

P O L S K A A K A D E M I A N A U K  
I N S T Y T U T M A S Z Y N P R Z E P Ł Y W O W Y C H

PRACE  
I N S T Y T U T U M A S Z Y N  
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S  
O F T H E I N S T I T U T E O F F L U I D - F L O W M A C H I N E R Y

67-68

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń 1975

---

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

---

**PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH**

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

**THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW  
MACHINERY**

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

---

**KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS**  
**KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR**  
**JERZY KOŁODKO · JÓZEF ŚMIGIELSKI**  
**ANDRZEJ ŻABICKI**

**REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE**  
Instytut Maszyn Przepływowych PAN,  
80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, ul. Gen. Józefa Fiszerza 14, tel. 41-12-71

Copyright  
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1975

Printed in Poland

**PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU**

Nakład 380+90 egz.

Ark. wyd. 28,5. Ark. druk. 22

Pap. druk. sat. kl. V, 70 g 70×100 cm

Nr zam. 112/77

Oddano do składania 10 I 1975 r.

Podpisano do druku 20 IX 1975 r.

Druk ukończono we wrześniu 1975 r.

R-17/661 Cena zł 86,-

**DRUKARNIA UNIWERSYTETU im. A. MICKIEWICZA W POZNANIU**

HYDROFORUM

KONFERENCJA NAUKOWO-TECHNICZNA

na temat

WSPÓLCZESNE PROBLEMY BADAŃ  
I EKSPLOATACJI MASZYN HYDRAULICZNYCH

Gdańsk, 3 - 5 października 1973 r.

\*

HYDROFORUM

SCIENTIFIC-TECHNICAL CONFERENCE

on

MODERN PROBLEMS OF RESEARCH AND  
UTILIZATION OF HYDRAULIC MACHINES

Gdańsk, October 3 - 5, 1973

\*

ГИДРОФОРУМ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

на тему

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ  
И ЭКСПЛУАТАЦИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН

г. Гданьск, 3 - 5 октября 1973 г.

HENRYK CHROSTOWSKI, RYSZARD ROHATYŃSKI

Wrocław\*

## Badanie na elektronicznej maszynie analogowej przebiegów przejściowych po nagłym wyłączeniu pompy wirowej

### Spis oznaczeń

$c$ – prędkość cieczy,	$H_u$ – użyteczna (efektywna) wysokość podnoszenia pompy,
$h_s$ – geometryczna (niwelacyjna) wysokość ssania,	$I$ – moment bezwładności zespołu pompowego,
$h_t$ – geometryczna wysokość tłoczenia,	$P_h$ – moc pobierana przez zespół pompowy,
$h_z$ – geometryczna wysokość podnoszenia pompy,	$P_s$ – moc silnika napędzającego pompę,
$\Delta h$ – strata wysokości ciśnienia,	$Q$ – wydajność pompy,
$k$ – współczynnik oporów hydraulicznych,	$T_p$ – stała bezwładności zespołu wirującego,
$l$ – długość rury,	$T_R$ – stała bezwładności cieczy w przewodach rurowych układu.
$p$ – ciśnienie	
$t$ – czas,	
$\gamma$ – ciężar właściwy,	
$\tau = T_R/T_p$ ,	
$\omega$ – prędkość kątowna pompy,	
$\eta$ – sprawność zespołu pompowego,	
$F$ – przekrój poprzeczny rury,	
$H_{st}$ – statyczna wysokość podnoszenia pompy,	

### Indeksy

$d$ – zbiornik dolny (ssawny)
$g$ – zbiornik górny (tłoczny),
$n$ – nominalny,
$s$ – strona ssawna,
$t$ – strona tłoczna.

### 1. Wstęp

Rozruch i zatrzymywanie pompy wirowej są złożonymi zjawiskami dynamicznymi, w czasie których prędkość kątowna i wydajność pompy oraz ciśnienia w rurociągach ssawnych i tłocznych zmieniają się w szerokim zakresie. Przebieg tych zjawisk zależy od charakterystyk statycznych i dynamicznych zespołu pompowego i rurociągów oraz od warunków początkowych.

W czasie przebiegu przejściowego mogą wystąpić zakłócenia pracy układu. Przy rozruchu może zaistnieć przeciążenie silnika elektrycznego, może też ulec rozerwaniu słup cieczy po stronie ssawnej pompy. Po nagłym odłączeniu napędu pompy może wystąpić

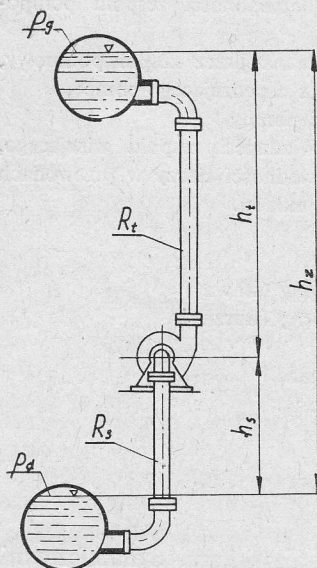
\* Politechnika Wroclawska.

zerwanie słupa cieczy po stronie tłocznej. Ponieważ zjawiska te są niebezpieczne, należy więc im zapobiegać przez odpowiednie zaprojektowanie i eksploatację układu pompowego.

