

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

73

WARSZAWA—POZNAŃ 1976

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS
KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
JERZY KOŁODKO · JÓZEF ŚMIGIELSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE
Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, ul. Gen. Józefa Fiszerza 14, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1976
Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład: 350+90 egz. Ark. wyd. 13. Ark. druk. 10. Papier druk. sat. kl. V, 70g, 70×100.
Oddano do składania 9 I 1976. Podpisano do druku 12 XI 1976. Druk ukończono w listopadzie 1976 r. Zam. nr 114/159. H-5/709. Cena zł 40,-

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

ZBIGNIEW WALCZYK

Gdańsk

Statyczne ugięcia i kąt odwinięcia długich, wstępnie zwinionych łopatek turbinowych*

W pracy przedstawiono metodę obliczenia statycznych odkształceń łopatek turbinowych wstępnie zwinionych z uwzględnieniem zmian obciążeń w trakcie odkształcenia się łopatki. Metoda ta umożliwia obliczanie łopatki skrępowanej różnego rodzaju więzami sprężystymi. Rozwiązano również zadanie polegające na wyznaczeniu takich kątów wstępnego zwinienia łopatki, aby po jej odwinięciu się pod działaniem obciążeń zewnętrznych zajęła ona z góry określoną geometrię.

Rozważania teoretyczne zilustrowano przykładem wyznaczania odkształceń łopatki ostatniego stopnia turbiny energetycznej.

1. Założenia wstępne

Cechą charakterystyczną długich łopatek turbinowych jest znaczne wstępne ich zwinienie, tzn. główne centralne osie bezwładności kolejnych poprzecznych przekrojów łopatki (profilu) są względem siebie obrócone o różne kąty. Ponadto łopatki takie cechują się dużą zmianą charakterystyk geometrycznych przekrojów poprzecznych wzdłuż ich długości. Decydującymi zewnętrznymi obciążeniami łopatki są masowe siły odśrodkowe spowodowane wirowaniem łopatki wraz z tarczą, na której są osadzone.

Ze względu na zwinienie łopatki i zmienność profili oraz na znaczne statyczne ugięcie długich łopatek siły te powodują nie tylko rozrywanie łopatki, ale również jej zginanie i skręcanie, przy czym obciążenia gnące i skręcające od sił odśrodkowych zmieniają się w trakcie odkształcania się łopatki. Wówczas zmieniają się także obciążenia aerodynamiczne łopatki.

Taka cecha obciążeń zewnętrznych wraz z wymienionymi właściwościami geometrii łopatek stwarza poważne trudności przy obliczeniach kinetostatycznych.

W ostatnim czasie zainteresowanie statycznymi obliczeniami długich łopatek wzrosło; szczególnie łopatek wirnikowych ostatnich stopni parowych turbin wielkiej mocy. Okazało się, że duże kinetostatyczne odkształcenia takich łopatek mogą w znacznym stopniu wpłynąć na zmianę pewnych charakterystyk całej turbiny.

* Praca wykonana w ramach planu resortowego PAN-19, grupa tematyczna 2.

Z odkształceń statycznych najbardziej interesujący jest kąt odwijania się łopatki pod wpływem obciążeń zewnętrznych. Odwijanie się łopatki zmienia kąty ustawiania profili we wieńcu wirnikowym, co w konsekwencji prowadzić może do niekorzystnej zmiany charakterystyk sprawnościowych turbiny.

Ze względów dynamicznych (wyjście z rezonansu) na ogół długie łopatki turbinowe są skrępowane różnego rodzaju więziami.

Przy występowaniu tzw. więzi usztywniających ocena wielkości naprężeń we więziach może nastąpić jedynie w przypadku poprawnych obliczeń statycznych odkształceń łopatki. Problem ten jest bezpośrednio powiązany z charakterystyką niezawodności turbiny. W literaturze technicznej dużo miejsca poświęca się obliczeniom statycznym długich łopatek, a w szczególności obliczeniom naprężeń kinetostatycznych. Stosowane w tych pracach modele łopatek [5 - 9] na ogół jednak nie uwzględniają zmian obciążeń zewnętrznych w trakcie odkształcania się łopatki. Ponadto wstępne zwiniecie łopatki uwzględnia się, ograniczając problem do skośnego zginania łopatki. Powyższe modele nie mogą prowadzić do uzyskania poprawnych wyników odkształceń statycznych.

Obiecującą metodą statycznych obliczeń łopatek jest metoda elementów skończonych — do tej pory była ona używana w przypadku dynamicznych obliczeń długich łopatek turbinowych (np. [12]).

Do znanych prac uwzględniających wymienione podstawowe problemy statyki długich łopatek należą prace [3, 4, 5, 6], a w szczególności [4]. Jednakże i w tych pracach pominięto ważne, do tej pory nie wspomniane fakty.

Zastosowany w pracy [4] model łopatki ogranicza się głównie do zginania skośnego łopatki w zmiennym polu obciążeń zewnętrznych. Model rozwijania się łopatki jest tutaj prosty i uwzględnia jedynie wpływ siły rozrywającej i zewnętrznego momentu skręcającego, gdy tymczasem wiadomo, że zginanie i skręcanie łopatki wstępnie zwinętej są ze sobą powiązane. Przedstawiona w niniejszej pracy metoda obliczania statycznych odkształceń długich, wstępnie zwinętych łopatek bazuje na rezultatach Szorra teorii prętów wstępnie zwinętych [1].

Teoria prętów wstępnie zwinętych została zastosowana przy pewnych dopuszczalnych jej uproszczeniach. Z punktu widzenia tej teorii konstruowane obecnie długie łopatki turbinowe są prętami słabo wstępnie zwinętymi o wydłużonych przekrojach poprzecznych. Uwzględnienie tego faktu spowodowało, że związki pomiędzy deformacjami łopatki a jej obciążeniami zewnętrznymi są liniowe. Ponadto zrezygnowano z uwzględnienia odkształceń od ścinania łopatki.

Wraz z obciążeniami od sił odśrodkowych (zmiennych w trakcie odkształcania się łopatki) uwzględnia się obciążenia gnące pochodzące od czynnika roboczego przepływającego przez wieńiec wirnikowy, tzw. obciążenia aerodynamiczne. Przyjęto, że obciążenia te są niezienne w trakcie odkształcania się łopatki. Wielkości tych obciążeń oblicza się stosując metodę opracowaną w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku [14]. Z przeprowadzonej analizy wynika, że momenty skręcające wywołane czynnikiem roboczym jako drugorzędne można pominąć (powodują one odwijanie się łopatki o kąt, który jest równy $\sim 1\%$ całkowitego kąta odwijania).

Zmianę skręcających i gnących momentów pochodzących od sił odśrodkowych uwzględniono stosując metodę iteracyjną opisaną w punkcie 4.

Dodatkowo uwzględniono możliwość występowania dowolnej ilości dwóch rodzajów więzów:

- a) więzy przegubowe związane z łopatką, np. tzw. druty tłumiące,
- b) więzy sztywno powiązane z łopatką, np. druty usztywniające, bandaże.

W przypadku więzów usztywniających problem statycznej niewyznaczalności rozwiązano metodą sił. Jak zostało wspomniane, ze wszystkich odkształceń łopatki najbardziej interesującymi są kąty odwijania się łopatki, które mogą spowodować spadek sprawności stopnia turbiny. Interesujące jest zadanie odwrotne, tzn. jak należy zaprojektować łopatkę turbinową, aby pod wpływem zmiennych obciążeń zewnętrznych jej profile ustawiły się pod z góry zadanymi kątami. Rozwiązanie takiego zadania również zamieszczono w niniejszej pracy.

Ważniejsze oznaczenia

$Oauz$ – globalny ortokartezjański układ osi współrzędnych usytuowany względem tarczy wirnikowej jak na rys. 1.

Profilom łopatki będziemy nazywać każdy poprzeczny przekrój łopatki prostopadły do osi Oz . O jest środkiem ciężkości profilu łopatki u jej podstawy.

$O_z; S_z$ – środek ciężkości oraz środek ścinania bieżącego profilu łopatki,

$O_z\xi\eta$ – układ głównych centralnych osi bezwładności bieżącego profilu łopatki,

L, R_0 – długość łopatki i promień zamocowania profilu u stopy łopatki na tarczy wirnikowej,

γ, E, μ – ciężar właściwy, moduł sprężystości oraz liczba Poissona materiału łopatki,

ω – prędkość kątowna wirnika,

g – przyspieszenie ziemskie,

$M_a(z), M_u(z), M_z(z), Q_z(z)$ – zewnętrzne momenty gnące, moment skręcający oraz zewnętrzna siła rozrywająca w układzie $Oauz$,

$\varepsilon_z(z), \kappa_a(z), \kappa_u(z), \theta_z(z)$ – względne wydłużenie, krzywizny ugięć oraz względny kąt skręcenia łopatki w układzie $Oauz$,

$f_z(z), f_a(z), f_u(z), \tau_z(z)$ – wydłużenie łopatki, ugięcia linii środków ścinania profilu łopatki oraz kąt skręcenia łopatki w układzie $Oauz$,

$A_0(z), U_0(z)$ – współrzędne środka ciężkości bieżącego profilu nieodkształconej łopatki w układzie Oau ,

$\xi_s(z), \eta_s(z)$ – współrzędne środka ścinania bieżącego profilu łopatki w układzie $O_z\xi\eta$,

$\beta_0(z)$ – kąt ustawienia bieżącego profilu nieodkształconej łopatki we wieńcu wirnikowym (patrz rys. 1).

