

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

74

WARSZAWA—POZNAN 1977

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS
KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, ul. Gen. Józefa Fiszerza 14, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe

Warszawa 1977

Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 350 + 90 egz.	Oddano do składania 1 II 1977 r.
Ark. wyd. 13,5. Ark. druk. 10,25.	Podpisano do druku 2 VIII 1977 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g.	Druk ukończono w sierpniu 1977 r.
Nr zam. 72/239, 70 × 100 cm. U-1/466.	Cena zł 42,—

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

ROMAN PIEPRZYK

Poznań

Praca wielostopniowej sprężarki osiowej z niewichrowanymi łopatkami w świetle teorii osiowosymetrycznego przepływu trójwymiarowego

W pracy przedstawiono zmodyfikowaną przez autora metodę Holmquist-Rannie [1, 2] obliczania trójwymiarowego przepływu płynu ściśliwego w osiowych maszynach wirnikowych. Wyniki obliczeń teoretycznych przepływu trójwymiarowego (wykonanych na elektronicznej maszynie cyfrowej), dla 21 punktów pracy znamionowej*, przy różnych częstościach obrotów wirnika i różnych kątach ustawienia łopatek stojanowych, porównano z wynikami przeprowadzonych badań eksperymentalnych [3]. Jako kryterium porównawcze przyjęto współczynnik zmniejszenia mocy Ω będący stosunkiem mocy rzeczywiście przekazywanej płynowi do mocy, która byłaby przekazana przy kinematyce będącej podstawą obliczeń teoretycznych. W drugiej części pracy, podano przebieg współczynnika zmniejszenia mocy Ω dla wielostopniowych sprężarek osiowych z niewichrowanymi łopatkami, dla różnych kątów ustawienia łopatek stojanowych i częstości obrotów wirnika, w funkcji liczby kolejnego stopnia. Szczegóły dotyczące obliczeń numerycznych wraz ze schematem blokowym programu na EMC Odra 1013 zamieszczono w Dodatku.

Spis oznaczeń

c – prędkość bezwzględna,
 C – stała,
 d – średnica,
 f – strzałka wygięcia szkieletowej profilu,
 $F(\xi_2)$ – cotangens kąta położenia wektora prędkości bezwzględnej przy wypływie z stojanowego wieńca łopatkowego, jako funkcja promienia,
 $G(\xi_3)$ – cotangens kąta położenia wektora prędkości względnej przy wypływie z wirującego wieńca łopatkowego, jako funkcja promienia,
 $H(\xi_3)$ – bezwymiarowa ilość pracy przekazanej przez koło wirnikowe jednemu kilogra-

mu mowi masy czynnika, jako funkcja promienia

$$\left(H(\xi_3) = \frac{l_t}{\omega^2 R_0^2} = \xi_1 \lambda_3 - \xi_2 \lambda_2 \right),$$

i – entalpia właściwa; numer płaszczyzny kontrolnej,
 I – uogólniona funkcja Bernoulliego, entalpia uogólniona,
 k – numer przybliżenia,
 l – długość cięciwy łopatki,
 l_t – praca techniczna właściwa,
 \dot{m} – strumień masy,
 M – liczba Macha,
 n – częstość obrotów; wykładnik politropy,
 p – ciśnienie,

* W tej pracy przez pojęcie punktu znamionowego rozumie się taki punkt na charakterystyce, dla którego na podstawie przeprowadzonych pomiarów wyliczono najwyższą sprawność.

- P – ciśnienie bezwymiarowe ($P = p/p_c$),
 q – ciepło odniesione do 1 kg masy,
 Q – bezwymiarowa masa właściwa

$$\left(Q = \frac{\omega^2 R_0^2 \rho}{p_c} \right),$$
 r – promień; współrzędna promieniowa,
 R – indywidualna stała gazowa,
 Re – liczba Reynoldsa,
 R_0 – promień odniesienia,
 t – czas; podziałka,
 T – temperatura bezwzględna w K,
 u – prędkość obwodowa wirującego wieńca łopatkowego; współrzędna obwodowa (dodatnia w kierunku obrotu),
 v – objętość właściwa,
 z – współrzędna osiowa (dodatnia w kierunku przepływu),
 Z – liczba kolejnego stopnia,
 α – kąt położenia wektora prędkości bezwzględnych w przepływie przez wieńce łopatkowe,
 β – kąt położenia wektora prędkości względnych w przepływie przez wirujące wieńce łopatkowe,
 γ – kąt określający położenie łopatek w pałisadzie,
- Δ – oznaczenie przyrostu,
 ε – kąt nachylenia merydionalnej linii prądu,
 ζ – bezwymiarowa odległość osiowa ($\zeta = z/R_0$),
 ϑ – kąt wygięcia szkieletowej profilu,
 Θ – bezwymiarowa składowa promieniowa prędkości bezwzględnej, ($\Theta = c_r/\omega R_0$)
 κ – wykładnik izentropy,
 λ – bezwymiarowa składowa obwodowa prędkości bezwzględnej ($\lambda = c_u/\omega R_0$),
 μ – bezwymiarowy strumień masy

$$\left(\mu = \frac{m\omega}{2\pi p_c R_0} \right),$$
 ν – numer linii prądu; stosunek promieni, kanału łopatkowego,
 ξ – promień bezwymiarowy ($\xi = r/R_0$),
 ρ – masa właściwa,
 τ – temperatura bezwymiarowa $\left(\tau = \frac{R}{\omega^2 R_0^2} T \right)$
 φ – współrzędna cylindryczna (mierzona dookoła osi z , dodatnia w kierunku obrotu),
 Φ – bezwymiarowa składowa osiowa prędkości bezwzględnej, ($\Phi = c_z/\omega R_0$),
 ω – prędkość kątowna,
 Ω – współczynnik zmniejszenia mocy.

Indeksy

- c – całkowity,
 i – numer płaszczyzny kontrolnej,
 j – liczba rurek prądu,
 k – numer przybliżenia,
 m – składowa merydionalna,
 \max – maksymalny,
 r – składowa promieniowa,
- t – teoretyczny,
 u – składowa obwodowa,
 w – dotyczy średnicy wewnętrznej kanału przepływowego lub łopatki,
 z – znamionowy; dotyczy średnicy zewnętrznej kanału przepływowego lub łopatki,
 ν – numer linii prądu.

1. Przybliżone rozwiązanie trójwymiarowego przepływu czynnika w kanale łopatkowym sprężarki osiowej

Założenia upraszczające

a) czynnik jest termodynamicznie doskonały, nie przewodzi ciepła, jest ściśliwy i nielepki; wpływ dysypacji energii mechanicznej występującej w przepływie rzeczywistym uwzględnia się częściowo, aproksymując rozkład stanów termodynamicznych płynu w sprężarce równaniem politropy $pv^n = \text{const}$,

b) przepływ czynnika jest ustalony, to znaczy, że $\partial/\partial t = 0$,

c) przepływ w przestrzeni międzywieńcowej jest osiowosymetryczny, zatem $\partial/\partial \varphi = 0$,

