m^2/m^3 jest, obok x podstawową wielkością charakteryzującą przemianę fazową. Występuje ona w dwóch miejscach: pierwszym jest definicja objętościowej produkcji pary Γ_v , zaś drugim równanie energii (2.26). W modelu B-J-N jest ona określona w funkcji stopnia zapelnienia α oraz gęstości zarodzi N_B jako

$$a_i = 4\pi R_b^2 N_b, \quad (2.33)$$

gdzie zastępczy promień pęcherza wyraża się w funkcji α i N_B jako

$$R_b = \left(\frac{3\alpha}{4\pi N_b} \right)^{1/3}. \quad (2.34)$$

Wyrażenia (2.33) i (2.34) są ścisłymi formułami określonymi dla założenia, że wszystkie pęcherzyki mają ten sam promień R_b . Stopień zapelnienia jest podstawową niewiadomą, zaś równanie domknięcia dla N_B podane będzie w dalszym paragrafie. W zakresie zmienności stopnia zapelnienia, w którym następuje formowanie się dużych pęcherzy ($0.3 < \alpha < 0.8$) gęstość powierzchni międzyfazowych jest sumą gęstości powierzchni a_{ib} przypadających na małe pęcherze oraz gęstości powierzchni a_{is} przypadających na pęcherze duże

$$a_i = a_{ib} + a_{is}. \quad (2.35)$$

Podobnie rozdziela się stopień zapelnienia

$$\alpha = \alpha_b + \alpha_s \quad (2.36)$$

siągając maksymalne wartości $\alpha_{bmax} = 0.3$, $\alpha_{smax} = 0.8$.

Gęstości powierzchni międzyfazowych wyrażają się jako

$$a_{ib} = \frac{3\alpha_b}{R_b} \quad a_{is} = \frac{4\alpha_s^{2/3}}{\Phi_{smax}^{1/6} D}, \quad (2.37)$$

gdzie $\alpha_b = \alpha - \alpha_s$, zaś

$$\alpha_s = \frac{1}{1 - \alpha_{bmax}} \left[\alpha - \alpha_{bmax} \left(1 - \frac{(\alpha - \alpha_{bmax})(1 - \alpha_{smax})}{\alpha_{smax} - \alpha_{bmax}} \right) \right]. \quad (2.38)$$

Równanie domknięcia dla międzyfazowego strumienia ciepła $q_{i,net}$ Występuje on, podobnie jak gęstość powierzchni międzyfazowych, tylko w równaniu (2.26). Jego zadaniem jest określenie wzrostu pęcherzy pary sterowanego ilością wymianianego ciepła między przegrzaną wodą i nasyconą parą. Definiując przegrzanie wody $\Delta T \equiv T_l - T_{sat}(p)$ autorzy przedstawiają międzyfazowy strumień ciepła jako

$$q_{i,net} = \begin{cases} h(\Delta T, Nu, Ja), & \text{gd}y - \alpha < 0.3; \\ q_s a_{is} + q_b a_{ib}, & \text{gd}y - 0.3 < \alpha < 0.8; \\ \frac{k_l Nu}{2R_d} \Delta T, & \text{gd}y - 0.8 < \alpha, \end{cases} \quad (2.39)$$

gdzie współczynnik przejmowania ciepła h jest nieliniową funkcją przegrzania wody

$$h \equiv \frac{k_l Nu}{2R_b}, \quad (2.40)$$

$$Nu \equiv \left[\frac{12}{\pi} Ja [1 + 0.5(\pi/6Ja)^{2/3} + \pi/6Ja] \right], \quad (2.41)$$

$$Ja \equiv c_{pl} \rho_l \Delta T / \rho_v h_{FG}, \quad (2.42)$$

zaś c_{pl} jest ciepłem właściwym wody, k_l – współczynnikiem przewodnictwa wody, h_{FG} – ciepłem ukrytym parowania, R_B określone jest wzorem (2.34). Z pozostałych wielkości wzoru (2.39) q_s nie jest określone, q_b jest zdefiniowane jako empiryczna zależność

$$q_b = 0.0073 \rho_l w c_{pl} \Delta T, \quad (2.43)$$

zaś parametr R_d jest funkcją napięcia powierzchniowego i poślizgu $w_v - w_l$

$$R_d \equiv \frac{5\sigma}{2\rho_v (w_v - w_l)^2}, \quad (2.44)$$

zaś Ja jest liczbą Jakoba. Poślizg wymaga dodatkowej definicji, nie dyskutowanej już dalej w modelu B-J-N.

Równania domknięcia na objętościową produkcję pary Γ_v Nie jest rzeczą trudną przedstawić analityczne wyrażenie określające prędkość narastania fazy parowej w mieszaninie, wiemy bowiem, że jest to proces sterowany całkowicie ilością ciepła przemiany fazowej. Tak więc, całkowita ilość ciepła jaka jest przekazywana przez powierzchnię międzyfazową do nowej fazy

$$Q = q_{i,net} 4\pi R_b^2 N_B \quad (2.45)$$

jest zużywana na ciepło przemiany przyrostu nowej fazy

$$Q = h_{fg} \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R_b^3 N_b \rho_v \right) \quad (2.46)$$

gdzie dla uproszczenia przyjęliśmy, że cała faza gazowa występuje w pęcherzach o promieniu zastępczym R_b i gęstości N_B [$1/m^2$]. Ponieważ $a_i 4\pi R_b^2 N_b$, $\Gamma_v \equiv \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R_b^3 N_b \rho_v \right)$ to z porównania (2.45) i (2.46) mamy

$$\Gamma_v = \frac{a_i}{h_{fg}} q_{i,net} \quad (2.47)$$

– analityczne wyrażenie na objętościową produkcję pary, w którym ewolucja a_i i $q_{i,net}$ opisana jest przez równania domknięcia (2.35) i (2.39).