2. Równania wyjściowe

W myśl przyjętych na wstępie założeń pomiędzy deformacjami i obciążeniami zewnętrznymi łopatki istnieją liniowe zależności. Wypiszmy je kolejno w układzie lokalnym $O\xi\eta z$ oraz w układzie globalnym $Oauz$

$$\text{colon} \{ \varepsilon_z(z); \kappa_\xi(z); \kappa_\eta(z); \theta_z(z) \} = \mathbf{A}(z) \text{colon} \{ Q_z(z); M_\eta(z); M_\xi(z); M_z(z) \} \quad (1)$$

oraz

$$\text{colon} \{ \varepsilon_z(z); \kappa_a(z); \kappa_u(z); \theta_z(z) \} = \tilde{\mathbf{A}}(z) \text{colon} \{ Q_z(z); M_u(z); M_a(z); M_z(z) \}. \quad (2)$$

Macierze $\mathbf{A}(z)$ i $\tilde{\mathbf{A}}(z)$ są macierzami podatności, pomiędzy którymi istnieje następująca relacja:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T}. \quad (3)$$

Macierz $\mathbf{T}(z)$ jest ortogonalną macierzą transformacji składowych wielkości wektorowych z układu $O\xi\eta z$ do układu $O\alpha u z$:

$$\mathbf{T}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta(z) & \sin \beta(z) & 0 \\ 0 & -\sin \beta(z) & \cos \beta(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Występujący w macierzy (4) kąt $\beta(z)$ jest zmienny w trakcie odkształcania się łopatki, tzn.

$$\beta(z) = \beta_0(z) + \tau_z(z). \quad (5)$$

Macierz podatności $\mathbf{A}(z) = [a_{ij}(z)]$, ($i, j = 1, 2, 3, 4$) wynika z teorii prętów wstępnie zwiniętych [1]. Ponieważ wszystkie wyrazy tej macierzy są niezerowe więc z równań (1) lub (2) wynika, że każdy rodzaj obciążenia zewnętrznego ma wpływ na wszystkie rozpatrywane współrzędne wektora deformacji. Należy zwrócić uwagę na fakt, że w przypadku długich łopatek turbinowych wyrazy pozaprzekątniowe są na tyle wielkie, że ich pominięcie jest nieuzasadnione.

Wyrazami macierzy $\mathbf{A}(z)$ są następujące wielkości:

$$\begin{aligned} a_{11}(z) &= \frac{1}{EF(z)} \left[1 + 2(1 + \mu)\alpha^2(z)k(z) \frac{I_\rho(z)}{F(z)I(z)} \right], \\ a_{22}(z) &= \frac{1}{EI_\eta(z)} \left[1 + 2(1 + \mu)\alpha^2(z)k(z) \frac{I_{\rho\eta}(z)}{I_\eta(z)I(z)} \right], \\ a_{33}(z) &= \frac{1}{EI_\xi(z)} \left[1 + 2(1 + \mu)\alpha^2(z)k(z) \frac{I_{\rho\xi}(z)}{I_\xi(z)I(z)} \right], \\ a_{44}(z) &= \frac{k(z)}{GI(z)}, \\ a_{12}(z) &= a_{21}(z) = -\alpha^2(z) \frac{I_\rho(z)I_{\rho\eta}(z)}{GF(z)I_\eta(z)I(z)} k(z), \\ a_{13}(z) &= -a_{31}(z) = \alpha^2(z) \frac{I_\rho(z)I_{\rho\xi}(z)}{GF(z)I_\xi(z)I(z)} k(z), \\ a_{14}(z) &= a_{41}(z) = -\alpha(z) \frac{I_\rho(z)I_{\rho\xi}(z)}{GF(z)I_\xi(z)I(z)} k(z), \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_{23}(z) = -a_{32}(z) = -\alpha^2(z) \frac{I_{\rho\xi}(z) I_{\rho\eta}(z)}{GI_{\xi}(z) I_{\eta}(z) I(z)} k(z),$$

$$a_{24}(z) = a_{42}(z) = \alpha(z) \frac{I_{\rho\eta}(z)}{GI_{\eta}(z) I(z)} k(z),$$

$$a_{34}(z) = -a_{43}(z) = \alpha(z) \frac{I_{\rho\xi}(z)}{GI_{\xi}(z) I(z)} k(z),$$

gdzie

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad k(z) = \frac{1}{1+D^2(z)}, \quad D^2(z) = 2(1+\mu)\alpha^2(z) \frac{I^*(z)}{I(z)}, \quad (7)$$

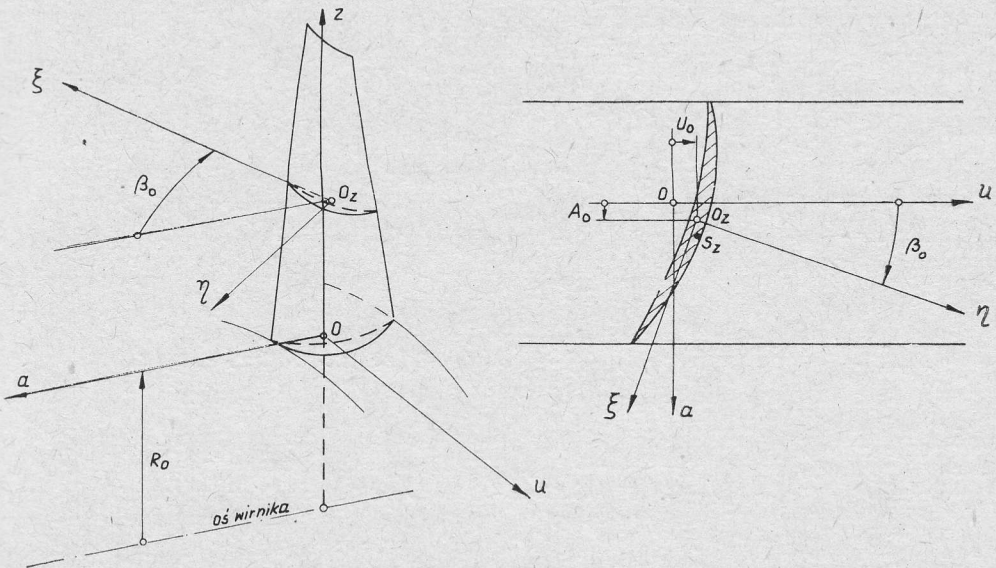
$$I^*(z) = I_{\rho\rho}(z) - \frac{I_{\rho}^2(z)}{F(z)} - \frac{I_{\rho\eta}^2(z)}{I_{\eta}(z)} - \frac{I_{\rho\xi}^2(z)}{I_{\xi}(z)}$$

We wzorach (6) i (7) występuje szereg charakterystyk profili, które dla każdego z nich wyznacza się następująco [13]:

$$\begin{aligned} I_{\xi} &= \int_F \eta^2 dF, & I_{\eta} &= \int_F \xi^2 dF, & I_{\rho\xi} &= \int_F \eta \rho^2 dF, \\ I_{\rho\eta} &= \int_F \xi \rho^2 dF, & I_{\rho} &= \int_F \rho^2 dF, & I_{\rho\rho} &= \int_F \rho^4 dF, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie I – geometryczna sztywność na skręcanie pręta bez uwzględnienia jego wstępnego zwinięcia, ρ – odległość elementarnego fragmentu profilu o polu powierzchni dF od środka ścinania S_z ,

$$\alpha(z) = \frac{d\beta(z)}{dz} = \frac{d\beta_0(z)}{dz} + \theta_z(z) \quad (9)$$



Rys. 1. Usytuowanie łopatki we wieńcu

jest względny kątem całkowitego zwinienia łopatki, zmiennym w trakcie odkształcenia się łopatki. Wobec tego

$$\alpha_0(z) = \frac{d\beta_0(z)}{dz} \quad (10)$$

jest względny kątem wstępnego zwinienia nieodkształconej łopatki.

Zależności pomiędzy deformacjami i odkształceniami łopatki są następujące:

$$\begin{aligned} f_z(z) &= \int_0^z \varepsilon_z(x) dx, & \tau_z(z) &= \int_0^z \theta_z(x) dx, \\ f_a(z) &= \int_0^z dx \int_0^x \kappa_a(y) dy, & f_u(z) &= \int_0^z dx \int_0^x \kappa_u(y) dy. \end{aligned} \quad (11)$$

Równania (11) można zapisać w równoważnej formie różniczkowej.

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(z) &= \frac{d}{dz} f_z(z), & \kappa_a(z) &= \frac{d^2}{dz^2} f_a(z), \\ \kappa_u(z) &= \frac{d^2}{dz^2} f_u(z), & \theta_z(z) &= \frac{d}{dz} \tau_z(z). \end{aligned} \quad (12)$$

Ponieważ łopatka jest utwierdzona w tarczy wirnikowej więc

$$f_z(0) = f_a(0) = f_u(0) = \tau_z(0) = 0, \quad \frac{d}{dz} f_a(0) = \frac{d}{dz} f_u(0) = 0. \quad (13)$$

Równania (11) są o tyle wygodniejsze, że uwzględniają warunki początkowe (13). Opierając się na przedstawionych do tej pory wzorach można wyznaczyć odkształcenie łopatki pod warunkiem, że znane są obciążenia zewnętrzne działające na łopatkę.