Przewidywanie przebiegów przejściowych w układach pompowych nie jest łatwe, gdyż wymaga rozwiązania układu równań różniczkowych nieliniowych. W niniejszej pracy przedstawiono sposób matematycznego ujęcia zależności opisujących dynamiczne własności układu i wykorzystanie elektronicznej maszyny analogowej do badań tych własności. Autorzy mają nadzieję, że ich propozycja stanowi pewien postęp w stosunku do dotychczas stosowanych metod [4].

## 2. Matematyczny model układu

W celu poznania przebiegów przejściowych zachodzących po nagłym wyłączeniu silnika napędzającego pompę, zostanie zbadany prosty układ, w którym pompa tłoczy wodę ze zbiornika dolnego do zbiornika górnego (rys. 1). Przyjęto, że prędkość kątowna pompy w procesie przejściowym zmienia się wystarczająco powoli w stosunku do czasu przejścia fali ciśnienia przez rurociąg, aby można było pominąć sprężystość przewodów wypełnionych cieczą.



Rys. 1. Schemat układu pompowego

Wysokość ciśnienia u wlotu do pompy (po stronie ssawnej)

$$\frac{p_s}{\gamma} = \frac{p_d}{\gamma} + \frac{c_d^2 - c_s^2}{2g} - h_s - \Delta h_s - \frac{1}{g} \frac{l_s}{F_s} \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

Wysokość ciśnienia u wylotu z pompy (po stronie tłocznej)

$$\frac{p_t}{\gamma} = \frac{p_g}{\gamma} + \frac{c_g^2 - c_t^2}{2g} + h_t + \Delta h_t + \frac{1}{g} \frac{l_t}{F_t} \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

Jeśli pominąć wysokości prędkości, to użyteczna wysokość podnoszenia pompy

$$H_u = \frac{p_g - p_d}{\gamma} + h_z + \Delta h_t + \Delta h_s + \frac{1}{g} \left( \frac{l_s}{F_s} + \frac{l_t}{F_t} \right) \frac{dQ}{dt}. \quad (3)$$

Przy ruchu burzliwym

$$\Delta h_t = k_t Q^2, \quad \Delta h_s = k_s Q^2. \quad (4)$$

Równanie ruchu zespołu pompowego można napisać w postaci:

$$I\omega \frac{d\omega}{dt} = P_s - P_h. \quad (5)$$

Moc pobierana przez zespół pompowy dla uzyskania wydajności  $Q$  i wysokości podnoszenia  $H_u$

$$P_h = \frac{\gamma Q H_u}{\eta}. \quad (6)$$

Po nagłym wyłączeniu silnika  $P_s = 0$  i równanie (5) przybiera postać:

$$I\omega \frac{d\omega}{dt} = - \frac{\gamma H_u Q}{\eta}. \quad (7)$$

Charakterystykę dławienia pompy wygodnie jest przedstawić w postaci niezależnej od prędkości kątowej

$$\frac{H_u}{\omega^2} = f \left( \frac{Q}{\omega} \right). \quad (8)$$

Z teorii podobieństwa pomp wirowych [3] wiadomo, że równanie (8) przedstawia na wykresie  $H_u/\omega^2$  ( $Q/\omega$ ) jedną krzywą, jeśli pominąć wpływ zmiany prędkości kątowej na sprawność zespołu. Przy tym założeniu każdej wartości  $Q/\omega$  odpowiada jedna określona wartość  $\eta$ .

Przyjmując oznaczenia:

$$\begin{aligned} \frac{p_g - p_d}{\gamma} + h_z &= H_{st}, \\ \frac{H_u}{H_n} &= H^*, \quad \frac{H_{st}}{H_n} = H_{st}^*, \quad \frac{Q}{Q_n} = Q^*, \quad \frac{\eta}{\eta_n} = \eta^*, \quad \frac{\omega}{\omega_n} = \omega^*, \quad \frac{t}{T_P} = t^*, \\ T_P &= \frac{I\omega_n^2 \eta_n}{\gamma H_n Q_n}, \quad T_R = \left( \frac{l_s}{F_s} + \frac{l_t}{F_t} \right) \frac{Q_n}{g H_n}, \quad \tau = \frac{T_R}{T_P} \end{aligned} \quad (9)$$