Różniczkowe równanie domknięcia na gęstość zarodków nukleacji N_b Elias i Chambreé [15] pierwsi zaproponowali równanie ewolucji gęstości zarodków nukleacji w postaci równania bilansu. W modelu B-J-N równanie to zostaje uzupełnione o czony źródłowe J_W , J_B i przyjmuje postać równania

$$\partial_t N_b + \partial_z (N_b A w) = J_W + J_B. \quad (2.48)$$

Oba czony źródłowe wyrażają tylko heterogeniczną nukleację zarodki odpowiednio na ściankach kanału J_W (między punktem przekroczenia ciśnienia nasycenia a gardłem geometrycznym) oraz objętościową nukleację w gardle J_B . Prędkość zmiany populacji zarodki J_W na ściankach kanału jest niezwykle trudna do opisu, w modelu B-J-N przyjęto, że zależy ona od ilości (gęstości) powierzchniowych źródeł zarodki n_{ss} oraz od częstotliwości f_{max} z jaką pęcherzyki tworzą się i odrywają się ze źródła zarodka:

$$J_W = \frac{n_{ss} f_{max} C}{A}, \quad (2.49)$$

gdzie C jest obwodem kanału.

Ilość powierzchniowych zarodki proponuje określić się empiryczną formułą jako:

$$n_{ss} = 8.41 \cdot 10^{-9} \left[\frac{T_v}{\Delta T} \frac{2\sigma}{\rho_v h_{fg}} \right]^{-23/7} \left[(\sigma/\rho_l)^{1/2} (\mu_l/\tau_w)^{0.7} (\rho_l/\mu_l)^{5/7} \right]^2, \quad (2.50)$$

gdzie

$$\tau_w = 0.079 Re_D^{-0.25} \frac{\rho_l w^2}{2} \quad (2.51)$$

określona jest empiryczną formułą Blasiusa (Re_D nie jest określona). Częstotliwość oderwań jest nieliniową funkcją przegrzania, proponuje się określić ją następującą formułą

$$f_{max} = 10^4 \Delta T^3. \quad (2.52)$$

Objętościowa prędkość nukleacji w gardle J_B określona jest empiryczną formułą Soplekova, Blinkowa jako

$$\log(n_{bulk}) = 12.5 - 0.15 \log(Gb). \quad (2.53)$$

Równanie (2.53) włącza się na krótki krok dz usytuowany w gardle kanału. Jest ono ważne dla krótkich kanałów $L < 0.3m$, $4 < L/D < 10$ oraz liczb Gibbsa $Gb \geq 1500$.

Zakres działania modelu B-J-N Model B-J-N przetestowany został na znanych przebiegach eksperymentów wykonywanych na krótkich i długich kanałach i zbieżno-rozbieżnych dyszach, takich jak przebieg 39 eksperymentu Browna, przebiegi 273, 148, 288 eksperymentu BNL, eksperymentcie Karaseva dla dyszy de Laval'a oraz dwu przebiegach eksperymentu EPRI znanego jako eksperyment Marviken'a. Obliczone wartości masowego natężenia przepływu, zarówno dla przepływów podkrytycznych jak i krytycznych, są w dobrej zgodności z wartościami pomierzonymi. Oprócz przebiegów ciśnienia i stopnia zapełnienia, zwykle znanych również z eksperymentów, model dostarcza przebiegi wzdłuż osi kanału cały szereg wielkości takich jak: objętościowa i powierzchniowa prędkość nukleacji J_W, J_B , populacja zarodki N_B , temperatura wody i pary, przebieg przegrzania i ciśnienia nierównowagowego, przebieg prędkości barycentrycznej i zamrożonej prędkości dźwięku (wg nieznannej formuły), przebieg ewolucji powierzchni międzyfazowych. Wspólną konkluzją tych obliczeń jest spostrzeżenie, że dla cienkich kanałów nukleacja powierzchniowa ma decydujący wpływ i odwrotnie, w kanałach „grubych” przeważa wpływ nukleacji objętościowej.

3. Model matematyczny ekspandującej wody

3.1. Model kontinuum dwupłynowego

Założenia Równania bilansu w modelu dwupłynowym formułowane są oddzielnie dla każdej z faz. Model ten składa się więc z dwóch zestawów równań zachowania rządzących równowagą masy, pędu i energii w każdej fazie. Są to równania wzajemnie zależne w obrębie jednego płynu, lecz istnieje również zależność między równaniami dla poszczególnych faz. Dzieje się to za sprawą członów źródłowych umieszczanych po prawej stronie równań zachowania, które to człony charakteryzują wzajemne oddziaływanie obu faz. Zawierają one informacje o wymianie masy, pędu i energii przez powierzchnię międzyfazową.

Poprzez zapisanie równań zachowania dla poszczególnych faz, opisujących nam procesy wymiany, możemy uzyskać więcej informacji o zachodzących w nich zmianach i wzajemnych oddziaływaniach, niż z modelu mieszaniny. Konsekwencją tego jest jednakże większa złożoność opisu dwupłynowego, wynikająca nie tylko z większej ilości równań zachowania, a tym samym większej ilości zmiennych, ale także z konieczności sformułowania większej liczby równań konstytutywnych. Równania te powinny być w miarę dokładne, aby nie utracić przydatności modelu i sensu jego skomplikowanej postaci. Dotyczy to przede wszystkim wspomnianych wyżej członów źródłowych, bez których dwie fazy stają się niezależne i które decydują o sile ich połączenia. Procesy wymiany w obrębie każdej fazy są pod silnym ich wpływem i dlatego postać członów źródłowych jest dla nas tak ważna. Podstawową zaletą modelu kontinuum dwupłynowego jest fakt, że uwzględnia on dynamikę oddziaływań między poszczególnymi fazami. Dzieje się tak za sprawą dwóch równań zachowania pędu i dwóch niezależnych pól prędkości. Daje to możliwość analizy rozchodzenia się fal uderzeniowych w mieszaninie dwufazowej oraz

zmian struktury przepływu. Jest to szczególnie istotne, gdy dwie fazy są słabo połączone i fale mogą się w nich rozchodzić z różnymi prędkościami. Drugie zastosowanie, do analizy zmian struktury przepływu, tłumaczone jest tym, że zmiany te spowodowane są głównie niestabilnościami powierzchni rozdziału faz. W modelu dwupłynowym jest to opisywane równaniem zachowania pędu, którego zmiany są odpowiedzialne za stabilność i dynamikę powierzchni międzyfazowej.