Obciążenia te można wyliczyć w następujący sposób:

$$\begin{aligned} Q_z(z) &= \frac{\omega^2 \gamma}{g} \int_z^L F(x)(R_0 + x) dx + Q_z^w(z), \\ M_a(z) &= \frac{\omega^2 \gamma}{g} \int_z^L F(x)(R_0 + x)[A(z) - A(x)] dx + M_a^p(z) + M_a^w(z), \\ M_u(z) &= \frac{\omega^2 \gamma}{g} \int_z^L F(x)(R_0 + x) \left[\frac{R_0 + z}{R_0 + x} U(x) - U(z) \right] dx + M_u^p(z) + M_u^w(z), \\ M_z(z) &= \frac{\omega^2 \gamma}{g} \int_z^L F(x)[A(x) - A(z) - a_s(z)] U(x) dx + M_z^p(z) + M_z^w(z). \end{aligned} \quad (14)$$

W powyższych wzorach przez $Q_z^w(z)$, $M_a^w(z)$, $M_u^w(z)$, $M_z^w(z)$ oznaczono dodatkowe obciążenia zewnętrzne wywołane oddziaływaniem więzi na łopatkę, a przez $M_a^p(z)$, $M_u^p(z)$,

$M_z^p(z)$ – obciążenia aerodynamiczne, przy czym jak wspomniano na wstępie dla łopatek turbinowych można przyjąć $M_z^p(z) = 0$.

Środki ciężkości profili łopatki w miarę jej odkształcania się zmieniają w układzie Oau swe położenie, co jest spowodowane ugięciami i obrotem profili dookoła środków ścinania, czyli

$$A(z) = A_0(z) + f_a(z) + \xi_s(z) \cos \beta_0(z) - \eta_s(z) \sin \beta_0(z) - \xi_s(z) \cos \beta(z) + \eta_s(z) \sin \beta(z), \quad (15)$$

$$U(z) = U_0(z) + f_u(z) + \xi_s(z) \sin \beta_0(z) + \eta_s(z) \cos \beta_0(z) - \xi_s(z) \sin \beta(z) - \eta_s(z) \cos \beta(z).$$

Również zmienia się współrzędna środków ścinania profili mierzona na osi Oa

$$a_s(z) = \xi_s(z) \cos \beta(z) - \eta_s(z) \sin \beta(z). \quad (16)$$

We wzorach (15) i (16) $\xi_s(z)$ oraz $\eta_s(z)$ są współrzędnymi środków ścinania w układach lokalnych $O_z \xi \eta$ i są one niezmiennie w trakcie odkształcania się łopatki. Zastosowanie wzorów (15) jest konieczne ponieważ równania (2) nie uwzględniają faktu, że linia środków ciężkości profili dodatkowo odkształca się, gdy profil dokonuje obrotu dookoła środka ścinania.

Gdyby łopatka była pozbawiona więzi, tzn. $Q_z^w(z) = M_a^w(z) = M_u^w(z) = M_z^w(z) = 0$, to przedstawione do tej pory związki stanowią wyjściowy układ równań dla obliczeń statycznych odkształceń łopatki.

Podstawiając odpowiednio równania (14), (15), (16) i (5) - (11) do równania macierzonego (2), otrzymamy podstawowy układ czterech nieliniowych równań różniczkowo-całkowych z niewiadomymi funkcjami $f_z(z), f_a(z), f_u(z), \tau_z(z)$, które dla $z=0$ muszą spełniać warunki początkowe (13). Oczywiście celowe jest żeby powyższy podstawowy układ równań był rozwiązany metodami numerycznymi przy użyciu E.M.C.

Dokładny opis zastosowanej metody numerycznego rozwiązania tego układu został opisany w punkcie 4.

3. Więzy łopatki

Oddzielnego potraktowania wymagają więzy łopatki, o których do tej pory jedynie wspomiano.

Ponieważ łopatka jednocześnie może być skrępowana oboma wspomnianymi typami więzi, niech

$$\begin{aligned} Q_z^w(z) &= Q_z^{w(1)}(z) + Q_z^{w(2)}(z), & M_a^w(z) &= M_a^{w(1)}(z) + M_a^{w(2)}(z), \\ M_u^w(z) &= M_u^{w(1)}(z) + M_u^{w(2)}(z), & M_z^w(z) &= M_z^{w(1)}(z) + M_z^{w(2)}(z). \end{aligned} \quad (17)$$

Indeks (1) zarezerwowano dla więzi przegubowo związanych z łopatką, zaś indeks (2) – dla więzi sztywno powiązanych z łopatką.

Niech łopatka jest skrępowana przez n_1 więzi pierwszego typu oraz przez n_2 więzi drugiego typu. Niech współrzędnymi punktów styku więzi z łopatką liczonymi na osi Oz ,

odpowiednio dla obu typów więzi, są:

$$\begin{aligned} z_i, \quad i=1, 2, \dots, n_1, \\ z^j, \quad j=1, 2, \dots, n_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Wówczas

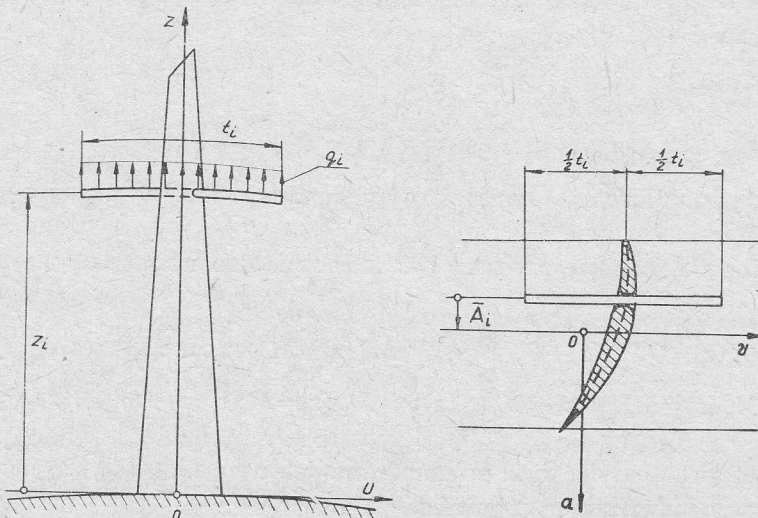
$$\begin{aligned} Q_z^w(z) &= \sum_{i=1}^{n_1} H_z^{z_i} Q_{z_i}^w(1)(z) + \sum_{j=1}^{n_2} H_z^{z^j} Q_{z^j}^w(2)(z), \\ M_a^w(z) &= \sum_{i=1}^{n_1} H_z^{z_i} M_{a_i}^w(1)(z) + \sum_{j=1}^{n_2} H_z^{z^j} M_{a_j}^w(2)(z), \\ M_u^w(z) &= \sum_{i=1}^{n_1} H_z^{z_i} M_{u_i}^w(1)(z) + \sum_{j=1}^{n_2} H_z^{z^j} M_{u_j}^w(2)(z), \\ M_z^w(z) &= \sum_{i=1}^{n_1} H_z^{z_i} M_{z_i}^w(1)(z) + \sum_{j=1}^{n_2} H_z^{z^j} M_{z^j}^w(2)(z), \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie

$$H_z^a = \begin{cases} 0 & \text{dla } a < z \leq L, \\ 1 & \text{dla } 0 \leq z \leq a. \end{cases} \quad (20)$$

Więzi przegubowo związane z łopatką

Ze względu na kołową symetrię łopatek we wieńcu wirnikowym, można przyjąć, że każda łopátka przenosi siłę odśrodkową pochodzącą od odcinka więzi o długości równej podziałce łopatek we wieńcu. Sytuację pokazano na rys. 2. Przyjęto tutaj, że więzi rozpatrywanego typu (na ogół druty tłumiące) posiadają stały przekrój poprzeczny.