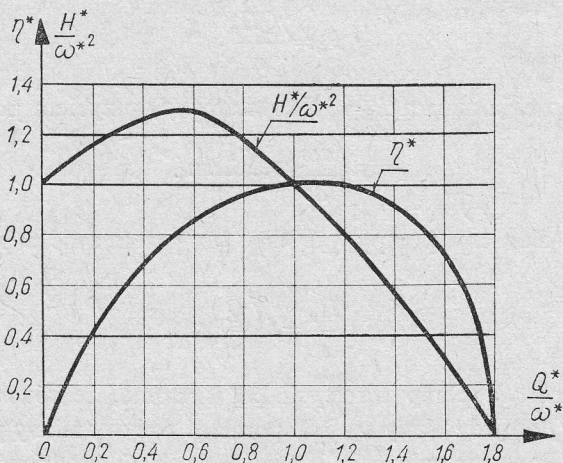
można równania (3), (7), (8) z uwzględnieniem (4) przedstawić w postaci bezwymiarowej:

$$\omega^* \frac{d\omega^*}{dt^*} = - \frac{Q^* H^*}{\eta^*}, \quad (10)$$

$$\tau \frac{dQ^*}{dt^*} = H^* - H_{st}^* - (1 - H_{st}^*) Q^{*2}, \quad (11)$$

$$\frac{H^*}{\omega^{*2}} = f \left( \frac{Q^*}{\omega^*} \right). \quad (12)$$

Układ równań (10), (11) i (12) został zaprogramowany na elektroniczną maszynę analogową i zbadany przy założeniu, że nie zależy od prędkości kątowej. Zauważmy, że jeśli pompa w chwili wyłączenia pracowała w warunkach nominalnych, to warunki początkowe są następujące:  $Q^*(0)=1$ ,  $H^*(0)=1$ ,  $\omega^*(0)=1$ ,  $\eta^*(0)=1$ . Przy jednakowych warunkach początkowych przebiegi przejściowe zależą tylko od wartości  $\tau$  i  $H_{st}^*$  oraz od kształtu zredukowanej charakterystyki dławienia (12) i od charakteru funkcji  $\eta^*=f(Q^*/\omega^*)$ . Wartości  $\tau$  zależą od stosunku stałych czasowych  $T_R$  i  $T_P$ , które są odpowiednio miarą bezwładności cieczy zawartej w przewodach układu i bezwładności mas wirujących zespołu pompowego. Dla najczęściej spotykanych układów pompowych  $\tau < 1$ . Wartości  $H_{st}^*$  mogą się zawierać w granicach  $0 \leq H_{st}^* < 1$ .  $H_{st}^* = 0$  w przypadku, gdy pompa nie pokonuje statycznej wysokości podnoszenia, natomiast przy stosunkowo małych stratach ciśnienia w przewodzie ssawnym i tłocznym  $H_{st}^*$  może być bliskie jedności.



Rys. 2. Charakterystyki bezwymiarowe pompy wirowej

$$H^*/\omega^{*2} = f(Q^*/\omega^*) \quad \text{i} \quad \eta^* = f(Q^*/\omega^*)$$

Rozwiązanie układu równań (10), (11) i (12) względem  $H^*$ ,  $Q^*$ ,  $dQ^*/dt^*$  umożliwia łatwe wyznaczenie przebiegu ciśnień po stronie ssawnej i tłocznej pompy za pomocą równań (1) i (2).

Korzyści wynikające z bezwymiarowego przedstawienia równań układu pompowego są zatem widoczne.

### 3. Realizacja modelu matematycznego na elektronicznej maszynie analogowej

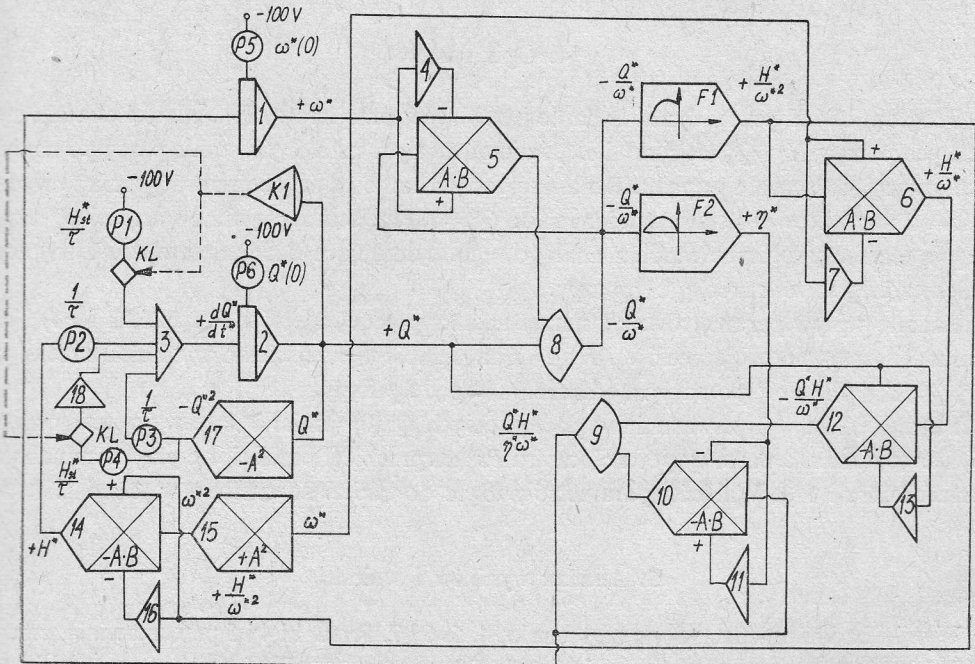
Rozwiązywanie nieliniowych równań różniczkowych na elektronicznych maszynach analogowych jest szczególnie dogodnie. Każda elektroniczna maszyna analogowa składa się z zestawu elementów zwanych członami operacyjnymi, które wykonują sumowanie algebraiczne, mnożenie, dzielenie, odwzorowanie funkcji nieliniowych, całkowanie i różniczkowanie oraz (w ograniczonym zakresie) działania i operacje logiczne.