Sformułowanie równań zachowania wymaga uczynienia pewnych założeń. Podstawowym założeniem modelu jest jednowymiarowość przepływu, chociaż niektóre obserwacje wskazują na dwuwymiarowe efekty w przepływach krytycznych mieszaniny dwufazowej. Kolejne założenia to stacjonarność i adiabatyczność przepływu. Jedynym rodzajem wymiany ciepła jest wewnętrzna wymiana ciepła między fazami w momencie formowania się i wzrostu pęcherzyków pary. Temperatura cieczy jest stała wzdłuż przepływu, zaś para ma temperaturę nasycenia przy aktualnie panującym ciśnieniu. Spadek ciśnienia przy przepływie przebiega jak w procesie adiabatycznym. Ciśnienie wody jest różne od ciśnienia pary i pod tym względem fazy te są w nierównowadze. Ponadto postulujemy w modelu istnienie nierównowagi termodynamicznej (para nasyciona, woda przegrzana) oraz mechanicznej ($w_l \neq w_v$). Ta ostatnia odgrywa szczególną rolę w momencie tworzenia się i wzrostu pęcherzyka pary ($w_v = 0$) oraz przy zadławieniu przepływu.

Równania bilansu Równania bilansu dla mieszaniny dwufazowej zostały podane w najbardziej ogólnej formie przez Ishii'ego (patrz [20]). Zostały one sformułowane dla jednowymiarowego i niestacjonarnego przepływu dwufazowego przez kanał i zapisane w postaci:

- Równania ciągłości

$$\frac{D}{Dt}[\alpha\rho_v] + \alpha\rho_v\nabla w_v = -\Gamma_v^m, \quad \text{dla pary,} \quad (3.1)$$

$$\frac{D}{Dt}[(1-\alpha)\rho_l] + (1-\alpha)\rho_l\nabla w_l = -\Gamma_l^m, \quad \text{dla wody,} \quad (3.2)$$

gdzie

$$\Gamma_v^m + \Gamma_l^m = 0. \quad (3.3)$$

- Równania zachowania pędu

$$\alpha\rho_v \frac{Dw_v}{Dt} = -\alpha\nabla p_v + \nabla[\alpha(\pi_v + \pi_v^T)] + \alpha\rho_v g_l + \Gamma_v^p, \quad \text{dla pary,} \quad (3.4)$$

$$(1-\alpha)\rho_l \frac{Dw_l}{Dt} = -(1-\alpha)\nabla p_l + \nabla[(1-\alpha)(\pi_l + \pi_l^T)] + \\ + (1-\alpha)\rho_l g_l + \Gamma_l^p, \quad \text{dla wody,} \quad (3.5)$$

gdzie

$$\dot{\Gamma}_v + \dot{\Gamma}_l = 0. \quad (3.6)$$

- Równania zachowania energii

$$\alpha \rho_v \frac{D}{Dt} \left[u_v + \frac{w_v^2}{2} \right] = \nabla \alpha (g_v + g_v^T) + \nabla (\alpha \pi_v w_v) + \\ + (\alpha \rho_v w_v g_v) + \dot{\Gamma}_v, \quad \text{dla pary,} \quad (3.7)$$

$$(1 - \alpha) \rho_l \frac{D}{Dt} \left[u_l + \frac{w_l^2}{2} \right] = \nabla [(1 - \alpha)(g_l + g_l^T)] + \nabla [(1 - \alpha) \pi_l w_l] + \\ + (1 - \alpha) \rho_l w_l g_l + \dot{\Gamma}_l, \quad \text{dla wody,} \quad (3.8)$$

gdzie

$$\dot{\Gamma}_v + \dot{\Gamma}_l = T_i \left(\frac{d\sigma}{dt} \right) \frac{D}{Dt} (a_i) + 2H_{21} \sigma \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \dot{\Gamma}_m. \quad (3.9)$$

W równaniach tych π oznacza tensor naprężeń lepkich, g – siły masowe, H_{21} – średnią krzywiznę, Γ – źródło, a_i – koncentrację powierzchni, ∇ – operator Hamiltona (nabla). Indeksy dolne odnoszą się do: m – mieszaniny, i – powierzchni międzyfazowej. Indeksy górne oznaczają: T – wielkość turbulentna, H – związana ze zmianą krzywizny.

Po uwzględnieniu założeń równania bilansu możemy zapisać następująco:

- równanie zachowania masy pary

$$\frac{d}{dz} [\alpha \rho_v w_v A] = -\frac{\Gamma_v}{A}, \quad (3.10)$$

- równanie zachowania masy wody

$$\frac{d}{dz} [(1 - \alpha) \rho_l w_l A] = -\frac{\Gamma_l}{A}, \quad (3.11)$$

- równanie zachowania pędu pary

$$\alpha \rho_v w_v \frac{dw_v}{dz} = -\alpha \frac{dp_v}{dz} - F_{lv} - F_{wv} - \eta (w_v - w_l) \frac{\dot{m} dx}{A dz} - \alpha \rho_v g \cos \beta, \quad (3.12)$$

- równanie zachowania pędu wody

$$(1 - \alpha) \rho_l w_l \frac{dw_l}{dz} = -(1 - \alpha) \frac{dp_l}{dz} + F_{lv} - F_{wl} - (1 - \eta) (w_v - w_l) \frac{\dot{m} dx}{A dz} + \\ - \alpha \rho_l g \cos \beta, \quad (3.13)$$

- równanie zachowania energii pary

$$\frac{d}{dz}[\alpha\rho_v u_v A w_v] = -p_v \frac{d}{dz}[\alpha A w_v] + \Gamma_v h_{lv} A + a_i q_{i,net} A, \quad (3.14)$$

- równanie zachowania energii wody

$$\frac{d}{dz}[(1-\alpha)\rho_l u_l A w_l] = -p_l \frac{d}{dz}[(1-\alpha)A w_l] - \Gamma_v h_{lv} A - a_i q_{i,net} A, \quad (3.15)$$

Wektor stanu powyższego układu równań tworzą niewiadome

$$\sigma = \{\alpha, w_v, w_l, p_v, p_l, u_v, u_l\}. \quad (3.16)$$

Gęstości poszczególnych faz są opisane następującymi funkcjami:

$$\begin{aligned} \rho_v &= f(p_v), \\ \rho_l &= f(p_l, h_l), \end{aligned} \quad (3.17)$$

które są podane w tablicach własności termodynamicznych pary [19].