Rys. 2. Więzi przegubowo powiązane z łopatką

W myśl przyjętych założeń (i z rys. 2) wynika, że

$$\begin{aligned} Q_{z_i}^{w(1)} &= q_i t_i, & M_{a_i}^{w(1)}(z) &= 0, \\ M_{u_i}^{w(1)}(z) &= Q_{z_i}^{w(1)} [A(z) - \bar{A}_i], \\ M_{z_i}^{w(1)}(z) &= 0, & \text{dla } i &= 1, 2, \dots, n_1. \end{aligned} \quad (21)$$

Wartość obciążenia ciągłego q_i działającego na wież wyraża się wzorem:

$$q_i = \frac{\omega^2}{g} \gamma_i F_i t_i (R_0 + z_i), \quad i = 1, 2, \dots, n_1 \quad (22)$$

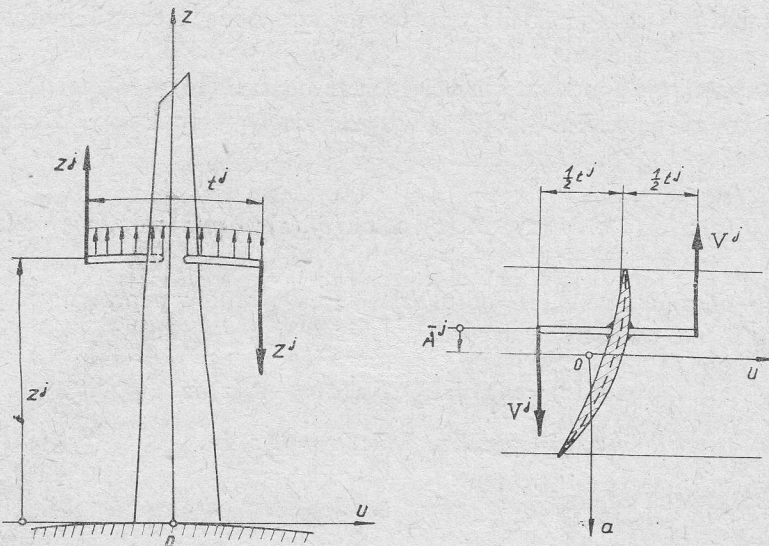
gdzie γ_i jest ciężarem właściwym materiału wieży, zaś F_i – polem jej przekroju poprzecznego.

Podziałkę t_i wyznaczmy na podstawie wielkości k będącej liczbą łopatek we wieńcu wirnikowym:

$$t_i = \frac{2\pi}{k} (R_0 + z_i), \quad i = 1, 2, \dots, n_1. \quad (23)$$

Wieży sztywno powiązane z łopatką

Sztywne powiązanie wieży z łopatkami we wieńcu wirnikowym powoduje, że obliczenia odkształceń statycznych łopatki stają się problemem statycznie niewyznaczalnym. Ponieważ związki pomiędzy obciążeniami zewnętrznymi a deformacjami łopatki są liniowe (2), więc obowiązuje prawo superpozycji obciążeń, co z kolei stwarza możliwość zastosowania metody sił dla wyznaczenia tzw. wielkości nadliczbowych. Podobnie jak w przypadku poprzedniego typu wieży, tak i tutaj wykorzystuje się własność kołowej symetrii łopatek we wieńcu wirnikowym.



Rys. 3. Wieży sztywno powiązane z łopatką

Jako wielkości nadliczbowe metody sił przyjmuje się siły tnące we więziach, co pokazano na rys. 3.

Ze wspomnianych własności kołowej symetrii łopatek we wieńcu wynika, że w miejscu podziału więzi momenty gnące są równe zeru (punkty przegięcia linii ugięcia więzi). Ponadto zakładamy, że więzi usztywniające nie przenoszą sił osiowych (w kierunku osi Ou) oraz, że więzi te charakteryzują się stałym polem przekroju poprzecznego.

Najczęściej spotykanymi więziami usztywniającymi są bandaże lub druty usztywniające, więc powyższe założenie jest usprawiedliwione.

Przy tak przyjętych założeniach można wyliczyć wielkości dodatkowych obciążeń zewnętrznych działających na łopatkę od strony więzi usztywniających

$$\begin{aligned} Q_{z_j}^w(2) &= q^j t^j, & M_{a_j}^w(2) &= -t^j Z^j, \\ M_{u_j}^w(2)(z) &= Q_{z_j}^w(2) [A(z) - \bar{A}^j], \\ M_{z_j}^w(2)(z) &= t^j V^j, & \text{dla } j &= 1, 2, \dots, n_2. \end{aligned} \quad (24)$$

Podobnie jak w przypadku więzi pierwszego typu:

$$\begin{aligned} q^j &= \frac{\omega^2}{g} \gamma^j F^j t^j (R_0 + z^j), \\ t^j &= \frac{2\pi}{k} (R_0 + z^j), & \text{dla } j &= 1, 2, \dots, n_2. \end{aligned} \quad (25)$$

Pozostaje w tej chwili jedynie problem wyznaczenia tzw. wielkości nadliczbowych Z^j, V^j ($j=1, 2, \dots, n_2$).

Wyznamy je rozwiązując kanoniczny układ równań metody sił. Współczynniki Maxwella-Mohra powyższego układu wyznaczymy korzystając z energii sprężystej układu łopatka – więzi usztywniające.

W każdym przekroju poprzecznym obciążenia zewnętrzne (14) są równe siłom wewnętrznym działającym w łopatce. Energię sprężystą zgromadzoną w łopatce obciążonej siłami (14) można obliczyć w następujący sposób:

$$E_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \{Q_z(z); M_u(z); M_a(z); M_z(z)\} \text{ colon } \{\delta f_z(z); \delta \varphi_u(z); \delta \varphi_a(z); \delta \tau_z(z)\}, \quad (26)$$

gdzie $\varphi_a(z) = -df_u(z)/dz$ oraz $\varphi_u(z) = df_a(z)/dz$ są kątami obrotów poprzecznych przekrojów łopatki dookoła osi Oa i Ou . Ponieważ

$$\begin{aligned} \delta f_z(z) &= \varepsilon_z(z) dz, & \delta \varphi_a(z) &= -\kappa_u(z) dz, \\ \delta \varphi_u(z) &= \kappa_a(z) dz, & \delta \tau_z(z) &= \theta_z(z) dz, \end{aligned} \quad (27)$$

więc wzór (25) można zapisać w postaci:

$$E_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \{Q_z(z); M_u(z); -M_a(z); M_z(z)\} \text{ colon } \{\varepsilon_z(z); \kappa_a(z); \kappa_u(z); \tau_z(z)\} dz. \quad (28)$$

Podstawiając (2) do (28) otrzymamy:

$$E_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \{Q_z(z); M_u(z); -M_a(z); M_z(z)\} \tilde{\mathbf{A}} \{Q_z(z); M_u(z); M_a(z); M_z(z)\} dz. \quad (29)$$

Następnie obliczymy energię sprężystą zginania zgromadzoną we więziach usztywniających

$$E_2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_2} \int_{-\frac{1}{2}t^j}^{\frac{1}{2}t^j} \left[\frac{\mathfrak{M}_{a_j}^2(s)}{E^j I_a^j} + \frac{\mathfrak{M}_{z_j}^2(s)}{E^j I_z^j} \right] ds, \quad (30)$$

gdzie $\mathfrak{M}_{a_j}(s)$; $\mathfrak{M}_{z_j}(s)$ są wewnętrznymi momentami gnącymi we więzi wywołanymi siłami Z^j oraz V^j . Wielkość s jest współrzędną liczoną wzdłuż więzi, natomiast E^j , I_a^j , I_z^j są modułem sprężystości materiału więzi oraz głównymi momentami bezwładności poprzecznego przekroju więzi.

Zapiszmy wzory (14) w innej wygodnej do dalszej analizy formie:

$$\begin{aligned} Q_z(z) &= Q_z^{(0)}(z), \\ M_a(z) &= M_a^{(0)}(z) + \sum_{j=1}^{n_2} m_{a_j}(z) Z^j, \\ M_u(z) &= M_u^{(0)}(z), \\ M_z(z) &= M_z^{(0)}(z) + \sum_{j=1}^{n_2} m_{z_j} V^j. \end{aligned} \quad (31)$$

We wzorach (31) rozdzielono całkowite obciążenie zewnętrzne (14) na dwie grupy obciążeń zależnych i niezależnych od wielkości nadliczbowych. Wielkości

$$m_{a_j}(z) = -H_z^{zj} t^j, \quad m_{z_j}(z) = H_z^{zj} t^j, \quad \text{dla } j=1, 2, \dots, n_2 \quad (32)$$

są wartościami momentów w łopatkach spowodowanych więzami i są one liczone według wzorów (19) i (24) dla $V^j = Z^j = 1$. Następnie na podstawie energii sprężystej (29) i (30) wyliczymy współczynniki Maxwella-Mohra jako drugie pochodne energii sprężystej względem wielkości nadliczbowych.

Otrzymamy:

$$\begin{aligned} \delta_{Z^j Z^k} &= \int_0^L [-\tilde{a}_{33}(z) m_{a_j}(z) m_{a_k}(z)] dz + \frac{\partial^2 E_2}{\partial Z^j \partial Z^k}, \\ \delta_{V^j V^k} &= \int_0^L [\tilde{a}_{44}(z) m_{z_j}(z) m_{z_k}(z)] dz + \frac{\partial^2 E_2}{\partial V^j \partial V^k}, \\ \delta_{Z^j V^k} &= \int_0^L \tilde{a}_{34}(z) [m_{a_j}(z) m_{z_k}(z) + m_{a_k}(z) m_{z_j}(z)] dz + \frac{\partial^2 E_2}{\partial Z^j \partial V^k}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\delta_{0Z^j} = \int_0^L [\tilde{a}_{13}(z) Q_z^{(0)}(z) - \tilde{a}_{33}(z) M_a^{(0)}(z) + \tilde{a}_{23}(z) M_u^{(0)}(z) - \tilde{a}_{34}(z) M_z^{(0)}(z)] m_{a_j}(z) dz, \quad (34)$$

$$\delta_{0V^j} = \int_0^L [\tilde{a}_{14}(z) Q_z^{(0)}(z) - \tilde{a}_{34}(z) M_a^{(0)}(z) + \tilde{a}_{24}(z) M_u^{(0)}(z) + \tilde{a}_{44}(z) M_z^{(0)}(z)] m_{z_j}(z) dz.$$

We wzorach (34) współczynniki δ_{0Z^j} , δ_{0V^j} , liczone dla więzi są równe zeru.

