

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

73

WARSZAWA—POZNAŃ 1976

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS
KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
JERZY KOŁODKO · JÓZEF ŚMIGIELSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE
Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, ul. Gen. Józefa Fiszera 14, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1976
Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład: 350+90 egz. Ark. wyd. 13. Ark. druk. 10. Papier druk. sat. kl. V, 70g, 70×100.
Oddano do składania 9 I 1976. Podpisano do druku 12 XI 1976. Druk ukończono w listopadzie 1976 r. Zam. nr 114/159. H-5/709. Cena zł 40,-

DRUKARNIA UNIWERSYTETU IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

MIECZYŚLAW LUBAŃSKI

Gdańsk

Charakterystyka promieniowania izolowanej, liniowej anteny cylindrycznej w zimnej plazmie izotropowej*

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania charakterystyki promieniowania liniowej anteny cylindrycznej w zimnej plazmie izotropowej.

1. Wprowadzenie

Znajomość parametrów elektrycznych anten umieszczonych w plazmie, może być interesująca w wielu przypadkach w praktyce, w szczególności, w diagnostyce plazmy [1, 2, 3, 4].

Najczęściej w diagnostyce wykorzystuje się zjawisko wpływu otaczającego antenę ośrodka (plazmy) na wartość jej impedancji wejściowej [1, 3, 4]. Wydaje się jednak, że również zjawisko wpływu otaczającej antenę plazmy na charakterystykę promieniowania anteny może tu być wykorzystane. Musi być jednak znana ilościowa zależność natężenia pola elektrycznego lub magnetycznego promieniowanego przez antenę umieszczoną w plazmie od parametrów tej plazmy.

Z wielu względów, duże zainteresowanie budzi liniowa antena cylindryczna. Stąd między innymi ważna jest znajomość charakterystyki promieniowania takiej właśnie anteny umieszczonej w plazmie.

W niniejszej pracy rozważana jest jedynie charakterystyka promieniowania fali elektromagnetycznej przez antenę liniową umieszczoną w plazmie izotropowej. Przyjęto przy tym, że geometria anteny oraz parametry elektryczne i termodynamiczne plazmy są takie [5], że zjawiska związane ze ściśliwością plazmy mają znaczenie drugorzędne. W szczególności jeśli występuje wzbudzenie przez antenę fali elektroakustycznej w plazmie, to nie wpływa to w istotny sposób na rozkład prądu w antenie. Przyjęto innymi słowy, że funkcja rozkładu prądu w antenie jest zależna wyłącznie od zjawisk elektromagnetycznych.

Jako podstawę dla wyznaczenia funkcji rozkładu prądu w liniowej antenie cylindrycznej w plazmie przyjęto równanie całkowite Hallena dla ośrodków stratnych [6, 7]. Występujące w równaniu parametry elektryczne ośrodka, w tym przypadku plazmy, obliczono posługując się szczególnie prostym i szeroko stosowanym modelem Lorentza [8]. Wyznaczona z równania Hallena funkcja rozkładu prądu umożliwi względnie proste obliczenie charakterystyki promieniowania anteny.

* Praca wykonana w ramach problemu resortowego PAN-19, grupa tematyczna 4.

2. Parametry elektryczne plazmy

W niniejszym rozdziale przedstawione są podstawowe parametry elektryczne plazmy występujące w dalszym ciągu pracy w równaniach pola elektromagnetycznego.

Dla określonego modelu plazmy istnieją jednoznaczne związki pomiędzy koncentracją elektronów N i częstością zderzeń elektronów z cząstkami ciężkimi ν , a przewodnością właściwą σ i przenikalnością elektryczną ε plazmy.