Stopień suchości x jest opisany następującą funkcją:

$$x = \frac{\alpha}{\alpha\rho_l + (1-\alpha)\rho_v}, \quad (3.18)$$

Średnie masowe natężenie przepływu \dot{m} dane jest jako:

$$\dot{m} = \frac{\alpha\rho_v A w_v}{x} = \frac{(1-\alpha)\rho_l A w_l}{1-x}. \quad (3.19)$$

Równania domknięcia na pozostałe zmienne zostaną podane i omówione w rozdziale 3.2.

3.2. Równania domknięcia

Koncepcja różniczkowych równań domknięcia Naszą dyskusję o różniczkowych równaniach domknięcia rozpoczynamy od uwagi na temat modelowych własności kontinuum dwupłynowego omówionego w poprzednim paragrafie. Prawe strony tych równań zawierają informacje o wymianie masy, pędu i energii poprzez powierzchnię międzyfazową. Określone są one jako następujące człony źródłowe

$$\text{prawe strony równań zachowania} \begin{cases} \text{masy} \equiv \Gamma_k^{(m)}, m - \text{masa}, \\ \text{pędu} \equiv \Gamma_k^{(p)}, p - \text{pęd}, \\ \text{energii} \equiv \Gamma_k^{(e)}, e - \text{energia}. \end{cases}$$

Zdefiniowanie członów źródłowych $\Gamma_k^{(i)}$ ($i = m, p, e$), ($k = v, l$) w funkcji parametrów przepływu dwufazowego, takich jak temperatura T_k , stopień zapelnienia α_k , gęstość i entalpia ρ_k , h_k oraz prędkość i ciśnienie w_k i p_k jest kluczowym problemem, przed którym zawsze stajemy sięgając po opis dwupłynowy. Również i w naszym przypadku tj. przepływów dwufazowych z przemianą fazową będziemy się starali określić równania domknięcia na źródła $\Gamma_k^{(i)}$. Zadanie to jest niezwykle trudne, a to przez konieczność takiego ustawienia równań definiujących źródła, aby zezwalały one na ostateczne wprowadzenie empirycznie ustalonych stałych konstytutywnych. Nie zawsze takie właściwe ustawienie stałych konstytutywnych możemy osiągnąć od pierwszego kroku – przykładem jest historia zmian w określaniu członu $\Gamma_v^{(m)}$ definiującego produkcję pary, gdzie w pierwszym okresie zakładano stałość współczynników, które w rzeczywistości nie były stałe. Oznaczało to w efekcie, że takie równanie domknięcia sprawdzało się tylko w wąskim zakresie zmienności parametrów przepływu. Standartowym przykładem niestalego współczynnika jest populacja zarodki N_b , którą początkowo traktowano jako stałą równą około $10^2/\text{cm}^3$. Wyniki jakie uzyskiwano przy założeniu $N_b = \text{const}$ mają charakterystyczny przedział dobrego dopasowania oraz przedziały nadprodukcji i zbyt małej produkcji pary. Jednym ze sposobów usunięcia następstw zbyt zgrubnego opisu produkcji pary była koncepcja uzmiennienia dotychczasowych stałych, a nawet więcej – położenia na nie różniczkowych równań domknięcia.

Jak dotychczas uwaga badaczy skupia się na członie produkcji pary $\Gamma_v^{(m)}$, dla którego zbudowano dwa różniczkowe równania domknięcia. Pierwszym jest równanie bilansu populacji pęcherzyków

$$\partial_t N_b + A^{-1} \partial_z (N_b A w) = J_w + J_B \quad (3.20)$$

opisujące ewolucję populacji pęcherzy. Równanie to zaproponowali w pierwotnej wersji Elias i Chambré [15], później zostało uproszczone przez Kocamustafaogullari i Ishii'ego [20] i tak stosowane przez Blinkova i in. [34], Dobrana [13], Nigmatulina i Soplenkova [28].

Drugim równaniem jest zależność kinematyczna Ardrona [4]

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{1}{w_v} \quad (3.21)$$

określająca nieznaną czas τ życia pęcherzyka. Równanie to testowali Dagan i in [12], jednakże bez podania żadnych informacji o jego skuteczności.

Generalnie biorąc, informacje na ten temat są skromne, zaś całkowity braki informacji dotyczy członów źródłowych pędu $\Gamma_k^{(p)}$ i energii $\Gamma_k^{(e)}$.

Różniczkowe równanie domknięcia na ciśnienie nierównowagowe Innego rodzaju różniczkowe równanie domknięcia jest wymagane dla lewych stron równań bilansu

kontinuum dwupłynowego. Ponieważ ilość podstawowych niewiadomych wynosi siedem konieczne jest postawienie dodatkowego równania domknięcia na różnicę ciśnień $p_v - p_l$. Najprostszym równaniem jest $\Delta p = p_v - p_l \equiv 0$, jednakże dla zagadnień niestacjonarnych i falowych należy już postulować siódme równanie zwane też równaniem propagacji stopnia zapełnienia.

Jak dotychczas problem wyprowadzenia różniczkowego równania domknięcia na Δp nie znalazł w literaturze dość miejsca. Kod amerykański TRAC posiada dwa ciśnienia p i p_a (nierównowagowe?), ale nie są znane informacje o równaniach tam używanych. Autorom dostępne są trzy rozwiązania (całkowicie różne) tego zagadnienia opisane w [17], [27] i [36].

Najbardziej spektakularne rozwiązanie proponują Isaev i Pavlov [17], którzy wychodząc z bliżej nieznannej kombinacji równań zachowania masy i pędu oraz nieznanego postulatu startowego otrzymują nieliniowe różniczkowo-całkowe równanie ewolucji

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho c^2} \frac{d\Delta p}{dt} - \int_0^{\tau} J \frac{d\alpha}{dt} d\tau' \right) - \left(\frac{1}{\rho c^2} \frac{d\Delta p}{dt} - \int_0^{\tau} J \frac{d\alpha}{dt} d\tau' \right)^2 = \text{div} \left(\frac{1}{\rho} \text{grad} \Delta p \right), \quad (3.22)$$

gdzie $c^2 = (\partial \rho / \partial p)^{-1}$, J – prędkość zmiany populacji zarodki. Równanie to zostało powtórzone przez Bartaka [6] i zastosowane do opisu zjawisk falowych w trakcie gwałtownej dekompresji przechłodzonej cieczy w rurze.