Wielkości niewiadome Z^j , V^j , $j=1, 2, \dots, n_2$ wyznaczmy rozwiązując następujący układ równań:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n_2} \delta_{Z^j Z^k} Z^k + \sum_{k=1}^{n_2} \delta_{Z^j V^k} V^k + \delta_{0Z^j} &= 0, \\ \sum_{k=1}^{n_2} \delta_{V^j Z^k} Z^k + \sum_{k=1}^{n_2} \delta_{V^j V^k} V^k + \delta_{0V^j} &= 0, \end{aligned} \quad (35)$$

gdzie $j=1, 2, \dots, n_2$.

Po rozwiązaniu układu równań (35) całkowite obciążenia zewnętrzne (14) działające na łopatkę są znane i można przystąpić do rozwiązywania podstawowego układu równań (które opisano w punkcie 2) z niewiadomymi funkcjami $f_z(z)$, $f_a(z)$, $f_u(z)$, $\tau_z(z)$.

4. Sposób rozwiązania podstawowego układu równań

Większość współczynników charakteryzujących geometrię łopatki, które występują w podstawowym układzie równań są funkcjami zmiennej z . W związku z powyższym przyjęto rozwiązywać problem dyskretyzując ciągle układ sprężysty jakim jest łopatkę.

Łopatkę zostaje podzielona na $(n-1)$ odcinków za pomocą n przekrojów poprzecznych, przy czym przekroje te między innymi przechodzą przez miejsca styku więzi z łopatką. Wszystkie wspomniane wielkości charakteryzujące geometrię łopatki zostają liniowo aproksymowane pomiędzy przekrojami podziału łopatki.

Drugą grupą wielkości występujących w podstawowym układzie równań są wielkości zmienne w trakcie odkształcania się łopatki. Do tej grupy należą obciążenia zewnętrzne łopatki. Wpływ zmiany obciążeń zewnętrznych uwzględnia się metodą kolejnych iteracji. W pierwszej iteracji ($s=1$) we wzorach (5), (6), (7), (14) przyjmuje się:

$$\alpha(z) = \alpha_0(z), \quad \beta(z) = \beta_0(z), \quad A(z) = A_0(z), \quad U(z) = U_0(z). \quad (36)$$

Wówczas po rozwiązaniu układu (35) i wyznaczeniu wielkości reakcji więzi można numerycznie (dla zdyskretyzowanego układu) obliczyć wielkości obciążeń zewnętrznych (14), a następnie z równania (2) wyliczyć dla każdego przekroju podziału łopatki wielkości deformacji łopatki. Wreszcie na podstawie zależności (11) obliczamy odkształcenie łopatki po pierwszej iteracji:

$$f_{z_i}^{(1)}, f_{a_i}^{(1)}, f_{u_i}^{(1)}, \tau_{z_i}^{(1)}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (37)$$

Od razu zwróćmy uwagę, że wielkości te dla łopatek turbinowych kilkakrotnie przewyższają odkształcenia rzeczywiste. Wskazuje to, że stosowanie modelu łopatki, który

nie uwzględnia zmian sił zewnętrznych w trakcie deformacji łopatki jest modelem niepoprawnym. Zasada następnych iteracji polega na „proponowaniu” odkształceń łopatki i sprawdzaniu czy „propozycja” była poprawna.

„Zaproponujmy” w s -tej iteracji następujące odkształcenie łopatki:

$$\overline{f_{z_i}^{(s)}}, \overline{f_{a_i}^{(s)}}, \overline{f_{u_i}^{(s)}}, \overline{\tau_{z_i}^{(s)}}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (38)$$

Według wzorów (5) i (15) na podstawie (38) wyliczymy „proponowane” położenia profilu łopatki:

$$\overline{\beta_{z_i}^{(s)}}, \overline{A_i^{(s)}}, \overline{U_i^{(s)}}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (39)$$

Dla wielkości (39) podobnie jak w iteracji $s=1$ wyliczamy odkształcenia łopatki:

$$f_{z_i}^{(s)}, f_{a_i}^{(s)}, f_{u_i}^{(s)}, \tau_{z_i}^{(s)}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (40)$$

Jeżeli po pewnej iteracji $s=\alpha$ okaże się, że:

$$\begin{aligned} |f_{z_i}^{(\alpha)} - \overline{f_{z_i}^{(\alpha)}}| &\leq b_0, & |f_{a_i}^{(\alpha)} - \overline{f_{a_i}^{(\alpha)}}| &\leq b_1, \\ |f_{u_i}^{(\alpha)} - \overline{f_{u_i}^{(\alpha)}}| &\leq b_2, & |\tau_{z_i}^{(\alpha)} - \overline{\tau_{z_i}^{(\alpha)}}| &\leq b_3, \end{aligned} \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, n, \quad (41)$$

to znaczy, że „proponowane” i obliczone odkształcenia różnią się między sobą nie więcej aniżeli o dowolne zadane wielkości dokładności b_0, b_1, b_2, b_3 .

Ponieważ związki (2) są liniowe (można zastosować superpozycję obciążeń) więc równość „proponowanych” i obliczanych odkształceń łopatki wskazuje, że obciążenia zewnętrzne działające na łopatkę, w każdym przekroju łopatki są równe siłom wewnętrznym w łopatce. Czyli w iteracji został osiągnięty poszukiwany stan równowagi łopatki. Wielkości $f_{z_i}^{(\alpha)}, f_{a_i}^{(\alpha)}, f_{u_i}^{(\alpha)}, \tau_{z_i}^{(\alpha)}$ są poszukiwanymi wielkościami odkształceń łopatki przy uwzględnieniu zmian obciążeń zewnętrznych w trakcie deformacji łopatki.

Sposób poprawiania „proponowanych” odkształceń łopatki pomiędzy dwiema iteracjami polega na dodawaniu do „proponowanych” odkształceń z iteracji poprzedniej, pewnego ułamka wielkości (41) (w przypadku gdy warunki (41) nie są spełniane).

„Proponowane” w s -tej iteracji odkształcenia łopatki będziemy wyliczać opierając się na wynikach $(s-1)$ -szej iteracji:

$$\begin{aligned} \overline{f_{z_i}^s} &= \overline{f_{z_i}^{s-1}} + k(\overline{f_{z_i}^{s-1}} - f_{z_i}^{s-1}), \\ \overline{f_{a_i}^s} &= \overline{f_{a_i}^{s-1}} + k(\overline{f_{a_i}^{s-1}} - f_{a_i}^{s-1}), \\ \overline{f_{u_i}^s} &= \overline{f_{u_i}^{s-1}} + k(\overline{f_{u_i}^{s-1}} - f_{u_i}^{s-1}), \\ \overline{\tau_{z_i}^s} &= \overline{\tau_{z_i}^{s-1}} + k(\overline{\tau_{z_i}^{s-1}} - \tau_{z_i}^{s-1}), \end{aligned} \quad \text{dla } i=1, 2, \dots, n. \quad (42)$$

We wzorach (42) wartość k dobierana jest metodą prób, tak aby proces iteracyjny był zbieżny. Z praktyki obliczania kilkunastu różnych łopatek wynika, że zastosowanie $k=0,1$ prowadzi po kilkunastu iteracjach do spełnienia warunków (41) przy żądaniu bardzo dużej dokładności.

Opisany sposób iterowania ma tę cenną zaletę, że w ramach każdej iteracji rozwiązuje się zadanie liniowe, co z kolei pozwala łatwo zastosować metodę sił w przypadku

występowania więzi usztywniających. W przeciwnym przypadku obliczenia współczynników δ_{0z} i δ_{0V} , bez rozwiązywania reszty zadania, byłoby niemożliwe.

Dodatkową zaletą opisanego sposobu iterowania jest niezależność dokładności wyników od ilości iteracji. Dokładność tę zadaje się wprost. Z praktyki wynika, że obliczenie wydłużenia łopatki f_{z_i} można wyłączyć z procesu iterowania gdyż już w pierwszej iteracji otrzymuje się dokładny wynik, a z drugiej strony ten rodzaj odkształcenia łopatki jest najmniej interesujący.

5. Rozwiązanie zadania odwrotnego

Zadanie odwrotne polega na znalezieniu takich wartości kątów ustawienia profilu łopatki na wieńcu $\beta_0^*(z)$, aby pod działaniem obciążeń zewnętrznych profile zajęły położenie określone kątami ustawienia $\beta_0(z)$, tzn.

$$\beta_0^*(z) + \tau_z^*(z) = \beta_0(z), \quad (43)$$

lub dla układu zdyskretyzowanego

$$\beta_{0i}^* + \tau_{zi}^* = \beta_{0i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (44)$$

Można tutaj przyjąć, że łopatka nieodkształcona, charakteryzująca się kątami $\beta_0^*(z)$, ma tak ustawione profile, że współrzędnymi środków ciężkości są $A_0(z)$, $U_0(z)$. Takie sformułowanie zadania jest wygodne w trakcie konstruowania łopatki. Konstruktor wstępnie projektowałby łopatkę na podstawie wielkości $A_0(z)$, $U_0(z)$, $\beta_0(z)$ i następnie nie zmieniając wartości $A_0(z)$ i $U_0(z)$ wyliczałby wielkości kątów $\beta_0^*(z)$. Byłoby to równoważne z dodatkowym wstępnym obracaniem profili dookoła ich środków ciężkości o wartości kątów $\tau_z^*(z)$.