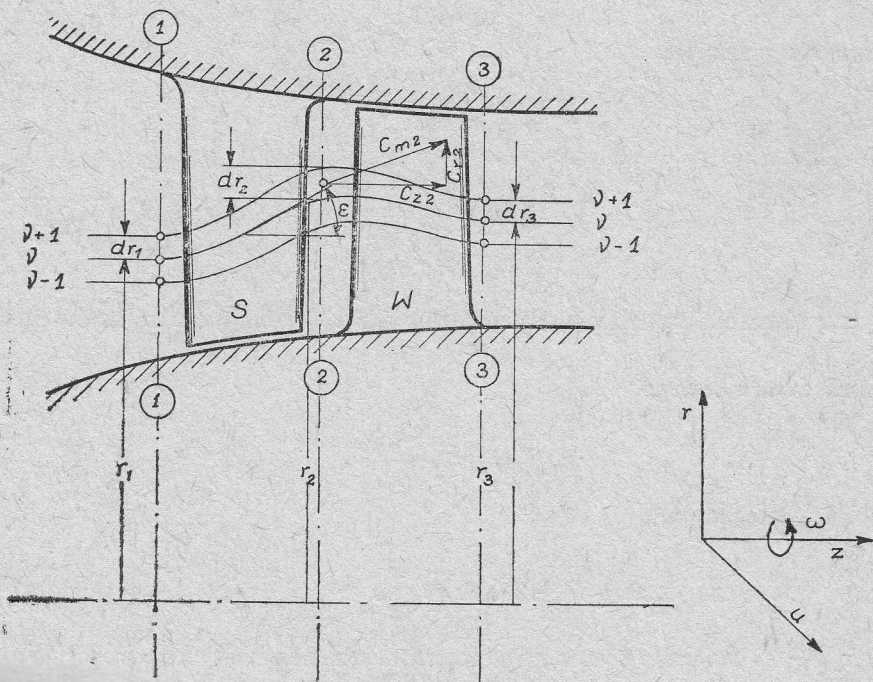
d) przepływ jest wirowy; wirowość uwzględniają gradienty $c_u r$, c_z i l_t lub odpowiednio $\xi \Phi$ i H ,

e) powierzchnie ograniczające kanał przepływowy są powierzchniami prądu,

- f) pomija się wpływ warstwy przyściennej,
- g) wyklucza się możliwość wystąpienia oderwań na ściankach kanału i powierzchniach łopatek,
- h) nie uwzględnia się wpływu przecieków wierzchołkowych.

Równania różniczkowe opisujące przepływ czynnika

Rozważając przepływ czynnika przez kanał przepływowy (rys. 1), założono, że przepływ jest osiowosymetryczny i odbywa się w rurkach prądu o zmiennej grubości dr . Równania opisujące przepływ zapisano dla przekrojów $z = \text{const}$, leżących w szczelinach międzywieńcowych. W związku z tym, wszystkie wielkości w płaszczyznach kontrolnych



Rys. 1. Przepływ przez kanał przepływowy sprężarki osiowej

1-1, 2-2, 3-3 (rys. 1) można traktować jako zależne wyłącznie od promienia. Takie ujęcie zagadnienia pozwala na zastąpienie wszystkich pochodnych cząstkowych względem r przez pochodne zwyczajne. Zatem równania różniczkowe opisujące przepływ w płaszczyźnie $z = \text{const}$ ($\zeta = \text{const}$) stają się równaniami zwyczajnymi.

Zestaw równań opisujących rozpatrywane zjawisko

- a) równanie ciągłości przepływu wzdłuż rurki prądu

$$d\dot{m} = 2\pi r dr c_z \rho = \text{const}, \quad (1)$$

b) równanie energii dla linii prądu, w przepływie adiabatycznym, przy pominięciu zmiany energii potencjalnej

$$l_t = i_3 - i_2 + \frac{1}{2}(c_3^2 - c_2^2), \quad (2)$$

c) równanie Eulera

$$l_t = u_3 c_{3u} - u_2 c_{2u}, \quad (3)$$

d) równanie ruchu dla kierunku promieniowego

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{c_u^2}{r} - c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} - c_z \frac{\partial c_r}{\partial z}. \quad (4)$$

e) termiczne równanie stanu

$$pv = RT, \quad (5)$$

f) równania przemiany

$$\frac{\rho}{p^n} = \text{const}, \quad (6a)$$

$$\frac{\rho}{T^{n-1}} = \text{const}. \quad (6b)$$

Powyższe równania uzupełniają następujące związki, wynikające z trójkątów prędkości (rys. 2):

dla wieńca wirnikowego

$$\text{ctg } \beta_3(r_3) = \frac{u_3 - c_{u3}}{c_{z3}}, \quad (7)$$

dla wieńca stojanowego

$$\text{ctg } \alpha_2(r_2) = \frac{c_{u2}}{c_{z2}}. \quad (8)$$

Kąty α_2 i β_3 są związane z kątami wytyczonymi przez elementy konstrukcyjne łopatek poprzez kąt odchylenia strugi na splywie z łopatki (rys. 2):

dla wstępnego wieńca stojanowego

$$\alpha_2 = \gamma_{B2} + \delta\alpha_2, \quad (9a)$$

dla wieńca wirnikowego

$$\beta_3 = \gamma_{B3} - \delta\beta_3, \quad (9b)$$

dla wieńca stojanowego

$$\alpha_4 = \gamma_{B4} - \delta\alpha_4. \quad (9c)$$

Kąt odchylenia strugi w znamionowych warunkach pracy* określa wzór empiryczny

* Znamionowe warunki pracy według Howella, odpowiadają punktowi pracy, przy którym kąt zmiany kierunku przepływu $\Delta\alpha_z = \alpha_{z2} - \alpha_{z1}$ wynosi 0,8 wartości maksymalnej $\Delta\alpha_{\max}$.

dla łopatek konfuzorowych (wstępny wieniec stojanowy)

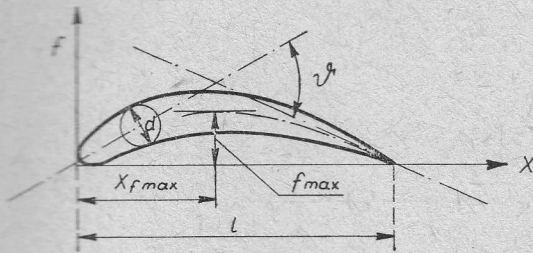
$$\delta\alpha_z = m_k \vartheta \frac{t}{l}, \quad (10b)$$

gdzie

$$m = 0,23 \left(2 \frac{x_{fmax}}{l} \right)^2 + 0,18 - 0,002\alpha_{zz}, \quad (11a)$$

$$m_k = 0,23 \left(2 \frac{x_{fmax}}{l} \right)^2 - 0,2. \quad (11b)$$

Charakterystyczne parametry profilu wyjaśnia rys. 3.



Rys. 3. Charakterystyczne parametry profilu łopatki

Dla wygody w posługiwaniu się powyższymi równaniami, chcąc uniknąć w obliczeniach dużych liczb, powyższe równania zapisano w postaciach bezwymiarowych. Przed tą operacją przekształcono równanie energii (2). Z połączenia równań (2) i (3) wynikają następujące związki:

$$I = i + \frac{1}{2}c^2 - \omega r c_u = \text{const}, \quad (12a)$$

$$I = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} (c_r^2 + c_u^2 + c_z^2 - 2\omega r c_u) = \text{const}. \quad (12b)$$

Wielkość I , stałą wzdłuż dowolnej linii prądu, nazywa się uogólnioną funkcją Bernoulliego [6], całkowitą entalpią uogólnioną [7] lub rotalpią całkowitą [8].