Yan [36] w swojej pracy doktorskiej zaproponował, przyjąwszy stałość ciśnienia i temperatury w pęcherzyku, następujące równanie domknięcia:

$$\left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l} \right) \frac{dp_v}{dz} - \frac{h_{vl}}{T_v} - \frac{dT_v}{dz} = \frac{2\sigma}{\rho_l w_v R_b^2} \frac{d_v R_b}{dt}, \quad (3.23)$$

$$\text{gdzie } \frac{d_v}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + w_v \frac{\partial}{\partial z}.$$

Najbardziej przekonywującym wyprowadzeniem różniczkowego równania domknięcia zwanego równaniem propagacji stopnia zapełnienia dysponuje Nguyin [27]. Analizując prędkość produkcji entropii w modelu dwupłynowym, zauważa on, że różnice $p_k - p_{int}$ pełnią rolę strumieni termodynamicznych w stosunku do sił $d_k/dt(\alpha k)$. Związek ten proponuje zapisać w postaci zwykłej onsagierowskiej liniowej zależności

$$p_k - p_{int} = L_k \left(\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + w_v \frac{\partial \alpha_k}{\partial z} \right). \quad (3.24)$$

gdzie p_{int} jest ciśnieniem międzyfazowym, na które zwykle stawiamy liniowe algebraiczne równanie domknięcia z dwoma nieznanymi współczynnikami ξ_k , $k = v, l$

$$p_{int} = \frac{1}{2} \sum_k (p_k \alpha_k \rho_k \xi_k). \quad (3.25)$$

Zakładając, że współczynniki Onsagiera L_k są identyczne dla obu faz $L_1 = L_2$ i można je wykluczyć z (3.24) otrzymujemy równanie propagacji stopnia zapełnienia α

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{(p_l - p_{int})w_l + (p_v - p_{int})w_v}{p_l + p_v - 2p_{int}} \frac{\partial \alpha}{\partial z} = 0. \quad (3.26)$$

W przypadku, gdy przepływ będzie zbliżał się do modelu homogenicznego $p_v \cong p_l = p$, $w_v \cong w_l = w$ to równanie (3.26) redukuje się do warunku

$$\frac{d\alpha}{dt} = 0, \quad (3.27)$$

który ogranicza klasę przepływów dwufazowych do przepływów dwufazowych mieszanin.

Wnioski dotyczące różniczkowych równań domknięcia Różniczkowe równania domknięcia, dyskutowane w ostatnich dwóch paragrafach, w naturalny sposób można podzielić na dwie kategorie. Kategorię pierwszą stanowią równania różniczkowe, których zadaniem jest kompletny i bardziej ścisły opis członów źródłowych Γ_k .⁽ⁱ⁾ Równania te sprzęgnięte są na ogół z algebraicznymi równaniami domknięcia, tworząc często dość skomplikowane zależności. Ilość tych równań jest dowolna, gdyż, w zasadzie, zależy od natury procesu powstawania nowej fazy.

Drugą kategorię różniczkowych równań domknięcia dyktuje nam sześciórównaniowy model kontinuum dwupłynowego, który musi być uzupełniony siódmym równaniem typu ewolucyjno-falowego, kładzionym na stopień zapełnienia lub ciśnienie nierównowagowe. To siódme równanie nie jest związane z innymi równaniami domknięcia i musi występować wszędzie tam, gdzie używane są dwa ciśnienia p_v i p_l .

Algebraiczne równania domknięcia Oprócz różniczkowego równania domknięcia na ciśnienie nierównowagowe konieczne jest dopisanie do układu równań zachowania równań domknięcia na pozostałe niewiadome. Dla objętościowej produkcji pary Γ_v , gęstości powierzchni międzyfazowych a_i oraz międzyfazowego strumienia ciepła $q_{i,net}$ równania takie podał Blinkov i in. i zostały one omówione w 2.4. Jeżeli zaś chodzi o wzory na siłę tarcia o ścianki kanału F_{wl} oraz siłę oporu międzyfazowego F_{vl} to zostały one szczegółowo omówione przez Dobrana w [13] i zostaną przedstawione poniżej.

W modelu naszym zakładamy, że ze ścianką kanału w czasie ruchu styka się wyłącznie faza ciekła co oznacza, że $F_{wl} = 0$. W związku z tym siłę tarcia odniesioną do jednostki objętości można zapisać jako

$$F_{wl} = \frac{4}{D} \tau_w = - \left(\frac{dp_l}{dz} \right)_{wall-friction} = 0, \quad (3.28)$$

gdzie τ_w oznacza napięcie styczne na ściance kanału. Wzór korelacyjny przyjmuje ostatecznie postać:

$$F_{wl} = \Phi_l^2 f_l \frac{2G^2}{D\rho_l}, \quad (3.29)$$

w którym współczynnik tarcia f_l oblicza się ze wzorów:

$$f_l = \frac{16}{Re_l}, \quad \text{dla } Re_l = \frac{GD}{\mu_l} \leq 2000, \quad (3.30)$$

$$f_l = 0.079 Re_l^{-0.25}, \quad \text{dla } Re_l > 2000. \quad (3.31)$$

Przez Φ oznaczony został dwufazowy mnożnik tarciový, uwzględniający wpływ pary na siłę tarcia, który oblicza się ze wzoru:

$$\Phi^2 = 1 + (Y^2 - 1)[Bx^{(2-n)/2}(1-x)^{(2-n)/2} + x^{(2-n)}], \quad (3.32)$$

gdzie n jest wykładnikiem równym $n = 0.25$ dla równania Blasiusa, zaś

$$Y^2 = \frac{f_v \rho_l}{f_l \rho_v}. \quad (3.33)$$

W równaniu (3.33) f_v określone jest równaniami podobnymi do (3.30) i (3.31), ale uwzględniającymi własności gazu.

Siła oporu międzyfazowego może być zamodelowana jako:

$$F_{vl} = \xi(w_v - w_l) + \Delta_{GG} \left(w_v \frac{dw_v}{dz} - w_l \frac{dw_l}{dz} \right), \quad (3.34)$$

gdzie $\xi \geq 0$ jest lepkiem współczynnikiem oporu, zaś $\Delta_{GG} \geq 0$ jest współczynnikiem masy wirtualnej uwzględniającym względne przyspieszenie między fazami. Na wielkości te kładzione są oddzielne równania korelacyjne, które kolejno omówimy.