W przypadku plazmy w przybliżeniu Lorentza wygodnie jest posługiwać się względną zespoloną przenikalnością elektryczną K_c , która w tym przypadku wyrażona jest następująco [8]:

$$K_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} = K - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} = 1 - \frac{n_e}{1 - js} = 1 - \frac{n_e}{1 + s^2} - j \frac{n_e s}{1 + s^2}, \quad (2.1)$$

gdzie $\varepsilon_c = \varepsilon - j\varepsilon_i$ – zespolona przenikalność elektryczna plazmy, ε_0 – przenikalność elektryczna próżni, K – względna rzeczywista przenikalność elektryczna plazmy, n_e – względna koncentracja elektronów w plazmie, s – względna częstość zderzeń elektronów z cząstkami ciężkimi. W tym przypadku

$$n_e = \frac{N}{N_c} = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2, \quad (2.2)$$

$$s = \frac{\nu}{\omega}, \quad (2.3)$$

gdzie ω – pulsacja pola elektromagnetycznego, $\omega_p = \left(\frac{N_e^2}{\varepsilon_0 m} \right)^{\frac{1}{2}}$ – pulsacja własna plazmy,

$N_e = \frac{\varepsilon_0 \omega^2 m}{e^2}$ – krytyczna koncentracja elektronów, a e – ładunek elektronu i m – masa elektronu.

W niniejszej pracy rozważany jest przypadek anteny liniowej w plazmie o małych stratach. W przypadku plazmy o niewielkich stratach zachodzi nierówność $s^2 \ll 1$ i wówczas wzór (2.1) przyjmuje uproszczoną postać:

$$K_c = 1 - n_e - j n_e s. \quad (2.4)$$

Dwa inne parametry elektryczne plazmy występujące w rozważaniach w dalszym ciągu pracy, to impedancja falowa

$$\zeta_c = \left(\frac{\mu}{\varepsilon_c} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.5)$$

gdzie μ – przenikalność magnetyczna plazmy, oraz zespolona stała propagacji fali elektromagnetycznej

$$k_c = \beta - j\alpha = \beta(1 - jp) = \omega(\varepsilon_c \mu)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.6)$$

gdzie β – stała fazowa, α – stała tłumienia, a $p = \alpha/\beta$. (2.7)

Stalą fazową β , stalą tłumienia α oraz impedancję falową ζ_c plazmy wygodnie jest przedstawić następująco:

$$\beta = \omega(\varepsilon \mu)^{\frac{1}{2}} t_\beta, \quad (2.8)$$

$$\alpha = \omega(\varepsilon\mu)^{\frac{1}{2}}t_{\alpha}, \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{\zeta_c} = \left(\frac{\varepsilon}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}(t_{\beta} - jt_{\alpha}), \quad (2.10)$$

gdzie

$$t_{\beta} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \varepsilon^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (2.11)$$

$$t_{\alpha} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \varepsilon^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.12)$$

Dla plazmy o małych stratach, gdy $s^2 \ll 1$, można na podstawie (2.1) przyjąć następujące przybliżenia na wartość przenikalności elektrycznej i przewodności plazmy:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \operatorname{Re} K_c \simeq \varepsilon_0(1 - n_e), \quad (2.13)$$

$$\sigma = -\omega \varepsilon_0 \operatorname{Im} K_c \simeq \varepsilon_0 \omega n_e s. \quad (2.14)$$

Przenikalność magnetyczna plazmy $\mu = \mu_0$.

Tak więc dla plazmy o niewielkich stratach przedstawione wyżej parametry elektryczne przyjmują postać następującą:

$$\beta = \frac{\omega}{c} (1 - n_e)^{\frac{1}{2}} t_{\beta}, \quad (2.15)$$

$$\alpha = \frac{\omega}{c} (1 - n_e)^{\frac{1}{2}} t_{\alpha}, \quad (2.16)$$

$$k_c = \frac{\omega}{c} (1 - n_e)^{\frac{1}{2}} (t_{\beta} - jt_{\alpha}), \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{\zeta_c} = \frac{(1 - n_e)^{\frac{1}{2}}}{\zeta_0} (t_{\beta} - jt_{\alpha}), \quad (2.18)$$

gdzie ζ_0 – impedancja falowa próżni, c – prędkość fali elektromagnetycznej w próżni.