Zasada działania maszyny analogowej polega na odpowiednich połączeniach członów operacyjnych, które mają realizować dany model matematyczny. Zmienne wielkości występujące w równaniach zostają zastąpione przez napięcie prądu stałego. Wielkość napięć jest znormalizowana i wynosi zazwyczaj  $\pm 100$  V.

Ponieważ operacje różniczkowania i całkowania są wykonywane względem czasu, który jest zmienną niezależną rozwiązania, to maszyny analogowe są szczególnie predestynowane do badania zjawisk dynamicznych. Zaletą tego sposobu realizacji modeli matematycznych jest możliwość szybkiego otrzymywania rozwiązań w postaci wykresów oraz łatwość obserwacji modelowanego procesu w dowolnym czasie i miejscu modelu. Wprowadzanie różnych zmian wielkości określających własności modelowanego układu, polega tylko na zmianie nastawy odpowiedniego potencjometru. Umożliwia to łatwe badanie wpływu parametrów konstrukcyjnych na przebiegi dynamiczne.

3.1. Opis schematu analogowego

Na rys. 3 przedstawiono schemat realizacji równań (10), (11) i (12) na maszynie analogowej. Równanie (10) rozwiązuje się względem  $d\omega^*/dt^*$ . Całkowanie wykonuje się za pomocą integratora 1. Rozwiązując równanie (11) względem pochodnej  $dQ^*/dt^*$  otrzymuje się na wyjściu z integratora 2, całkującego pochodną  $dQ^*/dt^*$ , wydajność pompy  $Q^*$ . Na elementach 4, 5 i 8 wykonywana jest operacja dzielenia wydajności  $Q^*$  przez prędkość



Rys. 3. Schemat analogowy



kątową  $\omega^*$ . Iloraz  $Q^*/\omega^*$  wchodzi do diodowych przekształtników funkcji  $F1$  i  $F2$  odwzorowujących odpowiednio:

- charakterystykę pompy  $H^*/\omega^{*2} = f(Q^*/\omega^*)$  (rys. 2),
- charakterystykę sprawności pompy  $\eta^* = f(Q^*/\omega^*)$  (rys. 2).

W elemencie mnożącym 6 następuje mnożenie sygnału  $H^*/\omega^{*2}$  wychodzącego z przekształtnika  $F1$  przez sygnał  $\omega^*$  pochodzący z integratora 1. Wynik tej operacji jest następnie mnożony na mnożarce 12 przez sygnał wydajności pompy  $Q^*$  (wyjście z integratora 2). Otrzymany wynik  $H^*Q^*/\omega^*$  jest następnie dzielony na elementach 9, 10 i 11 przez sygnał sprawności pompy  $\eta^*$  pochodzący z przekształtnika funkcji  $F2$ . W wyniku dzielenia otrzymuje się wyrażenie  $H^*Q^*/\eta^*\omega^*$  stanowiące sygnał wejściowy do integratora 1.

Wejściem do integratora 2 jest sygnał  $dQ^*/dt^*$  pochodzący z sumatora 3 i stanowiący algebraiczną sumę trzech członów równania (11):

- członu  $H_{st}^*/\tau$  zrealizowanego za pomocą potencjometru  $P1$ ,
- członu  $H^*/\tau$  zrealizowanego za pomocą potencjometru  $P2$  i mnożarki 14, do której wchodzi  $\omega^{*2}$  z kwadratora 15 i  $H^*/\omega^{*2}$  z przekształtnika funkcji  $F1$ ,
- członu  $(1 - H_{st}^*)Q^{*2}/\tau$  zrealizowanego za pomocą potencjometrów  $P3$  i  $P4$ , inwertora 18 i kwadratora 17.

Stan ustalony pracy pompy odwzorowano za pomocą warunków początkowych integratorów 1 i 2. Wartość  $Q^*(0)$  odwzorowuje potencjometr  $P6$  na integratorze 2, natomiast  $\omega^*(0)$  potencjometr 5 na integratorze 1.