Współczynnik masy wirtualnej Δ_{GG} jest dobrze rozpoznany jedynie dla przepływów pęcherzykowych i dany jest zależnością:

$$\Delta_{GG} = 0.3\alpha\rho_l \tanh(4\alpha). \quad (3.35)$$

Lepki współczynnik oporu ξ bierze pod uwagę tarcie międzyfazowe w masie przepływu i określony jest następującym wzorem:

$$\xi = \frac{2Cf_i}{D} \alpha^{1/2} \rho_v (w_v - w_l), \quad (3.36)$$

w którym Cf_i jest współczynnikiem tarcia międzyfazowego i dany jest zależnościami:

$$Cf_i = \frac{3}{8} C_{D\alpha} (1 - \alpha)^3 \alpha^{1/2} \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{D}{d}, \quad \text{dla } 0 \leq \alpha \leq \alpha_b, \quad (3.37)$$

$$Cf_i = 0.079 Re_v^{-0.25} [1 + 24(1 - \alpha^{1/2}) (\frac{\rho_l}{\rho_v})^{1/3}], \quad \text{dla } \alpha_a \leq \alpha \leq 1, \quad (3.38)$$

$$Cf_i = Cf_{ib} + \left(\frac{Cf_{ib} - Cf_{ia}}{\alpha_b - \alpha_a} \right) (\alpha_b - \alpha_a), \quad \text{dla } \alpha_b \leq \alpha \leq \alpha_a, \quad (3.39)$$

gdzie C_{fib} określamy z równania (3.37) dla $\alpha = \alpha_b$, a C_{fia} znajdujemy z równania (3.38) dla $\alpha = \alpha_a$. W równaniu (3.37) $C_{D\alpha}$ jest współczynnikiem oporu bąbelkowego, który może być określony ze znajomości współczynnika oporu jednego bąbelka C_D jako:

$$C_{D\alpha} = C_D(1 - \alpha)^{-4.7}, \quad (3.40)$$

$$C_D = \frac{24}{Re}(1 + 0.15Re^{0.678}), \quad \text{dla } Re \leq 1000, \quad (3.41)$$

$$C_D = 0.44, \quad \text{dla } Re > 1000. \quad (3.42)$$

Liczby Reynoldsa w równaniach (3.41) i (3.42) definiowane są jako:

$$Re = \frac{\rho_l d(1 - \alpha)(w_v - w_l)}{\mu_l}, \quad (3.43)$$

$$Re = \frac{\rho_v D(w_v - w_l)}{\mu_v}, \quad (3.44)$$

gdzie d jest średnią średnicą pęcherzyka, którą można obliczyć znając gęstość liczby pęcherzyków N_B i powierzchnię międzyfazową przypadającą na jednostkową objętość:

$$\alpha \equiv \frac{\pi}{6} N_B d^3, \quad (3.45)$$

$$\alpha_i \equiv \pi N d^2, \quad (3.46)$$

$$d \equiv \frac{6\alpha}{\alpha_i}. \quad (3.47)$$

3.3. Punkt inicjacji *flashingu*

Korelacja na punkt inicjacji *flashingu* Wyniki obliczeń numerycznych wykonywanych w oparciu o korelacje Alamgira, Lienharda i Bartaka wskazują na dużą niezgodność modelu z eksperymentem [32]. Poszukując bardziej udokładnionej korelacji zauważymy, analizując eksperymenty Bartaka [6], iż korelacja taka winna być funkcją prędkości przepływu w , temperatury początkowej $T_R = T_i/T_c$, ciśnienia wlotowego p_0 oraz prędkości dekompresji Σ . Rozpatrzmy sytuację przedstawioną na rys. 4, na którym oprócz krzywej spadku ciśnienia $p(z)$ narysowano linią przerywaną krzywą korelacyjną $p_{Fi}(z)$ progowego ciśnienia *flashingu*. Proponowany wzór na krzywą korelacyjną $p_{Fi}(z)$ ma postać następującą:

$$p_{Fi}(z) = p_0 - \rho_{0M} T_R^2 z^2 w \left(A_1 + A_2 \frac{z}{D} \frac{\Sigma(z)}{p_0} \frac{w(z)}{z_e} \right). \quad (3.48)$$

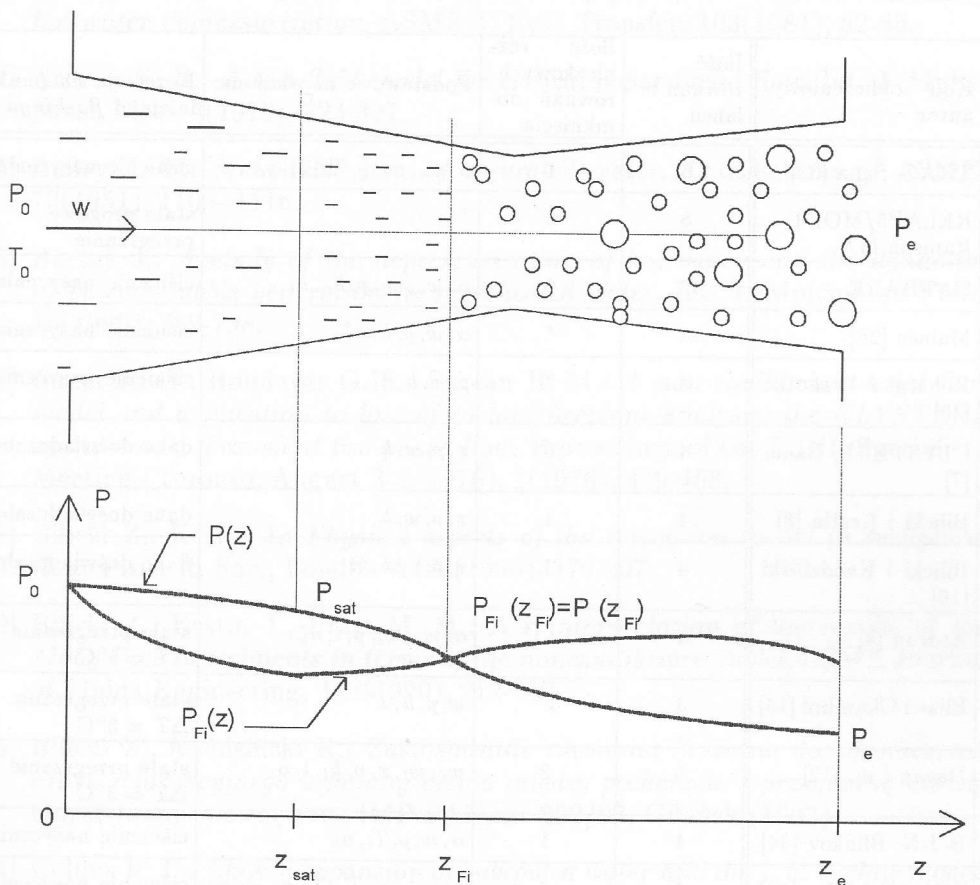
gdzie: ρ_{0M} – gęstość mieszaniny na wlocie.