Dla niniejszego zadania wszystkie założenia i zależności poprzednich rozważań pozostają w mocy, zmienia się jedynie sposób iterowania.

W ramach każdej iteracji zadania odwrotnego zostanie rozwiązane (opisane w punkcie 4) zadanie obliczenia odkształceń łopatki, przy zmieniających się obciążeniach zewnętrznych łopatki w trakcie jej odkształcania się. Niech wynikami p -tej iteracji zadania odwrotnego są wielkości:

$$f_{z_i}^{(\alpha_p)}, f_{a_i}^{(\alpha_p)}, f_{u_i}^{(\alpha_p)}, \tau_{z_i}^{(\alpha_p)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (45)$$

gdzie α_p jest ilością iteracji wykonanych przy rozwiązywaniu zadania (opisanego w punkcie 4) wyznaczenia odkształceń (45) w ramach p -tej iteracji zadania odwrotnego.

Danymi wyjściowymi do $(p+1)$ -szej iteracji zadania odwrotnego (bez zmiany pozostałych wielkości) są:

$$\beta_{0i(p+1)} = \beta_{0i} - \tau_{z_i}^{(\alpha_p)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (46)$$

Proces iteracyjny zostaje przerwany dla kolejnej iteracji $p = \delta$, gdy:

$$|\beta_{0i} - (\beta_{0i(\delta)} + \tau_{z_i(\delta)}^{(\alpha_\delta)})| = |\tau_{z_i(\delta-1)}^{(\alpha_{\delta-1})} - \tau_{z_i(\delta)}^{(\alpha_\delta)}| \leq b_3 \quad (47)$$

dla każdego $i=1, 2, \dots, n$. Wówczas

$$\tau_{zi}^* = \tau_{zi}^{(\alpha_0)} \quad (i=1, 2, \dots, n).$$

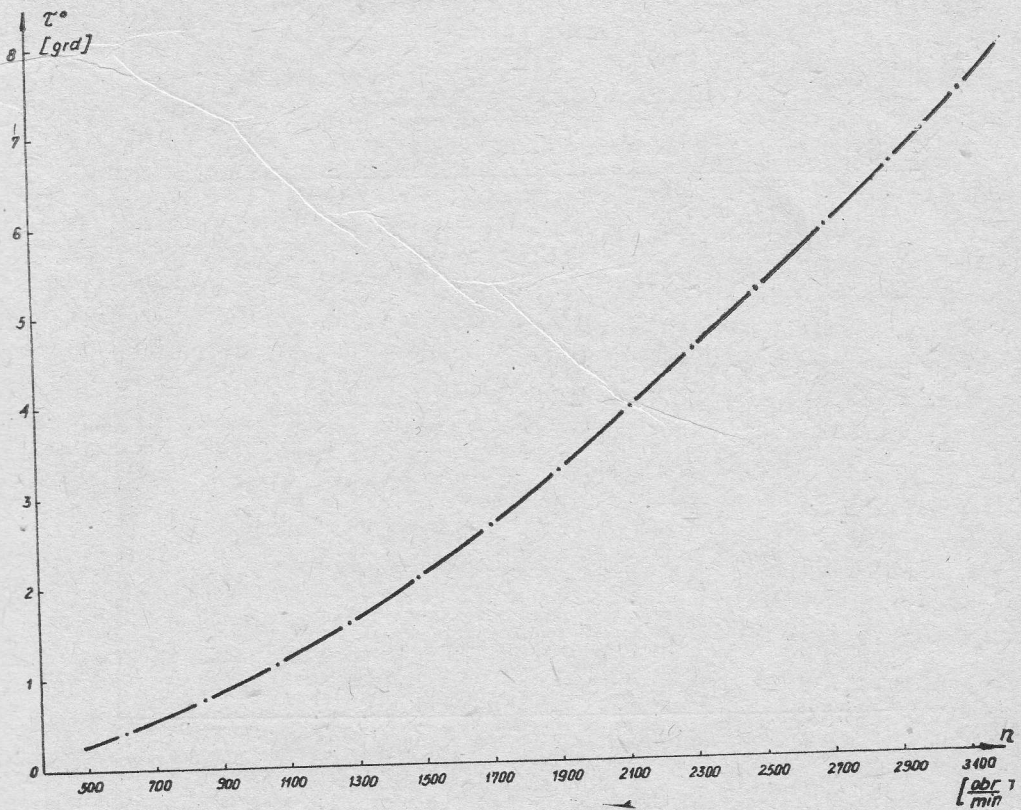
Poszukiwanymi kątami ustawienia profili łopatki we wieńcu są:

$$\beta_{0i}^* = \beta_{0i} - \tau_{zi}^*, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (48)$$

Praktyka rozwiązywania zadania odwrotnego dla kilkunastu łopatek wykazała, że proces iteracyjny zadania odwrotnego w każdym przypadku był szybko zbieżny przy zadawaniu bardzo małych wielkości dokładności iterowania b_3 .

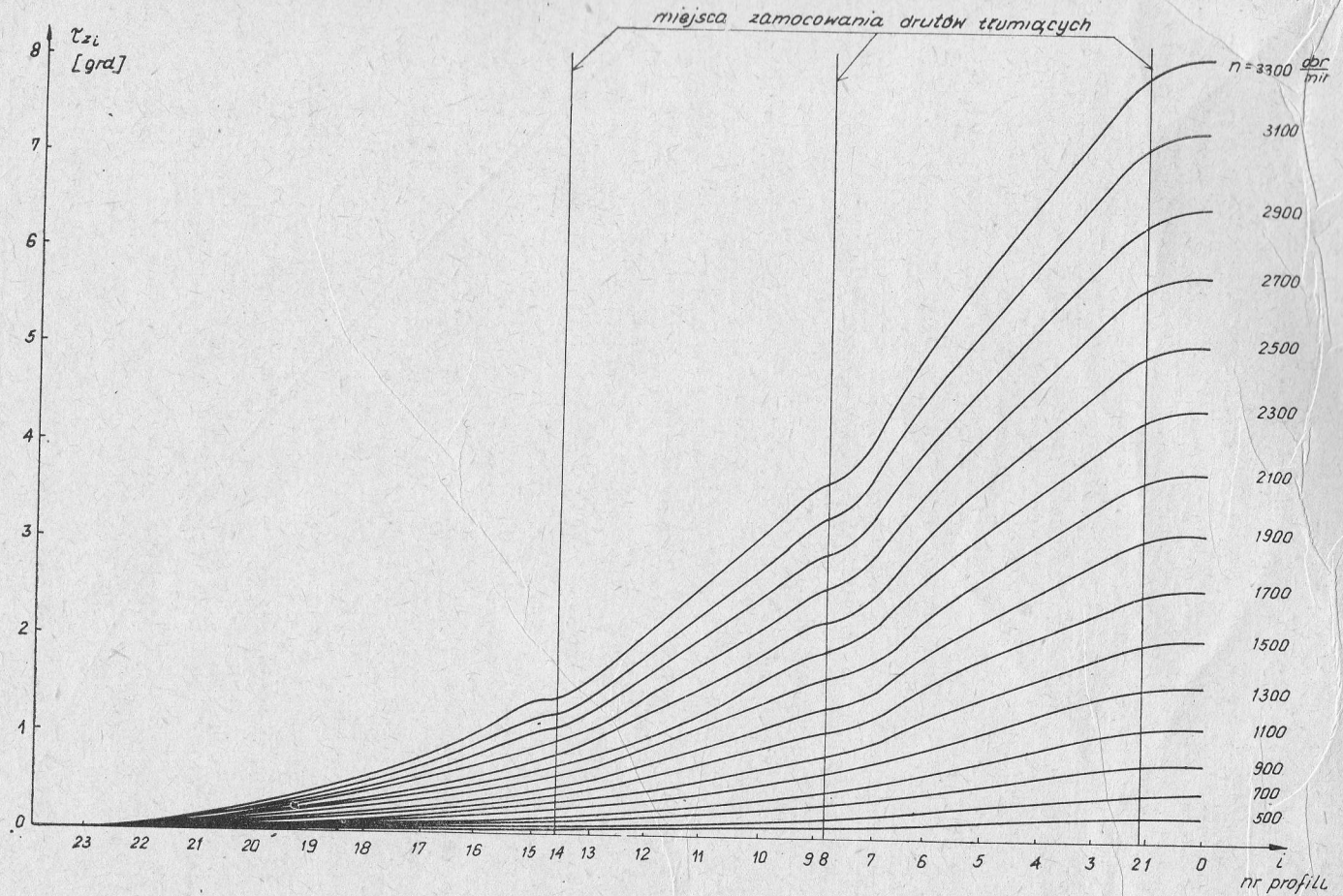
6. Przykład numeryczny

Dla ilustracji przedstawionej metody obliczania statycznych odkształceń wirnikowych łopatek turbinowych wstępnie zwiniętych zamieszczono wyniki obliczeń łopatki wirnikowej ostatniego stopnia energetycznej turbiny kondensacyjnej. Geometrię tej łopatki charakteryzują następujące wielkości:



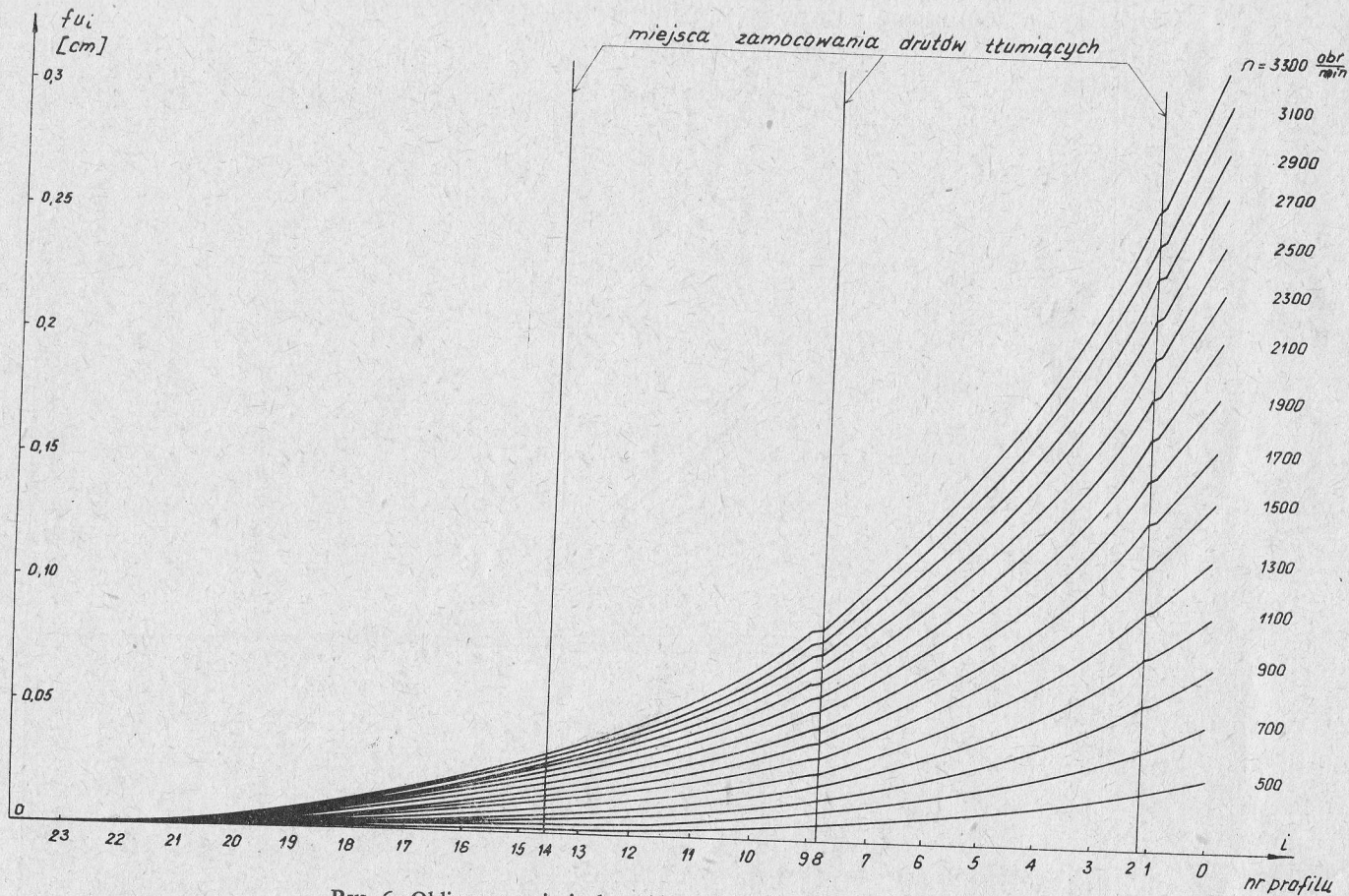
Rys. 4. Kąt odwinięcia wierzchołka łopatki

[98]



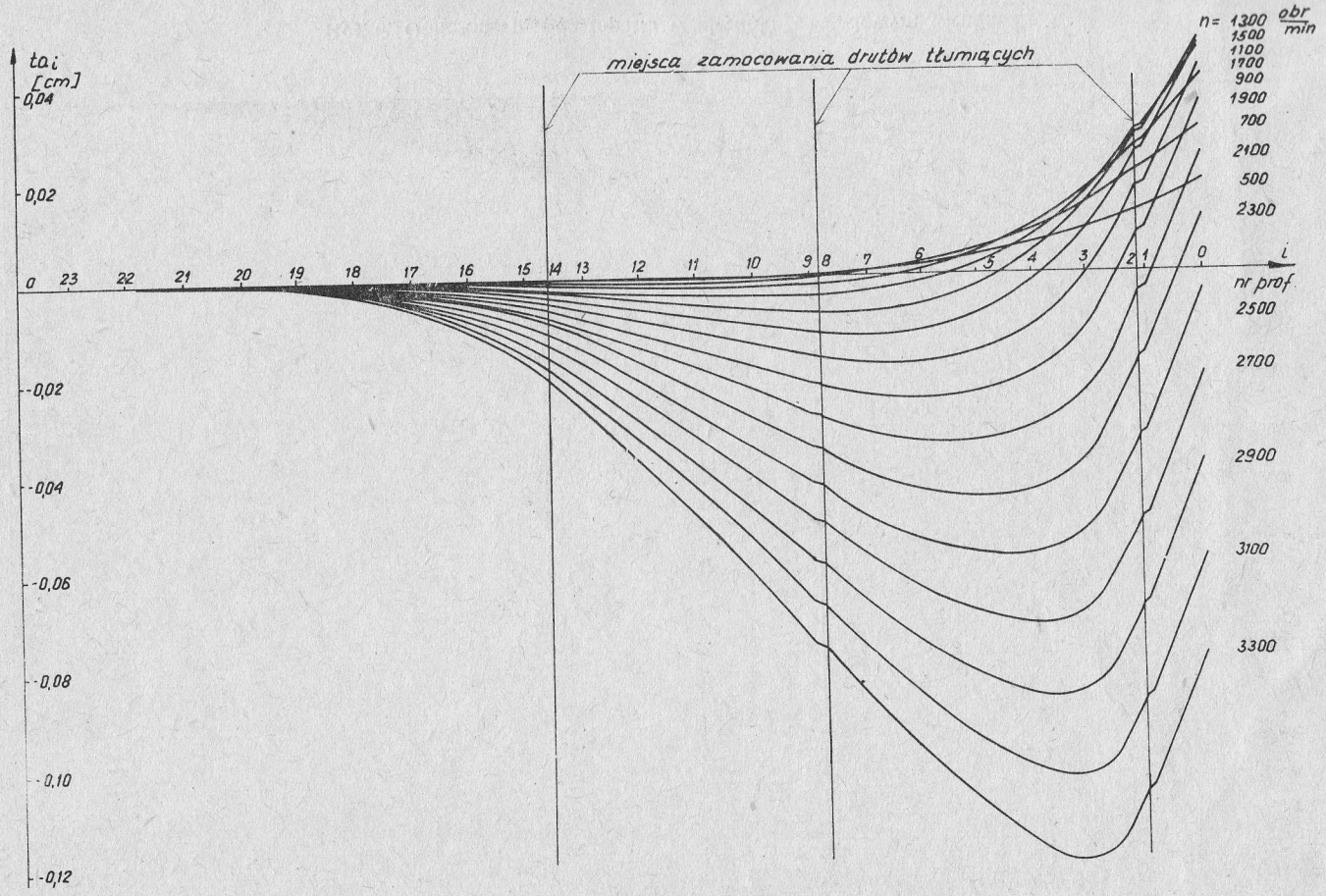
Rys. 5. Obliczone kąty odwinięcia łopatk

[87]