Wymienione dotychczas równania przechodzą w postać bezwymiarową po wprowadzeniu:

bezwymiarowych wielkości liniowych

$$\xi = \frac{r}{R_0}, \quad \zeta = \frac{z}{R_0}, \quad (13)$$

bezwymiarowego ciśnienia

$$P = \frac{p}{p_c}, \quad (14)$$

gdzie p_c — ciśnienie odniesienia (całkowite),

bezwymiarowych składowych prędkości bezwzględnej

$$\theta = \frac{c_r}{\omega R_0}, \quad \lambda = \frac{c_u}{\omega R_0}, \quad \phi = \frac{c_z}{\omega R_0}, \quad (15)$$

Po kilku przekształceniach, przedstawionych w pracy [9], używając równania (7) w postaci bezwymiarowej

$$\operatorname{ctg} \beta_3(\xi_3) = \frac{\xi_3 - \lambda_3}{\Phi_3} = G(\xi_3)$$

otrzymuje się następującą zależność określającą rozkład składowej osiowej Φ_3 prędkości bezwzględnej za wieńcem wirującym

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_3}{\partial \xi_3} + \Phi_3 \left[\frac{G^2}{\xi_3(1+G^2)} + \frac{1}{2(1+G^2)} \frac{\partial(1+G^2)}{\partial \xi_3} \right] = \\ = \frac{1}{1+G^2} \left\{ \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\xi_3}{\Phi_2 \xi_2} \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{\partial \tau_{c2}}{\partial \xi_2} - \frac{\partial(\xi_2 \lambda_2)}{\partial \xi_2} - \frac{\kappa}{\kappa-1} P_3^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{P_2^{\frac{1}{n}}}{Q_2} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\Phi_3} \frac{\kappa-n}{(\kappa-1)(n-1)} \left(\frac{P_2^{\frac{1}{n}}}{Q_2} \right) \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(P_3^{\frac{n-1}{n}} \right) + 2G + \frac{\partial \Theta_3}{\partial \xi_3} \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Całkując powyższe równanie otrzymuje się [9, 10]:

$$\begin{aligned} \Phi_3 \approx \Phi_{3,k} = \frac{\exp \left[+ \int_{\xi_w}^{\xi_3} \frac{d\xi_3}{\xi_3(1+G^2)} \right]}{\xi_3 \sqrt{1+G^2}} \left[\int_{\xi_w}^{\xi_3} \left\{ \exp \left[- \int_{\xi_w}^{\xi_3} \frac{d\xi_3}{\xi_3(1+G^2)} \right] \right\} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+G^2}} \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\xi_3}{\Phi_2 \xi_2} \times \right. \right. \\ \times \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{d\tau_{c2}}{d\xi_2} - \frac{d(\xi_2 \lambda_2)}{d\xi_2} - \frac{\kappa}{\kappa-1} P_3^{\frac{n-1}{n}} \frac{d}{d\xi_2} \left(\frac{P_2^{\frac{1}{n}}}{Q_2} \right) \right] + \\ \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{1+G^2}} \left[2G + \frac{\partial \Theta_3}{\partial \xi_3} + \frac{1}{\Phi_{3,k-1}} \frac{\kappa-n}{(\kappa-1)(n-1)} \left(\frac{P_2^{\frac{1}{n}}}{Q_2} \right) \frac{d}{d\xi_3} \left(P_3^{\frac{n-1}{n}} \right) \right] \right\} \xi_3 d\xi_3 + C_1 \right], \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie $\xi_3 = \xi_3(\zeta, \xi_2)$ jest nieznaną odległością pomiędzy osią maszyny i punktem przecięcia danej linii prądu z płaszczyzną $\xi_3 = \text{const}$.

Rozwiązanie równania (17) ma postać

$$\Phi_3 = f_3 C_1 + g_3, \quad (18)$$

gdzie

$$f_3 = f_3(\xi_3), \quad g_3 = g_3(\xi_3).$$

Stałą całkowania C_1 wyznacza się z równania ciągłości przepływu (1); równanie (1) po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych, równania (13), (14) i (15), przyjmuje postać

$$d\mu = Q \Phi \xi d\xi = \text{const}. \quad (19)$$

Podstawiając zależność (18) do równania (19), wykorzystując równanie przemiany

(6a) w postaci bezwymiarowej, po scałkowaniu wzdłuż wysokości kanału otrzymuje się

$$C_1 = \frac{\mu \int_{\xi_w}^{\xi_z} Q_2 \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}} g_3 \xi_3 d\xi_3}{\int_{\xi_w}^{\xi_z} Q_2 \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}} f_3 \xi_3 d\xi_3}. \quad (20)$$

Rozkład składowej obwodowej λ_3 prędkości bezwzględnej określa równanie (7). Równanie to zapisane dla przekroju 3 (rys. 1), za wieńcem wirującym, ma postać

$$\operatorname{ctg} \beta_3(\xi_3) = \frac{\xi_3 - \lambda_3}{\Phi_3} = G(\xi_3). \quad (21)$$

Rozkład składowej promieniowej θ_3 prędkości bezwzględnej ustala zależność wynikającą z rys. 1

$$\operatorname{tg} \varepsilon_3 = \frac{\theta_3}{\Phi_3} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial \zeta} \right)_3. \quad (22)$$

Ciśnienie P_3 wyznacza się z równania ruchu dla kierunku promieniowego, równania (4), zapisanego dla elementu płynu znajdującego się w przestrzeni międzywieńcowej (za wieńcem wirnikowym), przy wykorzystaniu równania przemiany (6a) dla wyeliminowania masy właściwej ρ_3 . Po scałkowaniu tak uzyskanej zależności, otrzymuje się

$$P_3 = \left[\frac{n-1}{n} \frac{Q_2}{P_2^{\frac{1}{n}}} \int_{\xi_w}^{\xi_3} \left(\lambda_3^2 - \theta_3 \frac{d\theta_3}{d\xi_3} - \Phi_3 \frac{\partial \theta_3}{\partial \zeta_3} \right) d\xi_3 + C_2 \right]^{\frac{n}{n-1}}. \quad (23)$$

Stałą całkowania C_2 dla przekroju 3-3, wyznacza się z równania energii (12b) oraz równania przemiany (6a) zapisanych w postaci bezwymiarowej dla promienia wewnętrznego kanału. Otrzymujemy więc

$$C_2 = P_{3w}^{\frac{n-1}{n}} = \left\{ \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{Q_2}{P_2^{\frac{1}{n}}} \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_2}{Q_2} + \frac{1}{2} (\theta_2^2 + \lambda_2^2 + \Phi_2^2 - 2\xi_2 \lambda_2) + \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} (\theta_3^2 + \lambda_3^2 + \Phi_3^2 - 2\xi_3 \lambda_3) \right] \right\}. \quad (24)$$

W przypadku analizowania przepływu w przestrzeni międzywieńcowej za wieńcem stojanowym, wyżej przedstawione równania (17) i (23) ulegają istotnemu uproszczeniu. Jest to spowodowane wprowadzeniem $\omega=0$ do równania energii (12b).