Wolne parametry A_1 i A_2 w korelacji należy dopasować do danych eksperymentalnych *Moby Dick* [29], *Super Moby Dick* i *BNL* [37]. Progowe przegrzanie w punkcie z_{Fi} oblicza się jako

$$\Delta T = T_i - T_{sat}(p_{Fi}), \quad (3.49)$$

zn. przy założeniu, że przepływ aż do punktu z_{Fi} jest izotermiczny.

Warto zauważyć, że korelacja (3.48) dopuszcza występowanie „ujemnego” przegrzania progowego co eksperymentalnie zostało już stwierdzone przez Recreux [29].



rys. 4. Rozkład ciśnienia rzeczywistego $p(z)$ i progowego ciśnienia flashingu p_{fi} w dyszy zbieżno-rozbieżnej

4. Podsumowanie

W niniejszym krytycznym przeglądzie literatury przygotowano pod kątem dyskusji brakującego równania domknięcia na punkt inicjacji flashingu. Myślą przewodnią było wypracowanie i dyskusja warunków, w których dobrze znane korelacje na początek homogenicznej nukleacji można będzie adaptować do określenia początku nukleacji heterogenicznej. W rozdziale 3.3 podano propozycję korelacji o dwu wolnych parametrach spełniającą konieczne kryteria omówione we wstępnych paragrafach. Niższa tabela, przedstawiając stan wiedzy na ten temat, pokazuje jednocześnie

aktualne tendencje w modelowaniu przepływów ekspandującej wody.

Tabela 1. Zestawienie jednowymiarowych modeli przepływów dwufazowych

Kod obliczeniowy, autor	Łość równań bilansu	łość różniczkowych równań domknięcia	Podstawowe niewiadome	Korelacja na punkt inicjacji <i>flashingu</i>
TRAC, Saha [32]	6	1	$\alpha, w_v, w_l, p, T_v, T_l, p_a$	ciśnienie nasycenia
RELAP5/MOD1, Ramson [32]	5	0	?	stałe progowe przegrzanie
CATHARE	6	0	$\alpha, w_v, w_l, p, h_v, h_l$	ciśnienie nasycenia
Malnes [26]	4	*	α, w, p, h, n_b^*	ciśnienie nasycenia
Rohatgi i Reshotko [30]	3	*	p, w, h, n_b^*	ciśnienie nasycenia
CLYSTERE, Bauer [7]	4	0	x, p, w, h	dane doświadczalne
Bilicki i Kestin [8]	4	1	x, p, w, h	dane doświadczalne
Bilicki i Kwizziński [10]	4	1	x, p, w, h, Θ	dane doświadczalne
Ardron [4]	4	1+1*	$\alpha, w_v, w_l, p, t, n_b^*$	stałe przegrzanie $\Delta T = 3^\circ\text{C}$
Elias i Chambré [15]	3	1*	w, p, h, x^*	stałe przegrzanie $\Delta T = 5^\circ\text{C}$
Dagan i in. [12]	5	2	$w_v, w_l, x, p, h_l, t, \alpha$	stałe przegrzanie $\Delta T = 3^\circ\text{C}$
B-J-N, Blinkov [34]	4	1	α, w, p, T_l, n_b	ciśnienie nasycenia
ZHUGE-I, Yan [36]	5	3	$\alpha, w_v, w_l, T_v, T_l, p_v, p_l, n_b$	ciśnienie nasycenia

*) równanie różniczkowe domknięcia wycałkowane analitycznie

Pracę zgłoszono w kwietniu 1995

Literatura

- [1] Abuaf N., Jones O. C. Jr., Wu B. J. C.: *Critical flashing flows in nozzles with subcooled inlet conditions*, Journal of Heat Transfer, 105(1983), 379-383.

- [2] Abuaf N., Wu G. J. C., Zimmer G. A., Saha P.: *A study of nonequilibrium flashing of water in a converging-diverging nozzle*, BNL-NUREG-51317, June (1981), 1-276.
- [3] Alamgir Md., Lienhard J. H.: *Correlation of pressure undershoot during hot-water depressurization*, ASME J. Heat Transfer, 103(1981), 52-55.
- [4] Ardron K. H.: *A two-fluid model for critical vapor-liquid flow*, Int. J. Multiphase Flow, 4(1978), 323-327.
- [5] Bailey J. F.: *Metastable flow of saturated water*, Transactions of ASME, 73(1951), 1109-1116.
- [6] Bartak J.: *A study of the depressurization of hot water and the dynamics of vapour bubble generation in superheated water*, Int. J. Multiphase Flow, 16(1990), 789-798.
- [7] Bauer E. G., Houdayer G. R., Sureau H. M.: *A non equilibrium axial flow model and application to loss-of-coolant accident analysis: the CLYSTERE system code*, Transient two-phase flow, Proceedings of the CSNI, Specialists Meeting (Toronto, August 3-4, 1976), 1(1976), 429-458.
- [8] Bilicki Z., Kestin J.: *Physical aspects of the relaxation model in two-phase flow*, Proc. R. Soc., London A428(1990), 379-397.
- [9] Bilicki Z., Kestin J., Pratt M. M.: *A reinterpretation of the results of the Moby Dick experiments in terms of the nonequilibrium model*, ASME Journal of Fluids Engineering, 112(1990), 212-217.
- [10] Bilicki Z., Kwidziński R.: *Zastosowanie równania Scrivena do wyznaczenia czasu relaksacyjnego wymiany ciepła między pęcherzem i przegrzaną cieczą*, Opracowanie wewnętrzne IMP PAN, nr 292/93, Gdańsk (1993).
- [11] Collins R. L.: *Choked expansion of subcooled water and the j. h. e. flow model*, ASME J. Heat Transfer, 100(1978), 275-280.
- [12] Dagan R., Elias E., Wacholder W., Olek S.: *A two-fluid model for critical flashing flows in pipes*, Int. J. Multiphase Flow, 19(1993), 15-25.
- [13] Dobran F.: *Nonequilibrium modeling of two-phase critical flows in tubes*, ASME J. Heat Transfer, 109(1987), 731-739.
- [14] Downar-Zapolski P., Bilicki Z., Bolle L., Franco J.: *The nonequilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow*, Int. J. Multiphase Flow, 22(1996), 473-483.
- [15] Elias E., Chambré P. L.: *A mechanistic nonequilibrium model for two-phase critical flow*, Int. J. Multiphase Flow, 10(1984), 21-40.