Parametry t_{β} i t_{α} mają w tym przypadku postać:

$$t_{\beta} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{n_e s}{1 - n_e} \right)^2} + 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (2.19)$$

$$t_{\alpha} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{n_e s}{1 - n_e} \right)^2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.20)$$

3. Rozkład prądu w liniowej antenie cylindrycznej w plazmie

Funkcja rozkładu prądu $I(z')$ w smukłej liniowej antenie cylindrycznej w plazmie, spełnia równanie całkowe Hallena [7]:

$$\int_{-h}^h I(z') K(z - z', a) dz' = \frac{2\pi V}{j\zeta_c} \sin k_c |z| + C \cos k_c z, \quad (3.1)$$

gdzie jądro równania

$$K(z-z', a) = \frac{e^{-jk_c \rho}}{\rho}, \quad (3.2)$$

a

$$\rho = [(z-z')^2 + a^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.3)$$

przy czym z – współrzędna, a – promień przewodnika anteny, $2h$ – długość anteny, V – napięcie w szczelinie zasilającej anteny, C – stała.

Równanie (3.1) jest słuszne dla anteny izolowanej od plazmy lub dla anteny, której konduktancja przewodnika, z której jest ona wykonana $\sigma_A = \infty$, lub wreszcie dla anteny w plazmie o umiarkowanej przewodności σ . Warunek brzegowy, który musi spełniać funkcja rozkładu prądu ma postać:

$$I(\pm h) = 0 \quad (3.4)$$

Przyjmując, że funkcja rozkładu prądu może być przedstawiona w postaci wielomianu [7]:

$$I(z') = \sum_{m=1}^n I_m \left(1 - \frac{|z'|}{h}\right)^m, \quad (3.5)$$

gdzie I_m – nieznanne amplitudy prądu, a n – stopień wielomianu, oraz przyjmując, że równanie całkowe spełnione jest w $(n+1)$ punktach takich, że

$$z_q = (q-1) \frac{h}{n}, \quad (3.6)$$

gdzie $q = 1, 2, 3, \dots, n+1$, można z równania (3.1) otrzymać układ równań liniowych [4]

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^n [G_m F_{mr}(z_q) - B_m F_{mi}(z_q)] - \bar{G} \cos(\beta z_q) \cosh(p\beta z_q) + \bar{B} \sin(\beta z_q) \sinh(p\beta z_q) = \\ & = -1,66 \cdot 10^{-2} (1 - n_e)^{\frac{1}{2}} [t_\alpha \sin(\beta |z_q|) \cosh(p\beta z_q) + t_\beta \cos(\beta z_q) \sinh(p\beta |z_q|)], \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^n [G_m F_{mi}(z_q) + B_m F_{mr}(z_q)] - \bar{G} \sin(\beta z_q) \sinh(p\beta z_q) - \bar{B} \cos(\beta z_q) \cosh(p\beta z_q) = \\ & = -1,66 \cdot 10^{-2} (1 - n_e)^{\frac{1}{2}} [t_\beta \sin(\beta |z_q|) \cosh(p\beta z_q) - t_\alpha \cos(\beta z_q) \sinh(p\beta |z_q|)]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

W układzie równań (3.7) i (3.8) G_m są składowymi konduktancji wejściowej, B_m – składowymi susceptancji wejściowej anteny, a \bar{G} i \bar{B} – stałymi. Znajomość składowych G_m i B_m pozwala wyznaczyć [4] admitancję wejściową anteny

$$Y = \sum_{m=1}^n (G_m + jB_m). \quad (3.9)$$

Współczynniki F_{mr} i F_{mi} w równaniach (3.7) i (3.8) mają postać:

$$F_{mr}(z_q) = \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z'|}{h}\right)^m \frac{e^{-p\beta \rho_q}}{\rho_q} \cos(\beta \rho_q) dz', \quad (3.10)$$

$$F_{mi}(z_q) = - \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z'|}{h}\right)^m \frac{e^{-\beta \rho_q}}{\rho_q} \sin(\beta \rho_q) dz', \quad (3.11)$$

gdzie

$$\rho_q = [(z_q - z')^2 + a^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.12)$$