Rozkład składowej osiowej Φ_2 prędkości bezwzględnej za wieńcem stojanowym określa

równanie

$$\Phi_2 \approx \Phi_{2,k} = \frac{\exp \left[+ \int_{\xi_w}^{\xi_2} \frac{d\xi_2}{\xi_2(1+F^2)} \right]}{\xi_2 \sqrt{1+F^2}} \left[\int_{\xi_w}^{\xi_2} \left\{ \exp \left[- \int_{\xi_w}^{\xi_2} \frac{d\xi_2}{\xi_2(1+F^2)} \right] \right\} \times \right. \\ \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+F^2}} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{\xi_2}{\Phi_1 \xi_1} \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{d\tau_{c1}}{d\xi_1} - \frac{\kappa}{\kappa-1} P_2^{\frac{n-1}{n}} \frac{d}{d\xi_1} \left(\frac{P_1^n}{Q_1} \right) \right] + \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{1+F^2}} \left[\frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi_2} + \frac{1}{\Phi_{2,k-1}} \frac{\kappa-n}{(\kappa-1)(n-1)} \left(\frac{P_1^n}{Q_1} \right) \frac{d}{d\xi_2} \left(P_2^{\frac{n-1}{n}} \right) \right] \right\} \xi_2 d\xi_2 + C_1 \right] \quad (25)$$

gdzie F , z równania (8), jest równe:

$$F(\xi_2) = \operatorname{ctg} \alpha_2(\xi_2) = \frac{\lambda_2}{\Phi_2}$$

Rozkład ciśnienia P_2 wyznacza się z równania

$$P_2 = \left[\frac{n-1}{n} \frac{Q_1}{P_1^{\frac{1}{n}}} \int_{\xi_w}^{\xi_2} \left(\frac{\lambda_2^2}{\xi_2} - \Theta_2 \frac{d\Theta_2}{d\xi_2} - \Phi_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi_2} \right) d\xi_2 + C_2 \right]^{\frac{n}{n-1}} \quad (26)$$

Stałą całkowania C_1 (równanie (25)) oraz C_2 (równanie (26)) oblicza się w sposób podobny do poprzedniego.

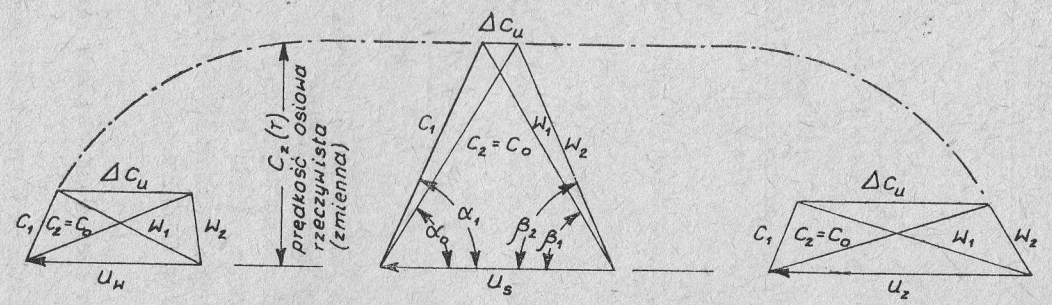
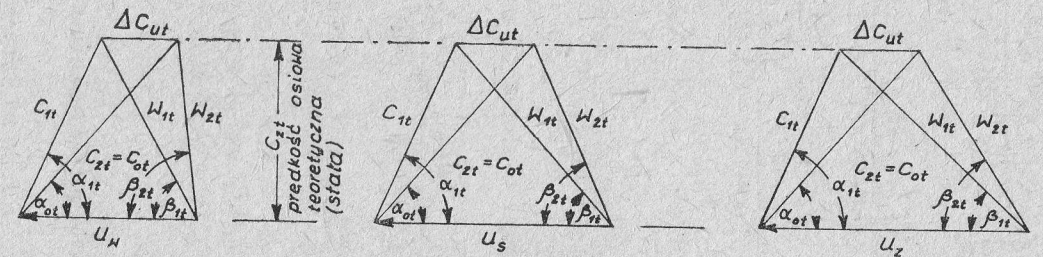
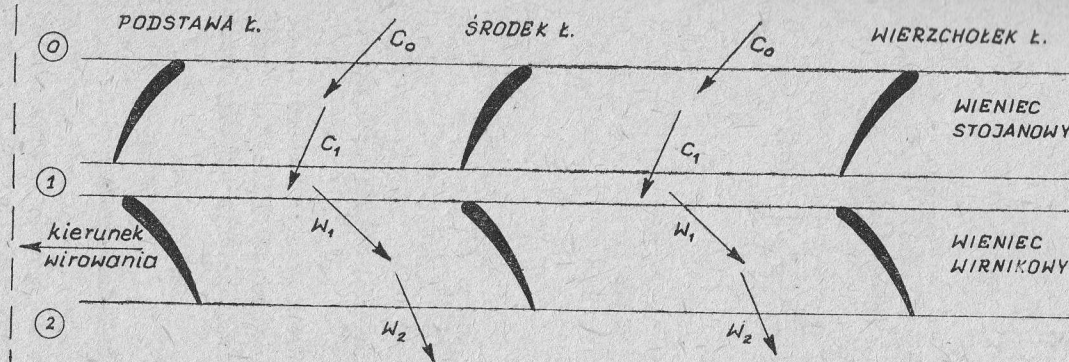
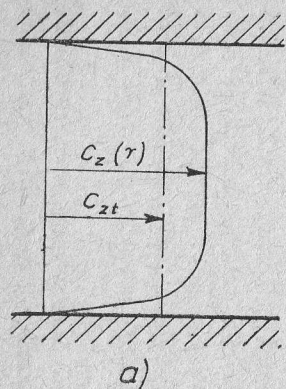
Rozwiązanie zagadnienia prostego dla przepływu politropowego sprowadza się do rozwiązania układu dwóch zwyczajnych nieliniowych równań różniczkowych rzędu pierwszego, równania (17) i (23) lub (25) i (26). Sposób rozwiązania tego układu równań podano w Dodatku.

2. Porównanie wyników badań eksperymentalnych z badaniami teoretycznymi

Badania eksperymentalne przeprowadzono na dziewięciostopniowej sprężarce osiowej SO 9 zaprojektowanej i zbudowanej w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN, stanowiącej źródło sprężonego powietrza dla laboratorium aerodynamicznego Instytutu.

Projektowe parametry pracy sprężarki wynoszą: spręż całkowity $\pi_c \approx 2$, strumień masy $\dot{m} \approx 6$ kg/s, częstość obrotów wirnika $n = 9000$ obr/min, czynnik roboczy – powietrze. Sprężarka jest załopatkowana niewichrowanymi łopatkami o profilu C-4 rozpiętym na linii szkieletowej w kształcie łuku koła o kącie wygięcia profilu $\vartheta = 30^\circ$; grubość względna profilu 10%. Projektowy kąt ustawienia łopatek stojanowych $\gamma_s = 30^\circ 48'$ (rys. 2). Udział wirnika na średnicy podziałowej $R_w = 0,5$.

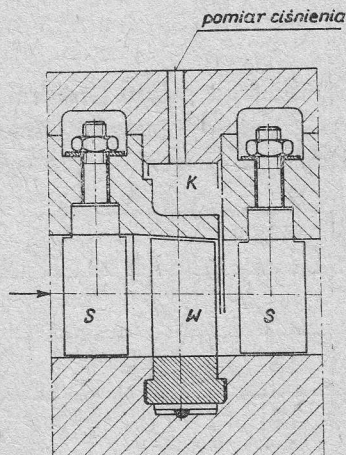
Stosunek promieni w przekroju wlotowym sprężarki SO 9 wynosi $v = r_w/r_z = 0,703$, a w przekroju wylotowym $v = 0,793$. Pierwszy wieniec wirnikowy sprężarki w warunkach



Rys. 4. Wpływ rozkładu prędkości na pracę stopnia sprężarki osiowej; a) teoretyczny i rzeczywisty rozkład prędkości w kanale przepływowym, b) układ łopatkowy, c) trójkąty prędkości przy teoretycznej prędkości osiowej c_{zt} , d) trójkąty prędkości przy rzeczywistej prędkości osiowej $c_z(r)$

projektowych pracuje przy $M_{w1}=0,425$ i przy $Re=2,55 \cdot 10^5$. Dalsze szczegóły dotyczące konstrukcji sprężarki SO 9 zawiera praca [11].