- [16] Fraser D. W. H., Abdelmessih A. H.: *A study of the effects of flashing inception on maximum and minimum critical two-phase flow rates*, University of Toronto (submitted to print).
- [17] Isaev O. A., Pavlov P. A.: *Vskipanye židkosti v bolšom obyeme pri bystrom sbrose davlenija*, Tepłofizika Vysokich Temperatur, tom 18(1980), 812-818.
- [18] Jones O. C. Jr. : *Flashing inception in flowing liquids*, J. Heat Transfer, 102(1980), 439-444.
- [19] Kardaś D., Bilicki Z.: *Zbiór funkcji termodynamicznych dla obszaru metastabilnego wody i pary*, Opracowanie wewnętrzne IMP PAN, nr 371/94, Gdańsk 1994.
- [20] Kocamustafaogullari G., Ishii M.: *Interfacial area and nucleation site density in boiling systems*, Int. J. Heat Mass Transfer, 26(1983), 1377-1387.
- [21] Lackme C.: *Autovaporisation dans une conduite dlun liquide sature ou sous-refroidi a l'entree*, CEA-R-4957, (1979).
- [22] Lienhard J. H., Alamgir Md., Trela M.: *Early response of hot water to sudden release from high pressure*, ASME J. Heat Transfer, 100(1979), 473-479.
- [23] Lifszyc I. M., Gulida L. S.: *K teorii lokalnogo plavlenija*, Doklady Akademii Nauk SSSR, 87(1952), No. 3.
- [24] Madejski J.: *Odparowanie rozprężne w cienkich rurach*, Transactions IFFM, No. 100, 1996, 7-36.
- [25] Madejski J.: *Wymiana ciepła przy wrzeniu i przepływy dwufazowe*, cz. 2., Ośrodek Informacji o Energii Jądrowej, Warszawa 1973.
- [26] Malnes M.: *Critical two-phase flow based on non-equilibrium effects in: Non-Equilibrium Two-Phase Flows*, eds. R. T. Lahey and G. B. Wallis, pp. 11-17, (1975).
- [27] Nguyen H.: *One-dimensional models for transient two-phase separated flow, Transient two-phase flow*, Proceedings of the Third CSNI Specialists Meeting, M. S. Plesset, N. Zuber and I. Catton, Hemisphere Publishing Corporation (1983).
- [28] Nigmatulin B. I., Soplencow K. I.: *Issledowanye nestacionarnogo istiečeniija vskipajuščej židkosti iz kanalov w termodinamičeski nieravnowesnom približeni*, Tepłofizika Vysokich Temperatur, 18(1980), 118-131.
- [29] Reocreux M.: *Contribution a l'étude des debits critiques en écoulement diphasique eau-vapeur*, Ph.D Thesis, Université Scientifique et Medicale de Grenoble, (1974).

- [30] Rohatgi U. S., Reshotko E.: *Non-equilibrium one-dimensional two-phase flow in variable area channels* in: *Non-Equilibrium Two-Phase Flows*, eds. R. T. Lahey and G. B. Wallis, 47-54 (1975).
- [31] Saha P., Abuaf N., Wu B. J. C.: *A nonequilibrium vapor generation model for flashing flows*, ASME J. Heat Transfer, 106(1984), 198-203.
- [32] Saha P., Jo J. H., Neymotin L., Rohatgi U. S., Slovik G.: *Independent assessment of TRAC-PD2 and RELAP5/MOD1 Codes at BNL in FY 1981*, BNL-NUREG-51645, December, 1982.
- [33] Shin T. S., Jones O. C.: *Nucleation and flashing in nozzles - I. A distributed nucleation model*, Int. J. Multiphase Flow, 19(1993), 943-964.
- [34] Blinkow V. N., Jones O. C., Nigmatulin B. I.: *Nucleation and flashing in nozzles - II. Comparison with experiments using a five-equation model for vapor void development*, Int. J. Multiphase Flow, 19(1993), 965-986.
- [35] Schrock V. E., Starkman E. S., Brown R. A.: *Flashing flow of initially subcooled water in convergent-divergent nozzles*, ASME J. Heat Transfer, 99(1977), 263-268.
- [36] Yan F.: *Modélisation de l'autovaporation en écoulements subcritiques et critiques*, Ph. D. Thesis, Université Catholique de Louvain, 1991.
- [37] Zimmer G. A., Wu B. J. C., Leonhardt W. J., Abuaf N., Jones O. C. Jr.: *Pressure and void distributions in a converging-diverging nozzle with nonequilibrium water vapour generation*, BNL-NUREG-26003, April, 1979.

Modelling of the flashing flow

On the closure equations in flashing flow

Summary

The paper refers to the problem of mathematical modelling of two-phase vapour-liquid mixture flow in channels. A wide review of existing models of two-phase flow with flashing has been performed with special attention paid to the flash point. Models with clearly determined point of flashing inception have been presented as well as the models with flashing zone. Apart from general balance equations necessary closure equations have been presented and discussed. In models with clearly determined flash point the closure equations refer to the pressure undershoot and to the correlation for the relaxation time, whereas the closure equations in models with flashing zone are described by volumetric vapour generation, interfacial area density, interfacial heat flux and number of nuclei density. The model with a semi-empirical correlation for the pressure undershoot has been proposed.