Komparator  $K1$  z kluczami  $KL$  służy do odcinania sygnałów  $H_{st}^*$  dla wartości wydajności pompy  $Q^* \leq 0$ . Spełnia on zatem rolę zaworu zwrotnego umieszczonego po stronie tłocznej pompy.

#### 4. Opis badań

Program badań przewidywał badanie przebiegów przejściowych wielkości charakterystycznych pompy  $H^*$ ,  $Q^*$ ,  $dQ^*/dt^*$  i  $\omega^*$  znajdującej się w ustalonym stanie pracy po nagłym (skokowym) odłączeniu napędu. Badania procesu hamowania obejmowały zmianę wydajności od początkowego stanu ustalonego do  $Q^* = 0$ . Przejściu na ujemne wartości  $Q^*$  zapobiegają elementy logiczne modelu analogowego, symulujące działanie zaworu zwrotnego umieszczonego w rurociągu pompy.

Badano wpływ parametrów:  $\tau$  (zmiana nastaw potencjometrów  $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$  i  $P4$ ) i  $H_{st}^*$  (zmiana nastaw potencjometrów  $P1$  i  $P4$ ) na przebiegi przejściowe wielkości zmiennych  $H^*$ ,  $Q^*$ ,  $dQ^*/dt^*$  i  $\omega^*$  po nagłym odłączeniu napędu pompy.

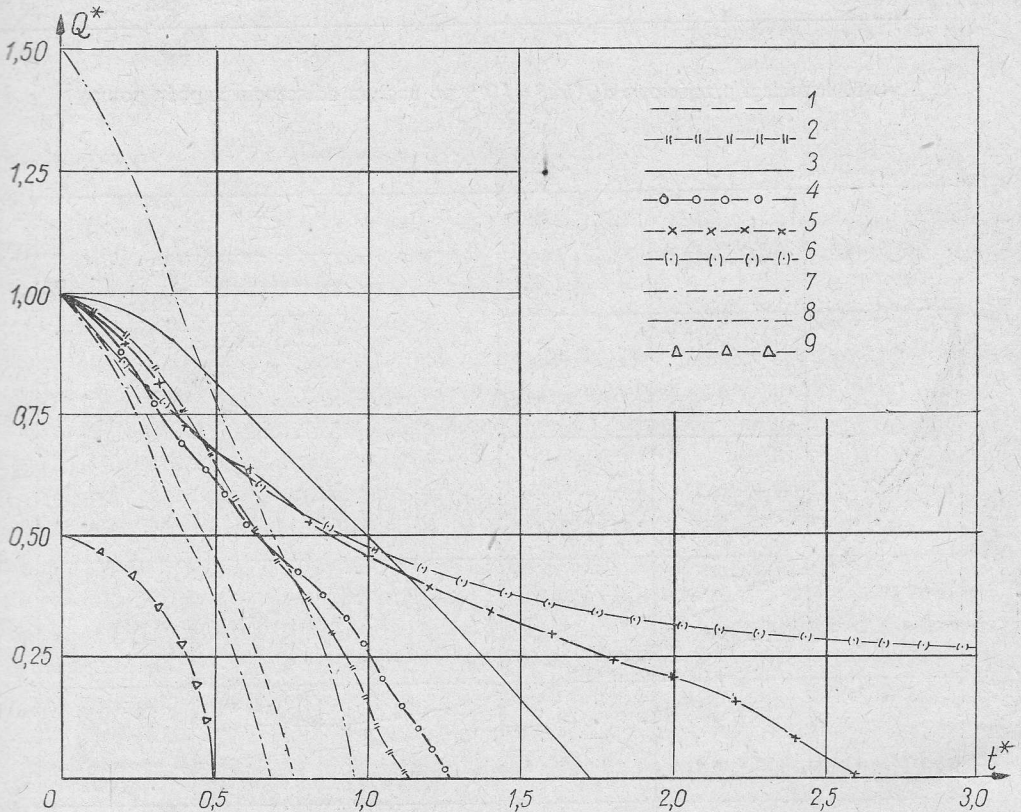
Badano także wpływ warunków początkowych  $Q^*(0)$  (zmiana nastawy potencjometru  $P6$ ) i  $\omega^*(0)$  (zmiana nastawy potencjometru  $P5$ ) na przebiegi przejściowe przy nominalnych wartościach  $\tau$  i  $H_{st}^*$ . Wartości parametrów użyte do badań zestawiono w tabeli 1.