Zastosowane podczas badań eksperymentalnych metody pomiarowe, opisane w [3, 9], stanowią rozwinięcie metod opracowanych w IMP PAN [11].



Rys. 5. Szczegół konstrukcji kanału przepływowego sprężarki osiowej SO 9

W przepływie rzeczywistym, przy ściankach ograniczających kanał przepływowy, na skutek lepkości przepływającego czynnika wytwarzają się warstwy przyścienne. Obecność warstw przyściennych zmienia profil prędkości (rys. 4) i tym samym wpływa na ilość pracy przekazanej czynnikowi w stopniu.

Ilościowo zjawisko to ujmuje współczynnik zmniejszenia mocy Ω zdefiniowany zależnością [4]

$$\Omega = \frac{\int_{r_w}^{r_z} (u \Delta c_u) dm}{\int_{r_w}^{r_z} (u \Delta c_w) dm} = \frac{\Delta i}{\Delta i_t} \quad (27)$$

Wprowadzając sprawność izentropową stopnia

$$\eta_{sk} = \frac{\Delta i_s}{\Delta i} \quad (28)$$

i używając dla obliczenia izentropowego przyrostu entalpii równania wyrażającego treść pierwszej zasady termodynamiki

$$dq_c = di - v dp, \quad (29)$$

a dalej przyjmując dla stopnia w analizowanych – znamionowych warunkach pracy sprężarki

$$\eta_{sk} = \eta_{sk,t}, \quad (30)$$

oraz mając na uwadze małe sprężenie w stopniu badanej sprężarki ($\pi_{sr,stop} = \sqrt[9]{2} = 1,080$) i zakładając, że średnia dla stopnia rzeczywista objętość właściwa czynnika \bar{v} jest równa

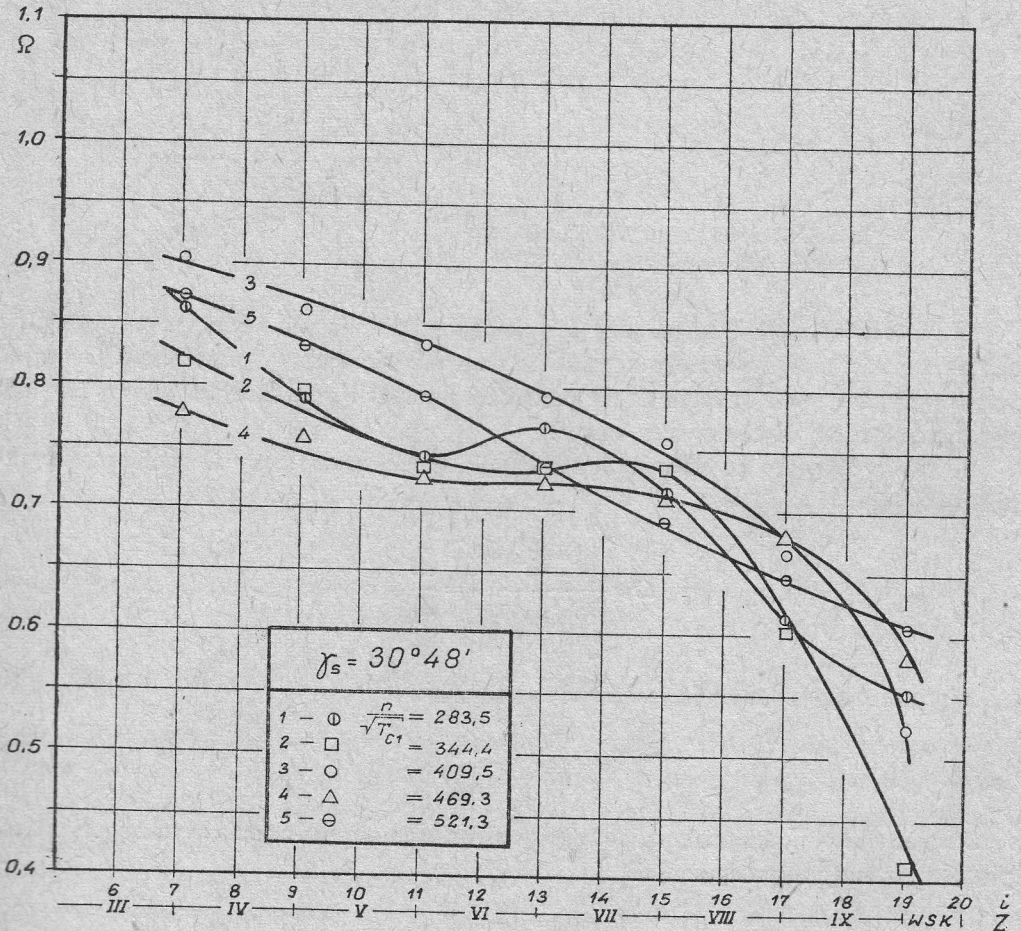
średniej dla stopnia teoretycznej objętości właściwej czynnika \bar{v} ,

$$\bar{v} = \bar{v}_t, \quad (31)$$

zależność (27) przyjmuje postać

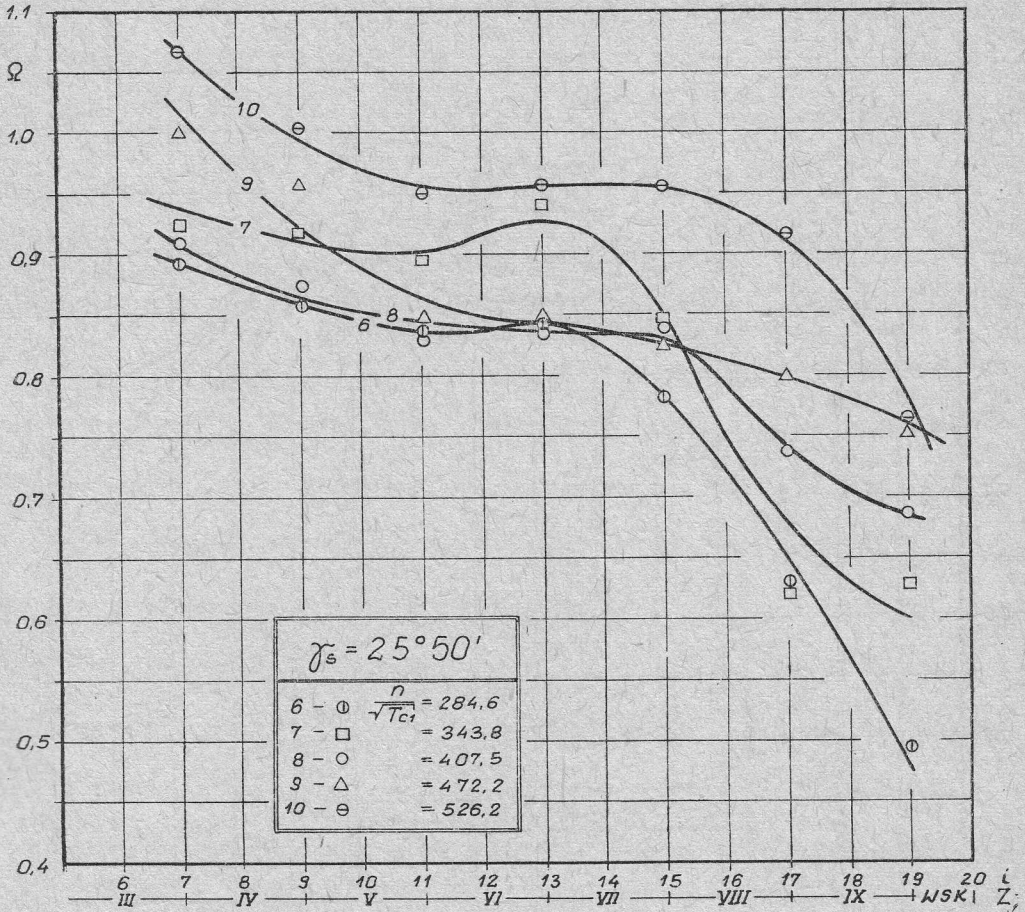
$$\Omega = \frac{\Delta p}{\Delta p_t}, \quad (32)$$