Jeżeli z rozwiązania układu równań liniowych (3.7) i (3.8) znane są wartości G_m i B_m , to tym samym dane są: część rzeczywista $I_r(z')$ oraz część urojona $I_i(z')$ funkcji rozkładu prądu w antenie

$$I_r(z') = V \sum_{m=1}^n G_m \left(1 - \frac{|z'|}{h}\right)^m, \quad (3.13)$$

$$I_i(z') = V \sum_{m=1}^n B_m \left(1 - \frac{|z'|}{h}\right)^m. \quad (3.14)$$

4. Charakterystyka promieniowania liniowej anteny cylindrycznej w plazmie

Pola elektryczne \mathbf{E} oraz magnetyczne \mathbf{H} źródła z prądem harmonicznym o gęstości \mathbf{J} , spełniają w plazmie równania Maxwella

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J}. \quad (4.2)$$

Wprowadzając potencjał Hertza Π można pola elektryczne i magnetyczne wyrazić następująco:

$$\mathbf{E} = k_c^2 \Pi + \nabla(\nabla \cdot \Pi), \quad (4.3)$$

$$\mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\nabla \times \Pi. \quad (4.4)$$

Łatwo stwierdzić na podstawie (4.1) i (4.2), że potencjał Hertza w plazmie o przewodności σ i przenikalności elektrycznej ε spełnia równanie Helmholtza

$$\nabla^2 \Pi + k_c^2 \Pi = - \frac{\mathbf{J}}{\sigma + j\omega\varepsilon}, \quad (4.5)$$

którego rozwiązanie dane jest przez całkę objętościową:

$$\Pi = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)} \int_v \mathbf{J} \psi dv', \quad (4.6)$$

gdzie

$$\psi = \frac{e^{-jk_c R}}{R}. \quad (4.7)$$

We wzorze (4.7) R oznacza odległość pomiędzy punktem źródła i punktem pola. Znak prim przy elemencie objętości w całce (4.6) oznacza, że całkowanie odnosi się do współrzędnych źródła pola.

Korzystając z (4.3) i (4.6) można natężenie pola elektrycznego w dowolnym punkcie w plazmie wyrazić wzorem:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \int_v [k_c^2 \mathbf{J}\psi + (\mathbf{J} \cdot \nabla) \nabla\psi] dv'. \quad (4.8)$$

Operacje różniczkowania we wzorze (4.8) odnoszą się do współrzędnych punktu pola. Z zależności (4.8) można wyznaczyć pole elektryczne w strefie dalekiej źródła z prądem o gęstości \mathbf{J} :

$$\mathbf{E} = \frac{k_c^2}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{e^{-jk_c r}}{r} \int_v [\mathbf{J} - (\mathbf{J} \cdot \mathbf{1}_r) \mathbf{1}_r] e^{jk_c \mathbf{r}' \cdot \mathbf{1}_r} dv', \quad (4.9)$$

gdzie $\mathbf{1}_r$ – wektor jednostkowy w kierunku r , przy czym przyjęto, że w strefie dalekiej, zgodnie z oznaczeniami na rys. 1, można funkcję ψ przedstawić następująco:

$$\psi = \frac{e^{-jk_c r}}{r} e^{jk_c \mathbf{r}' \cdot \mathbf{1}_r}. \quad (4.10)$$