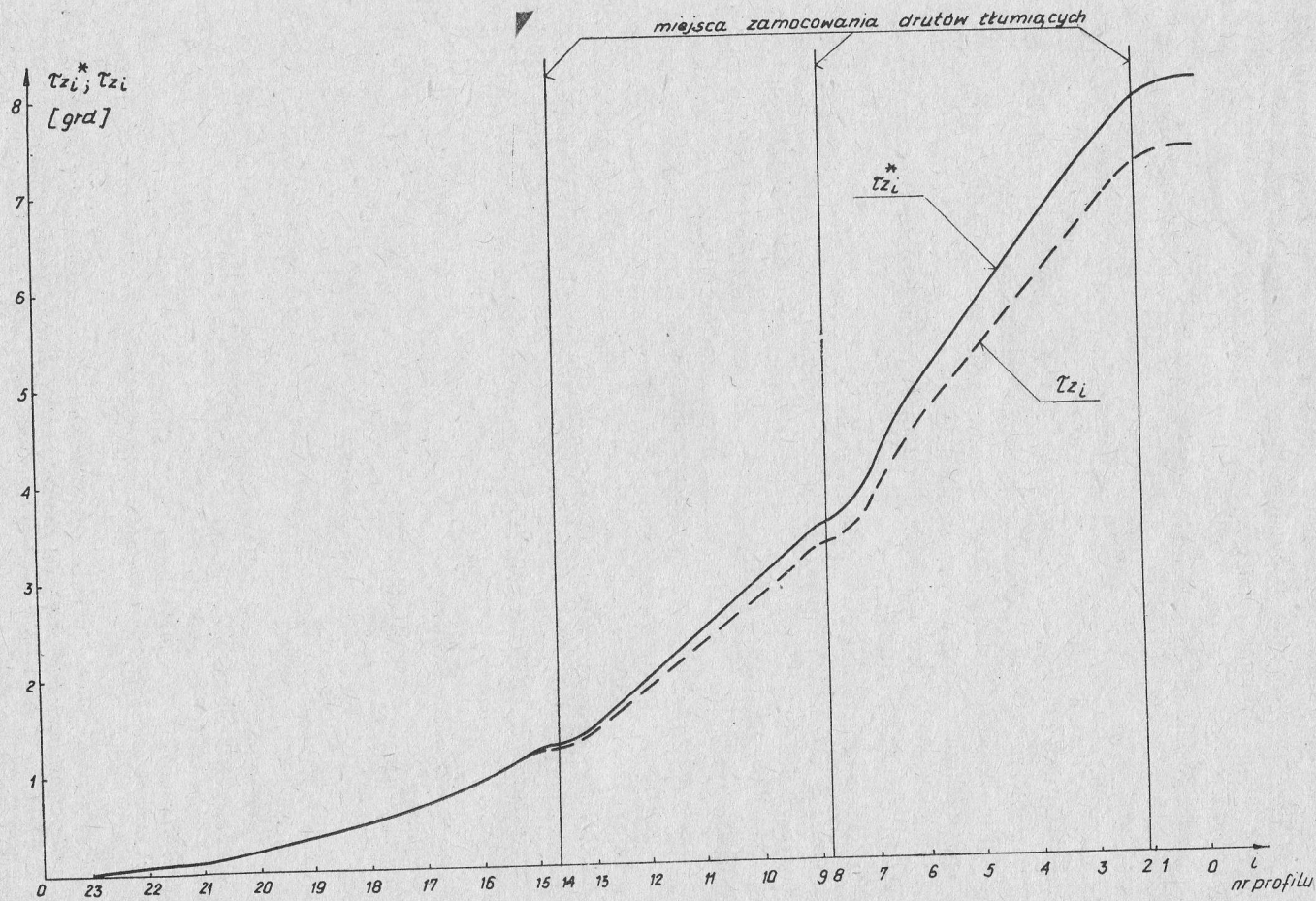


Rys. 6. Obliczone ugięcia łopatki w kierunku obwodowym wirnika

[88]



Rys. 7. Obliczone ugięcia łopatki w kierunku osi wirnika (Oa)

Rys. 8. Wyniki zadania odwrotnego dla $n=3100$ obr/min.

- długość łopatki $L=765$ mm,
- kąt wstępnego zwinienia wierzchołka łopatki w odniesieniu do jej stopy $\Delta\beta=57,85^\circ$,
- promień zamocowania stopy łopatki w wieńcu $R_0=667,5$ mm. Łopátka jest skrępowana trzema drutami tłumiącymi.

Dyskretyzacji łopatki dokonano dzieląc ją na 23 odcinki.

Przekroje podziału ponumerowano kolejno od 0 ÷ 23 poczynając od wierzchołka łopatki.

Ugięcia łopatki oraz kąty jej odwijania się policzono dla różnych prędkości kątowych wirnika ω .

Prędkość kątową zmieniano w zakresie 500 ÷ 3300 obr/min w odstępach co 200 obr/min.

Wyniki obliczeń w formie wykresów pokazano na rys. 4 - 7.

Rozwiązano również zadanie odwrotne dla prędkości kątowej $\omega=3100$ obr/min.

Wynik tego zadania w formie wykresu umieszczono na rys. 8.

Obliczenia wykonano przy założeniu następujących dokładności (por. punkty 4 i 5):
 $b_1=b_2=0,01$ cm, $b_3=0,0015$ rd.

Z przedstawionych rezultatów obliczeń wynika, że skręcenie oraz ugięcie w kierunku obwodowym (oś Ou) końca łopatki jest prawie liniowo zależne od prędkości kątowej wirnika (rys. 4, 5 i 6).

Bardziej złożony przebieg w funkcji obrotów wirnika mają ugięcia łopatki w kierunku osi wirnika Oa (rys. 7), co w sumie wskazuje, że przestrzenne odkształcenia łopatki zależą w sposób skomplikowany od obciążeń zewnętrznych, wywołanych siłami masowymi.

Oprócz globalnego wpływu więzi (drutów tłumiących) daje się zauważyć również ich wpływ lokalny na wszystkie rodzaje rozważanych postaci odkształceń łopatki. Wielkość kąta dodatkowego wstępnego zwinienia łopatki (u wierzchołka $\sim 8^\circ$), wynikająca z rozwiązania zadania odwrotnego (rys. 8), zwraca uwagę na konieczność uwzględnienia tego faktu w fazie projektowania łopatki w celu zapewnienia planowanej sprawności obliczonego stopnia turbiny.

Praca wpłynęła do Redakcji w kwietniu 1975 r.

Literatura

- [1] B. K. Szorr, *K teorii zakręconych nierównomierno nagrietych stierźniej*. Izd. AN SSSR, 1, 1960.
- [2] J. Zickel, *Pretwisted Beams and Columns*. J. of Appl. Mech. 2/66.
- [3] W. Carnegie, *A Theoretical and Experimental Study of the Static and Dynamic Behaviour of Pre-twisted Turbine and Compressor Blading*. University of Birmingham, 1956.
- [4] K. N. Boriszanski, W. N. Markow, O. N. Sinin, *Osobiennosti napriazonnogo sostojanija raboczich łopatok poslednich stupieniej moszcznych parowych turbin*. Energomaszinstrojenie, 11, 1972.
- [5] K. N. Boriszanski, G. A. Taranin, *Opriedielenije staticzeskich napraženij i ugla uprugoj razkrutki w łopatkach poslednich stupieniej parowej turbiny*. Energomaszinstrojenije, 4, 1971.
- [6] K. N. Boriszanski, *Dieformacj i napraženija w łopatkach poslednich stupieniej parowych turbin, wyzywannyje nierawnomiernym nagriewom*. Energomaszinstrojenije, 11, 1974.
- [7] Ł. A. Szubienko-Szubin, *Projektirowanije raboczich łopatok poslednich stupieniej moszcznych parowych turbin*. Energomaszinstrojenije, 4 - 10, 1962.
- [8] Ł. A. Szubienko-Szubin, *Procznost' elementow parowych turbin*. Maszgziz, Moskwa 1962.

- [9] A. W. Lewin, *Raboczyje lopatki i diski parowych turbin*. Gosiemiergoizdat, Moskwa 1953.
- [10] A. A. Mojsiejew i in., *Dlinnyje lopatki sudowych turbin*. Sudostrojenije, Leningrad 1969.
- [11] J. Lipka, *Wytrzymałość maszyn wirnikowych*. WNT, Warszawa 1967.
- [12] O. C. Zienkiewicz, *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1972.
- [13] S. Jancecki, A. Królikowski, *Wyznaczanie charakterystyk geometrycznych do obliczania drgań łopatek turbin parowych*. Biul. IMP PAN 28/700, Gdańsk 1971.
- [14] E. Błażko, *Obliczenia przepływu przestrzennego przez stopnie części NP turbiny TK-200*. IMP PAN, Gdańsk 1972.
- [15] Z. Walczyk, *Modele prętowe w wytrzymałościowych obliczeniach układów łopatkowych wirnikowych maszyn przepływowych*. III Konferencja Naukowo-Techniczna: „Technologia przepływowych maszyn wirnikowych”, Rzeszów, wrzesień 1973.

Статический изгиб и угол раскрутки длинных, предварительно закрученных, турбинных лопаток

Резюме

В работе представлен метод расчета статических деформаций турбинных лопаток, предварительно закрученных с учетом изменений нагрузок во время деформации лопатки. Этот метод дает возможность проводить расчеты лопасти, укрепленной различными видами упругими связями. Решена также задача определения таких углов предварительной закрутки лопатки, чтобы после ее отклонения под действием внешней нагрузки, была достигнута заранее определенная геометрия лопатки.

Теоретические рассуждения иллюстрируются на примере определения деформаций лопатки последней ступени действительной энергетической турбины.

The Static Deformation and Angle of Elastic Twisting of a Long Pre-Twisted Turbine Blade

Summary

The method for finding the static deformation of pre-twisted turbine blades has been presented. The changes in external centrifugal forces due to the blade deformation as well as various damping and stiffening constraints have also been taken into account.

The problem of a blade pre-twisted initially in such a degree that after the deformation under given external forces it would assume the desired form has been discussed. The method under consideration has been used to obtain numerical values of displacements and the angle of elastic twisting for a long pre-twisted blade of a steam turbine of great output.