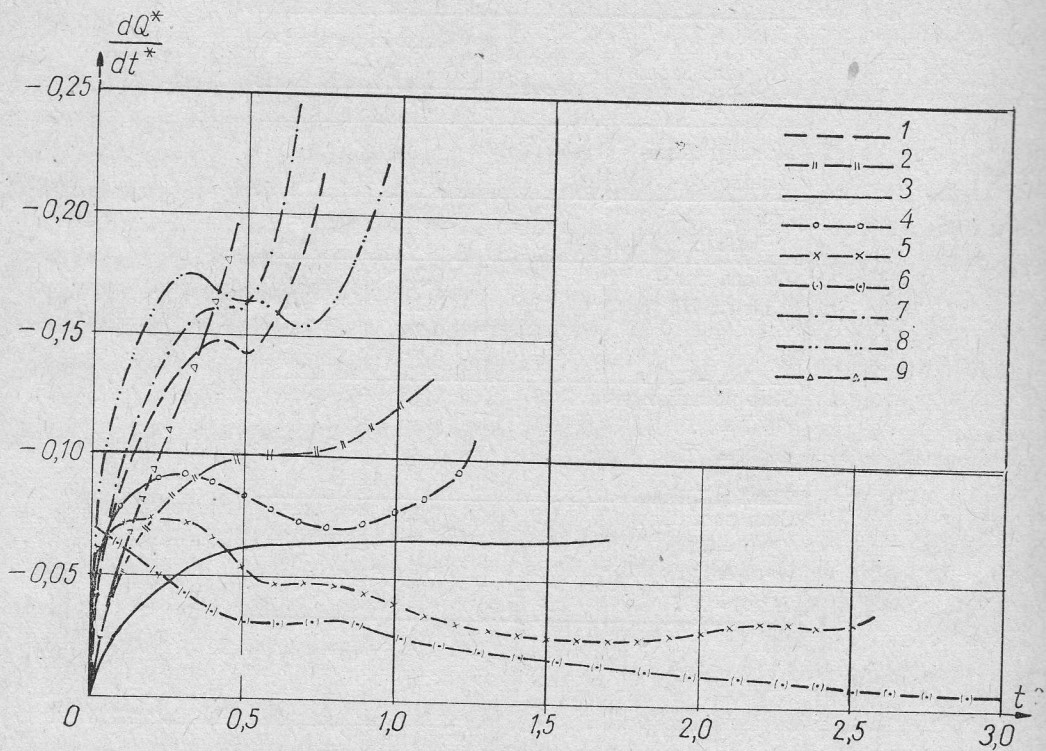
#### 5. Analiza wyników i wnioski

Wyniki badań przedstawiono na rysunku 4, 5, 6 i 7. Rysunki 4 i 5 przedstawiają zmiany  $Q^*$  i  $dQ^*/dt^*$ . Przy nastawach nominalnych  $Q^*$  osiąga wartość równą zero po czasie  $t \approx \approx 0,75 T_p$ . W tym czasie  $dQ^*/dt^*$  osiąga swoją największą (co do wartości bezwzględnej)