gdzie Δp reprezentuje przyrost ciśnienia w stopniu, mierzony w dwóch sąsiednich komorach K (rys. 5), Δp_t – przyrost ciśnienia w stopniu, obliczony na drodze teoretycznej dla zewnętrznej powierzchni prądu ograniczającej kanał łopatkowy.



Rys. 6. Współczynnik zmniejszenia mocy Ω , dla kąta ustawienia łopatek stojanowych $\gamma_s = 30^\circ 48'$ i różnych prędkości wirowania

Dla podniesienia dokładności, w celu wyeliminowania wszystkich ewentualnych nieprawidłowości, spowodowanych np. wahaniami słupków cieczy w manometrach cieczyowych podczas badań eksperymentalnych sprężarki, Δp odczytywano z wykresu sporzą-



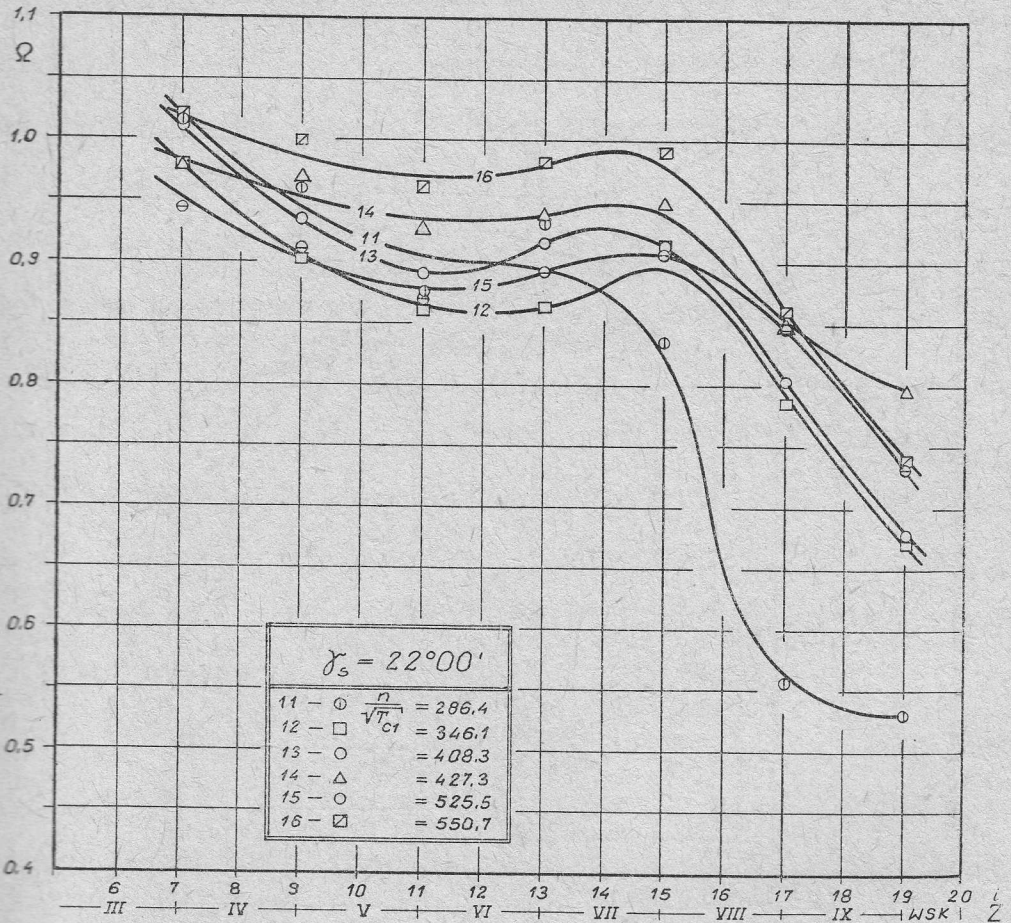
Rys. 7. Współczynnik zmniejszenia mocy Ω , dla kąta ustawienia łopatek stojanowych $\gamma_s = 25^\circ 50'$ i różnych prędkości wirowania

dzionego w dużej skali, przedstawiającego zmianę skorygowanego ciśnienia wzdłuż sprężarki.

Wyniki obliczeń współczynnika zmniejszenia mocy Ω , przeprowadzonych zgodnie z równaniem (32) dla różnych kątów ustawienia łopatek stojanowych γ_s (rys. 2), różnych częstości obrotów wirnika, w funkcji liczby kolejnego stopnia, przedstawiono na rys. 6-9. Na rysunkach tych brak jest współczynnika zmniejszenia mocy Ω dla pierwszego i drugiego stopnia. Spowodowane to zostało trudnościami związanymi z pomiarem ciśnienia w płaszczyźnie za wieńcem wirnikowym pierwszego stopnia w badanej sprężarce.

3. Wnioski

Współczynnik zmniejszenia mocy Ω w sprężarkach osiowych z łopatkami zaprojektowanymi według kinematyki stałego krętu strugi ($rc_u = \text{const}$), dla której zakłada się $c_m(r) = \text{const}$, przy braku przepływów promieniowych $c_r(r) = 0$, przyjmuje dla pierwszych



Rys. 8. Współczynnik zmniejszenia mocy Ω dla kąta ustawienia łopatek stojanowych $\gamma_s = 22^\circ 00'$ i różnych prędkości wirowania

stopni wartość $\Omega = 0,96$, a następnie wzdłuż sprężarki, w miarę narastania warstwy przyściennej, obniża się stopniowo do wartości $\Omega = 0,85$ [4].