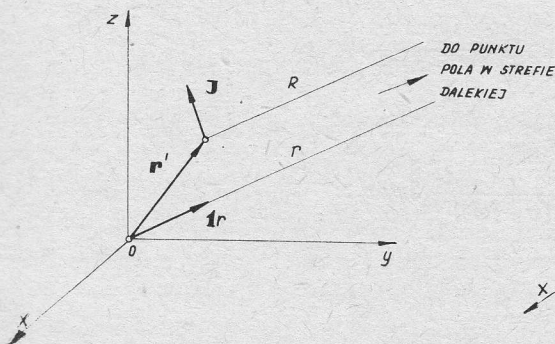
Składowe natężenia pola elektrycznego (4.9) w układzie współrzędnych kulistych są równe:

$$E_\theta = \frac{k_c^2}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{e^{-jk_c r}}{r} \int_v \mathbf{J} \cdot \mathbf{1}_\theta e^{jk_c \mathbf{r}' \cdot \mathbf{1}_r} dv', \quad (4.11)$$

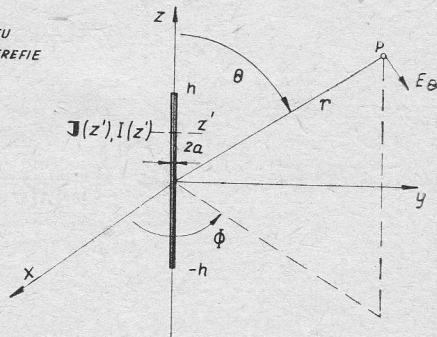
$$E_\phi = \frac{k_c^2}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \frac{e^{-jk_c r}}{r} \int_v \mathbf{J} \cdot \mathbf{1}_\phi e^{jk_c \mathbf{r}' \cdot \mathbf{1}_r} dv', \quad (4.12)$$

$$E_r = 0, \quad (4.13)$$

gdzie $\mathbf{1}_\theta$, $\mathbf{1}_\phi$ – wektory jednostkowe sferycznego układu współrzędnych.



Rys. 1. Źródło o gęstości prądu \mathbf{J} w wybranym układzie współrzędnych



Rys. 2. Liniowa antena cylindryczna w wybranym układzie współrzędnych

bliski jedności. Podstawiając $\xi = z'/h$, można z (4.15) i (4.16) uzyskać ostatecznie następujące wyrażenia na składowe nieunormowanej zespolonej charakterystyki promieniowania anteny liniowej w plazmie:

$$F_r(\theta) = \sin \theta \sum_{m=1}^n 2G_m h \sum_{q=0}^n (-1)^q \binom{m}{q} \int_0^1 \xi^q \cos(\xi \beta h \cos \theta) d\xi, \quad (4.20)$$

$$F_i(\theta) = \sin \theta \sum_{m=1}^n 2B_m h \sum_{q=0}^n (-1)^q \binom{m}{q} \int_0^1 \xi^q \cos(\xi \beta h \cos \theta) d\xi. \quad (4.21)$$

Całki we wzorach (4.20) i (4.21) są całkami elementarnymi, a ich rozwiązania są dane w postaci związków rekurencyjnych.

Nieunormowana charakterystyka promieniowania anteny jest modulem zespolonej charakterystyki promieniowania i może być obliczona z zależności:

$$|F(\theta)| = [F_r^2(\theta) + F_i^2(\theta)]^{1/2}. \quad (4.22)$$

Jeżeli znane jest maksimum nieunormowanej charakterystyki promieniowania $|F(\theta)|_{\max}$, to unormowana charakterystyka promieniowania

$$f(\theta) = \frac{|F(\theta)|}{|F(\theta)|_{\max}}. \quad (4.23)$$

Do celów praktycznych wystarcza na ogół aproksymacja funkcji rozkładu prądu $I(z')$ wielomianem (3.5), którego stopień $n=3$ [4, 7]. W tym przypadku, obliczone ze wzorów (4.20) i (4.21) składowe nieunormowanej charakterystyki promieniowania są następujące:

$$F_r(\theta) = \sin \theta \left\{ \frac{2G_1 h [1 - \cos(\beta h \cos \theta)] + 4G_2 h + 6G_3 h}{(\beta h \cos \theta)^2} + \frac{4G_2 h \sin(\beta h \cos \theta)}{(\beta h \cos \theta)^3} + \frac{12G_3 h [\cos(\beta h \cos \theta) - 1]}{(\beta h \cos \theta)^4} \right\}, \quad (4.24)$$

$$F_i(\theta) = \sin \theta \left\{ \frac{2B_1 h [1 - \cos(\beta h \cos \theta)] + 4B_2 h + 6B_3 h}{(\beta h \cos \theta)^2} + \frac{4B_2 h \sin(\beta h \cos \theta)}{(\beta h \cos \theta)^3} + \frac{12B_3 h [\cos(\beta h \cos \theta) - 1]}{(\beta h \cos \theta)^4} \right\}. \quad (4.25)$$