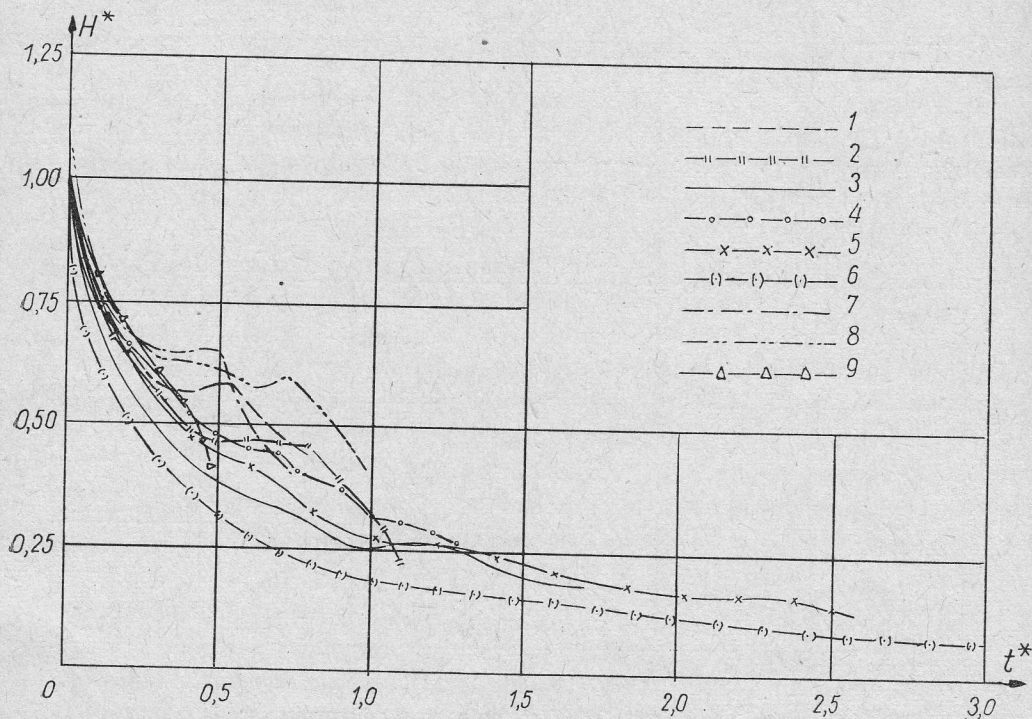
Tabela 1

Program badań	Nr przebiegu	Wartości parametrów	
		$\tau$	$H_{st}^*$
Nastawy nominalne	1	0,25	0,9
Zmiana parametru $\tau$	2	0,5	0,9
	3	1,0	0,9
Zmiana parametru $H_{st}^*$	4	0,25	0,5
	5	0,25	0,2
	6	0,25	0
	7	0,25	1,0
Stan początkowy $Q^*(0)=1,5$ $\omega^*(0)=1,21$ $H^*(0)=1,13$	8	0,25	0,9
Stan początkowy $Q^*(0)=0,5$ $\omega^*(0)=0,848$ $H^*(0)=0,93$	9	0,25	0,9

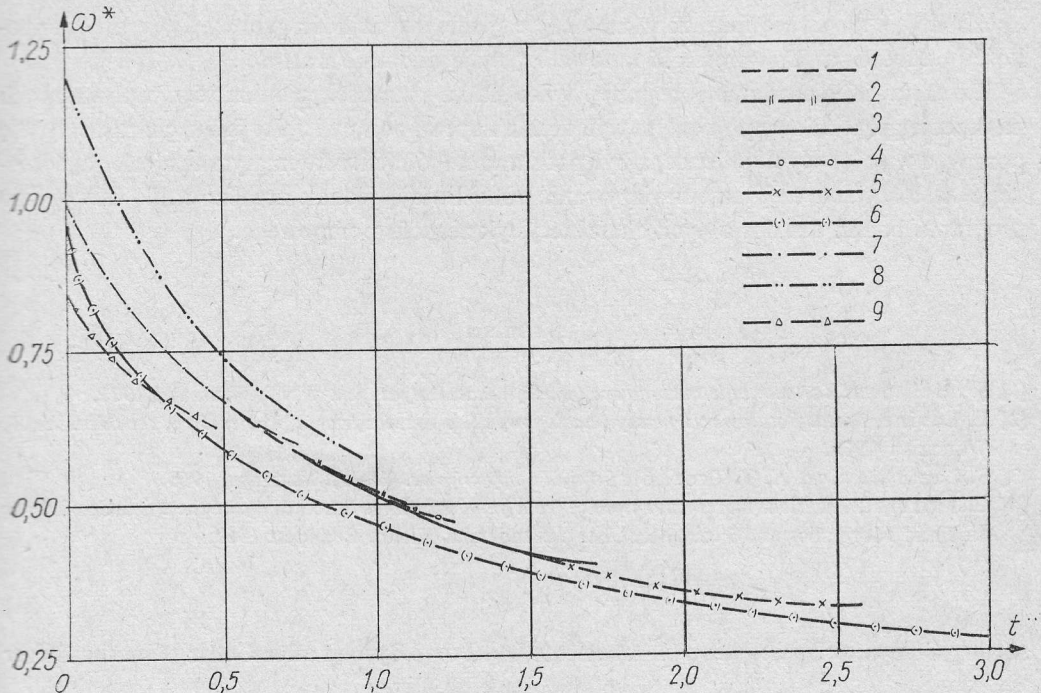
Rys. 4. Przebiegi przejściowe  $Q^*=f(t^*)$  po nagłym odłączeniu napędu pompy



Rys. 5. Przebiegi przejściowe  $dQ^*/dt^*=f(t^*)$  po nagłym odłączeniu napędu pompy



Rys. 6. Przebiegi przejściowe  $H^*=f(t^*)$  po nagłym odłączeniu napędu pompy



Rys. 7. Przebiegi przejściowe  $\omega^* = f(t^*)$  po nagłym odłączeniu napędu pompy

wartość  $dQ^*/dt^* \approx -0,22$ . Wartość ta wyznacza udział tzw. uderzenia wodnego w wysokości podnoszenia pompy.

Wysokość podnoszenia  $H^*$  początkowo szybko maleje (rys. 6), następnie w okolicy  $t^* = 0,4$  zatrzymuje się, a nawet nieco wzrasta. Prędkość kątowa  $\omega^*$  maleje w sposób ciągły, w przybliżeniu według krzywej wykładniczej (rys. 7).

Zwiększenie parametru  $\tau$ , które oznacza zwiększenie wpływu bezwładności wody w rurociągach, powoduje przedłużenie okresu osiągania zerowej wydajności (krzywe 2 i 3 na rysunkach). Zmiany  $Q^*$  są wolniejsze, wobec czego wpływ bezwładności wody maleje.

Zmiany wysokości podnoszenia  $H^*$  i prędkości kątowej  $\omega^*$  są podobne, zwłaszcza w początkowym okresie przebiegu.