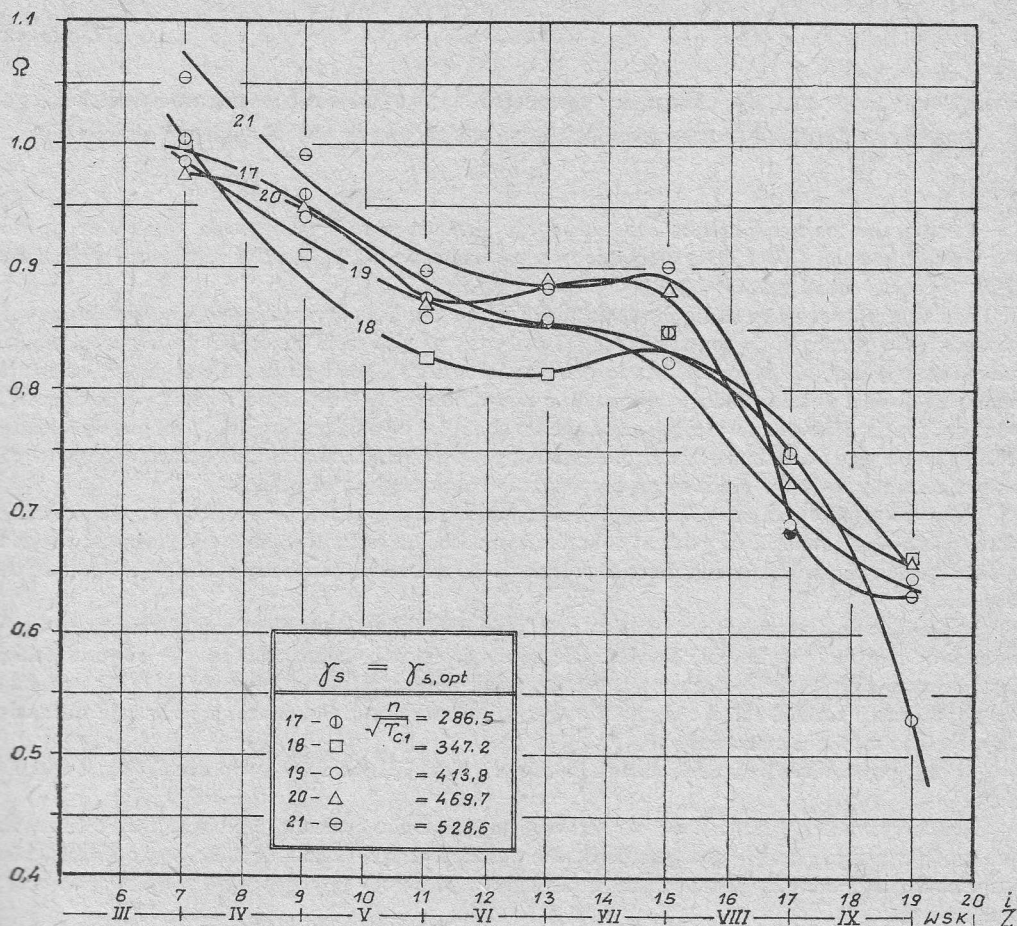
Z wykresów (rys. 6-9) wynika, że w wielostopniowych sprężarkach osiowych z niewichrowanymi łopatkami przebieg współczynnika Ω wykazuje pewne nieregularności i nieprawidłowości. Przypuszcza się, że taki przebieg zależności $\Omega = f(Z)$ jest spowodowany pojawieniem się oderwań warstwy przyściennej w kanale łopatkowym sprężarki.

Potwierdzeniem tej tezy wydaje się dość regularny przebieg współczynnika Ω dla pracy sprężarki w warunkach projektowych ($\gamma_s = 30^\circ 48'$, $n = 9000$ obr/min), krzywa 5 na rys. 6.

Zastępując krzywą 5 (rys. 6) linią prostą o równaniu

$$\Omega = 1 - 0,0432Z \quad (33)$$

w wyniku ekstrapolacji, otrzymuje się dla stopnia pierwszego $\Omega_I = 0,957$ oraz dla stopnia drugiego $\Omega_{II} = 0,914$. Wyniki te dość dobrze pokrywają się z wartościami Ω obliczonymi



Rys. 9. Współczynnik zmniejszenia mocy Ω dla optymalnych (różnych dla poszczególnych stopni) kątów ustawienia łopatek stojanowych $\gamma_s = \gamma_{s,opt}$ i różnych prędkości wirowania

dla sprężarek z łopatkami wichrowanymi według kinematyki stałego krętu strugi (z wzoru III-157 w pracy [4] otrzymuje się $\Omega_I = 0,969$, $\Omega_{II} = 0,884$).

Drugim potwierdzeniem wyżej postawionej tezy jest stwierdzenie wynikające z porównania rysunków 6, 7, 8 i 9, że dla projektowego kąta ustawienia łopatek stojanowych $\gamma_s = 30^\circ 48'$, dla różnych częstości obrotów wirnika, krzywe $\Omega = f(Z)$ mieszczą się w najwęższym pasie.

Otrzymane z porównania badań eksperymentalnych i teoretycznych wartości współczynnika Ω (rys. 6 - 9) świadczą, że model teoretyczny obliczania przepływu trójwymiarowego oparty na czynniku nielepkiem nie daje wystarczająco dokładnych wyników.

Mimo wszystko, ze względu na brak podobnych badań w literaturze specjalistycznej, sporządzone wykresy $\Omega = f(Z, n, \gamma_s)$ dają znaczny materiał do projektowania nowoczesnych sprężarek osiowych regulowanych częstością obrotów wirnika i kątem ustawienia łopatek stojanowych.

Uwagi dotyczące metody obliczania parametrów trójwymiarowego osiowo-symetrycznego przepływu czynnika w przestrzeniach międzywieńcowych wielostopniowej sprężarki osiowej

Rozwiązanie osiowosymetrycznego ustalonego przepływu trójwymiarowego sprowadza się do rozwiązania równań (17) i (23), uzupełnionych równaniami (19), (21), (22), równaniem przemiany $Q/P^{1/n} = \text{const}$ i stanu gazu $P = Q\tau$.

Kanał przepływowy dzieli się powierzchniami prądu kierując się zasadą równych pierścieniowych powierzchni w przekroju $\zeta = \text{const}$. Według [1] wystarczy przyjąć sześć do siedmiu powierzchni prądu, natomiast w pracy [12] stwierdza się, że dla zapewnienia zbieżności procesu iteracyjnego, odległość pomiędzy dwoma liniami prądu w płaszczyźnie merydionalnej, w przekroju $\zeta = \text{const}$, wynosząca $\Delta\zeta$, musi być mniejsza lub co najwyżej równa odległości pomiędzy dwoma przekrojami $\zeta = \text{const}$, wynoszącej $\Delta\zeta$. Spełnienie tego warunku jest szczególnie ważne, gdy w obliczeniach używa się ilorazów różnicowych wstecz oraz gdy $\lambda < \Phi$; w przeciwnym przypadku wzrasta błąd aproksymacji.

W wyniku przecięcia merydionalnych linii prądu z płaszczyznami $\zeta = \text{const}$ otrzymuje się węzły siatki półstałej ($\Delta\zeta$ zmienia się podczas obliczeń, w trakcie kolejnych przybliżeń, natomiast $\Delta\zeta$ posiada stałą wartość). Rozwiązanie zagadnienia polega na wyznaczeniu parametrów strugi w powyższych węzłach.

Posługując się oszacowanym rozkładem składowej osiowej prędkości $\Phi_{i,v}$ (można w analizowanych węzłach w zerowym przybliżeniu przyjąć stałą prędkość osiową wzdłuż promienia — równą średniej arytmetycznej z prędkości wyznaczonych w płaszczyźnie poprzedzającej), z równań (21) i (22) wyznacza się, odpowiednio rozkład składowej obwodowej $\lambda_{i,v}$ i promieniowej $\theta_{i,v}$ oraz, na podstawie równania (23), rozkład ciśnienia statycznego $P_{i,v}$.

W następnym etapie oblicza się wartość składowej osiowej prędkości $\Phi_{i,v}$ w poszczególnych węzłach siatki.

Każde przybliżenie kończy się skorygowaniem położenia punktów przecięcia merydionalnych linii prądu z płaszczyzną $\zeta_i = \text{const}$, na podstawie wyznaczonego rozkładu prędkości $\Phi_{i,v}$ oraz rozdziału strumienia masy pomiędzy poszczególne rurki prądu w przekroju $\zeta = \text{const}$ przed pierwszym wieńcem łopatkowym.