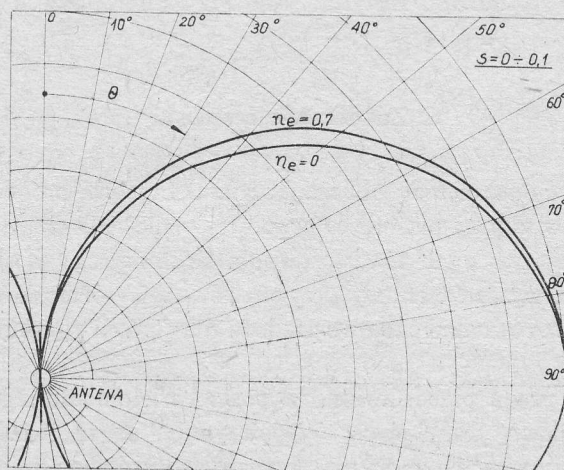
Wzorów (4.24) i (4.25) nie można stosować dla kątów θ , których wartość jest bliska lub równa $\pi/2$. W przypadku gdy kąt θ jest bliski lub równy $\pi/2$, należy składowe nieunormowanej charakterystyki promieniowania anteny obliczać ze wzorów otrzymanych z (4.20) i (4.21), po rozwinięciu funkcji trygonometrycznych w szeregi potęgowe i uwzględnieniu jedynie pierwszych wyrazów tych szeregów. Wzory te mają postać następującą:

$$F_r(\theta) = \sin \theta \left\{ (G_1 h + G_2 h + G_3 h) \frac{2 \sin(\beta h \cos \theta)}{\beta h \cos \theta} + \right. \\ \left. - (G_1 h + 2G_2 h + 3G_3 h) \left[1 - \frac{(\beta h \cos \theta)^2}{4} \right] + \right. \\ \left. + (G_2 h + 3G_3 h) \left[\frac{2}{3} - \frac{(\beta h \cos \theta)^2}{5} \right] - G_3 h \left[\frac{1}{2} - \frac{(\beta h \cos \theta)^2}{6} \right] \right\}, \quad (4.26)$$

$$F_i(\theta) = \sin \theta \left\{ (B_1 h + B_2 h + B_3 h) \frac{2 \sin(\beta h \cos \theta)}{\beta h \cos \theta} + \right. \\ \left. - (B_1 h + 2B_2 h + 3B_3 h) \left[1 - \frac{(\beta h \cos \theta)^2}{4} \right] + \right. \\ \left. + (B_2 h + 3B_3 h) \left[\frac{2}{3} - \frac{(\beta h \cos \theta)^2}{5} \right] - B_3 h \left[\frac{1}{2} - \frac{(\beta h \cos \theta)^2}{6} \right] \right\}. \quad (4.27)$$

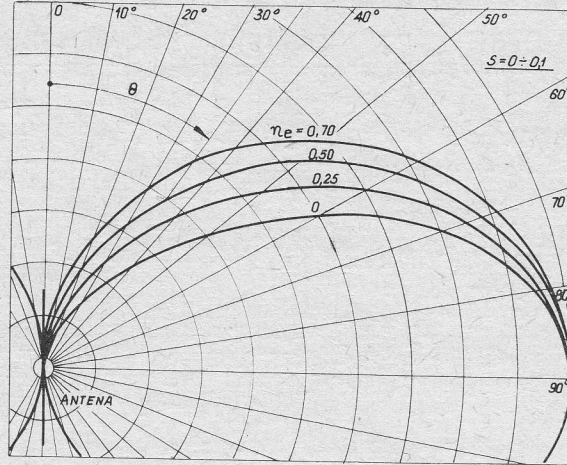
5. Wyniki obliczeń numerycznych charakterystyki promieniowania liniowej anteny cylindrycznej w plazmie