Wielkość  $H_{st}^*$  uwzględnia udział strat ciśnienia w układzie pompowym w wysokości podnoszenia pompy. Niemożliwy do osiągnięcia przypadek  $H_{st}^* = 1$  oznaczałby zupełny brak strat w rurociągach pompy, natomiast przy  $H_{st}^* = 0$  pompa nie ma statycznej wysokości podnoszenia. Krzywe 6, 5, 4, 7 i 1 pokazują przebiegi dla wartości  $H_{st}^*$  wynoszących odpowiednio: 0, 0,2, 0,5, 0,9 i 1. Z rysunków 4 i 5 wynika, że im większy udział strat ciśnienia, tym dłużej trwa przebieg przejściowy i tym mniejsza jest prędkość zmian przepływu  $dQ^*/dt^*$ . Zmiany prędkości kątowej  $\omega^*$  zespołu pompowego przebiegają niemal wzdłuż jednej krzywej dla wszystkich badanych  $H_{st}^*$  z wyjątkiem  $H_{st}^* = 0$  (krzywa 6 na rys. 7).

Jeżeli przebieg przejściowy rozpoczyna się przy innych wartościach początkowych (krzywe 8 i 9), to charakter przebiegów  $Q^*$  i  $\omega^*$  pozostaje podobny jak dla warunków nominalnych (krzywa 1), lecz zmienia się ich szybkość i czas trwania, w związku z czym przebiegi  $dQ^*/dt^*$  i  $H^*$  różnią się wzajemnie.

Zasługuje na uwagę fakt, że w momencie spadku wydajności pompy do zera, jej wysokość podnoszenia  $H^*$  i prędkość kątowna  $\omega^*$  mają dodatnie wartości.

Przedstawione badania obejmują tylko kilka wartości parametrów wpływających na przebieg przejściowy po nagłym wyłączeniu napędu pompy i tylko jedną charakterystykę pompy, a więc ich wyniki nie mogą być podstawą uogólnień. Matematyczne ujęcie zagadnienia i zastosowana metoda rozwiązywania umożliwiają jednak zrealizowanie dowolnego programu badań dla dowolnych charakterystyk zespołu pompowego.

#### Literatura

- [1] W. Hellman, *Zastosowanie analogowych maszyn matematycznych*. WNT, Warszawa 1971.
- [2] L. Levine, *Metody stosowania maszyn analogowych do rozwiązywania problemów w technice*. WNT, Warszawa 1969.
- [3] S. Łazarkiewicz, A. T. Troskoleński, *Pompy wirowe*. WNT, Warszawa 1968.
- [4] C. Thirriot, *Transient movement resulting from pump stopping*. Proceedings of the third Conference on Fluid Mechanics and Fluid Machinery. Akademiai Kiado, Budapest 1969.

### Analog-Computer Investigation of Transients in a Pump System after Cutting Out the Driver of the Impeller Pump

#### Summary

The investigation of the hydraulic and mechanic transients occurring in a pump system after suddenly cutting out the driver of the impeller pump has been presented. The relations characterizing the dynamic and static properties of the system have been given (Eqs. (1) - (8)) and hereafter, to generalize the investigation results, they have been presented in a dimensionless form (Eqs. (10) - (12)). It has been assumed that the transients of the angular speed of the pump run so slowly that the elasticity of the piping system can be neglected.

After assuming the shape of the dimensionless head-discharge characteristic of the pump (Fig. 2) the equations (10) - (12) have been simulated on an analog computer (Fig. 3). The investigations of the pressure, discharge and angular speed transients have been carried out for several values of the essential parameters. The results of the research have been presented in diagrams (Figs 4, 5, 6, 7) and analyzed and then conclusions have been drawn.

The method presented facilitates investigations of the dynamic properties of the pump systems; real non-linear characteristics of the system elements can easily be taken into account.

### Исследование переходных процессов после быстрого отключения центробежного насоса при помощи электронной аналоговой установки

#### Резюме

В работе представлены исследования переходных процессов, выступающих в системе центробежного насоса при быстром отключении привода (рис. 1). Указаны зависимости характеризующие статические и динамические свойства системы в физических (уравнения (1) - (8)) и безразмерных координатах (уравнения (10) - (12)).

Предположено, что угловая скорость насоса изменяется достаточно медленно для того, чтобы можно было пренебречь упругостью трубопроводов, заполненных жидкостью. Для принятой безразмерной характеристики насоса (рис. 2) замоделированы уравнения системы (уравнения (10) - (12)) на электронной аналоговой вычислительной машине (рис. 3). Сделаны исследования переходных процессов давления, расхода и угловой скорости насоса при различных значениях влияющих параметров (рис. 4, 5, 6, 7), произведен их анализ и сделаны выводы.

Показанный метод позволяет исследовать динамические свойства насосных систем с учетом реальных нелинейных характеристик элементов системы.