Wykorzystując przedstawione wyżej zależności (2.15) ÷ (2.20), (3.7) ÷ (3.12) oraz (4.24) ÷ (4.27), przeprowadzono obliczenia numeryczne charakterystyki promieniowania liniowej anteny cylindrycznej w plazmie. Przykłady wyników obliczeń unormowanych charakterystyk promieniowania przedstawione są na rys. 3 i 4. Przyjęto przy tym, że antena pra-



Rys. 3. Charakterystyka promieniowania $f(\theta)$ liniowej anteny cylindrycznej w plazmie;
 $h/\lambda = 0,23$, $a/h = 3,3 \cdot 10^{-2}$

cuje w pasmie mikrofalowym X i że częstotliwość sygnału doprowadzonego do anteny $f=9,375 \cdot 10^9$ Hz (długość fali $\lambda=32$ mm), a promień przewodnika anteny $a=2,5 \cdot 10^{-4}$ m. Obliczenia wykonano dla anteny w przybliżeniu półfalowej ($h=7,42 \cdot 10^{-3}$ m) oraz dla



Rys. 4. Charakterystyka promieniowania $f(\theta)$ liniowej anteny cylindrycznej w plazmie;
 $h/\lambda=0,46$, $a/h=1,65 \cdot 10^{-2}$

anteny w przybliżeniu całofalowej ($h=14,80 \cdot 10^{-3}$ m) zakładając, że plazma jest plazmą o niewielkich stratach, to znaczy, że $s \leq 10^{-1}$. Przyjęto, że wartość względnej koncentracji elektronów $n_e \leq 0,7$. Takie wartości względnych parametrów plazmy, przy założonej częstotliwości sygnału, odpowiadają na przykład parametrom laboratoryjnej plazmy wyładowania jarzeniowego w gazach. Programy obliczeń numerycznych oraz szczegółowe tabele wyników są w posiadaniu Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku.

6. Zakończenie i wnioski

W pracy przedstawiono metodę obliczania charakterystyki promieniowania liniowej anteny cylindrycznej w zimnej plazmie izotropowej o niewielkich stratach.

Jako podstawę do wyznaczenia wartości pola elektrycznego w strefie dalekiej oraz charakterystyki promieniowania anteny przyjęto równanie różniczkowe Helmholtza dla potencjału Hertza oraz równanie całkowe Hallena dla funkcji rozkładu prądu w antenie w ośrodku stratnym.

Funkcję rozkładu prądu przedstawiono w postaci wielomianu algebraicznego o nieznanymi współczynnikami zespolonych. Współczynniki te są składowymi admitancji wejściowej anteny i mogą być łatwo wyznaczone z układu równań liniowych otrzymanego z równania całkowego Hallena. Wyznaczona w ten sposób funkcja rozkładu prądu stanowiła podstawę dla obliczenia charakterystyki promieniowania anteny w plazmie. W ni-

niejszej pracy przedstawiono wyrażenia na składowe nieunormowanej charakterystyki promieniowania anteny w plazmie dla dowolnego stopnia wielomianu aproksymującego funkcję rozkładu prądu. Posługując się tymi wyrażeniami, obliczono dla przykładu składowe nieunormowanej charakterystyki promieniowania przy założeniu, że wielomian aproksymujący funkcję rozkładu prądu jest wielomianem trzeciego stopnia. Wykorzystując te zależności, przeprowadzono obliczenia numeryczne unormowanej charakterystyki promieniowania anten półfalowej i całofalowej.

Na podstawie analizy otrzymanych wyników obliczeń numerycznych można stwierdzić, że wartość koncentracji elektronów n_e w plazmie ma znaczny wpływ na przebieg charakterystyki promieniowania anteny, tym większy im dłuższa jest antena. Ponadto na podstawie wyników obliczeń numerycznych wykonanych dla szeregu wartości s stwierdzono, że dla plazmy o niewielkich stratach przebieg charakterystyki promieniowania praktycznie nie zależy od częstości zderzeń s elektronów z cząstkami ciężkimi, choć parametr ten wpływa znacznie na składowe konduktancji wejściowej G_m anteny [4].

Fakt, że charakterystyka promieniowania praktycznie nie zależy od parametru s może być szczególnie cenny z punktu widzenia ewentualnego zastosowania anteny liniowej do diagnostyki plazmy. W tym bowiem przypadku przebieg charakterystyki promieniowania jest w sposób jednoznaczny zależny od wartości względnej koncentracji elektronów n_e . Wydaje się więc, że uzyskane w pracy zależności ilościowe mogą stanowić podstawę metody wyznaczania koncentracji elektronów z pomiaru charakterystyki promieniowania anteny w plazmie.

Autor bardzo dziękuje mgr G. Żmudzie-Trzebiatowskiej oraz mgr. T. Jankowskiemu z Działu Obliczeń Numerycznych IMP PAN za opracowanie programu obliczeń oraz cenne uwagi krytyczne.

Praca wpłynęła do Redakcji w kwietniu 1975 r.

Literatura

- [1] R. W. P. King, C. W. Harrison, Jr, D. H. Denton, Jr, *The electrically short antenna as a probe for measuring free electron densities and collision frequencies in an ionized region*. J. Res. N. B. S., **65D**, 371 - 384, 1961.
- [2] G. A. Deschamps, *Impedance of an antenna in a conducting medium*. IRE Trans., **AP-10**, 648-650, 1962.
- [3] L. D. Scott, B. R. Rao, *A short cylindrical antenna as a diagnostic probe for measuring collision frequencies in a collision-dominated non-maxwellian plasma*. IEEE Trans. **AP-17**, 777 - 786, 1969.
- [4] M. Lubański, *Podstawy teoretyczne pomiaru koncentracji elektronów w plazmie wyładowania, przy użyciu cylindrycznej anteny mikrofalowej*. Prace IMP, z. 66, 1975, 45 - 62.
- [5] K. G. Balmain, *Impedance of short dipole in a compressible plasma*. Radio Sci., **69D**, 559 - 566, 1965.
- [6] R. W. P. King, C. W. Harrison, *Half-wave cylindrical antenna in a dissipative medium: current and impedance*. J. Res. N. B. S. **65D**, 371 - 384, 1961.
- [7] B. D. Popović, *Theory of cylindrical antennas in conducting media*. Proc. IEEE **118**, 507 - 510, 1971.
- [8] M. A. Heald, C. B. Wharton, *Plasma diagnostics with microwaves*. John Wiley a. Sons, 1965.

**Характеристика излучения изолированной линейной
цилиндрической антенны в холодной изотропной плазме**

Резюме

В работе дан метод определения характеристики излучения линейной цилиндрической антенны в холодной изотропной плазме. При этом принято, что функция распределения тока в антенне может быть представлена в форме алгебраического многочлена, коэффициенты которого определяют из системы линейных уравнений, полученной на основе интегрального уравнения Галлена. Приведены примеры результатов численных расчетов характеристик излучения антенн приблизительно полуволновой и полноволновой.

**Radiation Pattern of an Insulated Linear Cylindrical Antenna
in Cold Isotropic Plasma**

Summary

A method for determining the radiation pattern of a linear cylindrical antenna immersed in cold isotropic plasma has been presented. It has been assumed that the function of the current distribution in the antenna can be presented as an algebraic polynomial, the coefficients of which being determined from a system of linear equations derived from the Hallen integral equation. Results of the numerical calculations of radiation pattern for half-wave and full-wave antennas have been presented.