Proces powtarza się aż do momentu uzyskania żądanej dokładności wyznaczenia rozkładu składowych osiowych prędkości oraz położenia merydionalnych linii prądu w poszczególnych przekrojach, określonych zależnościami [2]

$$\delta\Phi = \left[\frac{\sum_{v=1}^{v=j+1} |\Phi_k - \Phi_{k-1}|_v}{\sum_{v=1}^{v=j+1} \Phi_{k,v}} \right] 100 \leq 1, \quad (D1)$$

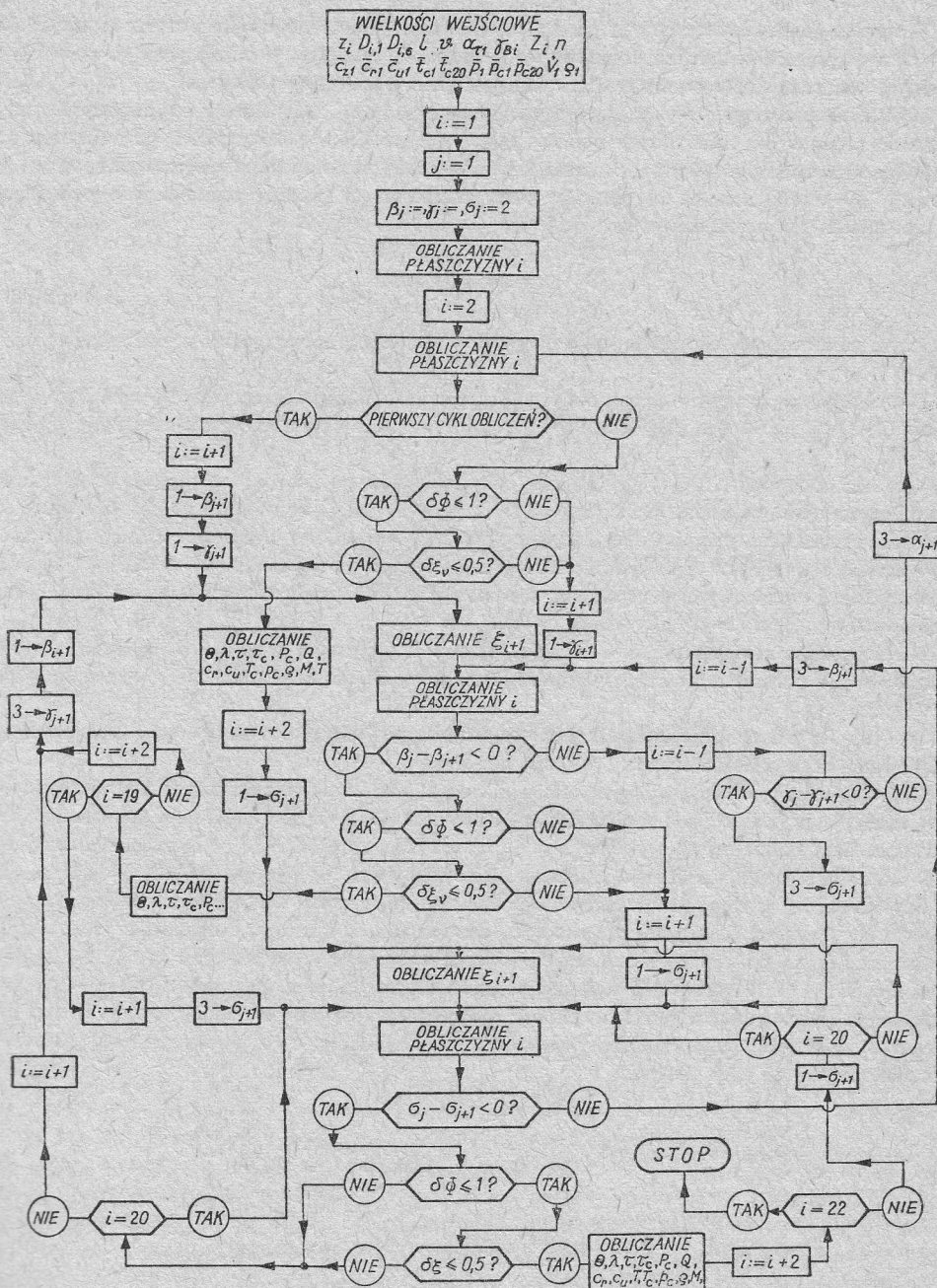
$$\delta\zeta_v = \frac{|\zeta_k - \zeta_{k-1}|_{i,v}}{(\zeta_z - \zeta_w)_i} 100 \leq 0,5. \quad (D2)$$

Na zakończenie, z równania przemiany i stanu gazu można wyznaczyć rozkład bezwymiarowej temperatury $\tau_{i,v}$ oraz bezwymiarowej masy właściwej $Q_{i,v}$.

Zgodnie z wyżej opisanym postępowaniem iteracyjnym opracowano program* na elektroniczną maszynę cyfrową Odra 1013, którego uproszczony schemat blokowy przedstawiono na rys. 10.

Program ten wykorzystano do obliczeń przepływu trójwymiarowego w sprężarce osiowej SO 9, opisaną w punkcie 2.

* Współautorem programu jest mgr Marian Niełacny z Instytutu Matematyki Politechniki Poznańskiej.



Rys. 10. Uproszczony schemat blokowy programu obliczania trójwymiarowego osiowoosymetrycznego przepływu czynnika w sprężarce osiowej ($\beta_j, \gamma_j, \sigma_j$ – wskaźniki dla ustalenia drogi przejścia programu)

W kanale łopatkowym sprężarki wyodrębniono 20 płaszczyzn $\zeta = \text{const}$ oraz 6 powierzchni prądu (od $v=1$ przy r_w do $v=6$ przy r_2) łącznie ze ścianami ograniczającymi kanał przepływowy, traktowanymi jako powierzchnie prądu.

W wyniku analizy i wstępnych przeliczeń przepływu przyspieszonego w konfuzorze łączącym skrzyżnię wlotową sprężarki z kanałem łopatkowym ustalono, że przepływ w płaszczyźnie $\zeta_1 = \text{const}$ (przed wstępnym wieńcem stojanowym) można traktować jako jednorodny i osiowy.

Wykładnik politropy n , występujący w równaniach punktu 1, określano z równania politropy, na podstawie parametrów zmierzonych podczas eksperymentu [3] w płaszczyznach bezpośrednio przed wstępnym wieńcem stojanowym ($\zeta_1 = \text{const}$) i bezpośrednio za ostatnim wieńcem łopatkowym ($\zeta_{20} = \text{const}$). Wykładnik ten dla 21 punktów pracy znamionowej (według rozumowania podanego we wstępie) mieścił się w przedziale wartości

$$n = 1,458 \div 1,551,$$

przy czym najniższą wartość wykładnika otrzymano podczas pracy sprężarki w warunkach projektowych.

Dla określenia parametrów czynnika w płaszczyźnie i obliczano przepływ trójwymiarowy w płaszczyźnie $(i+1)$ (w pierwszym przybliżeniu) i następnie wracano do obliczeń w płaszczyźnie wyjściowej (rys. 10).

Wartości pochodnych $(\partial \xi / \partial \zeta)_{i,v}$ i $(\partial \theta / \partial \zeta)_{i,v}$ dla linii prądu $v=2, 3, 4$ i 5 zastąpiono ilorazami różnicowymi centralnymi, natomiast dla skrajnych linii prądu ($v=1$ i 6), ze względu na ukształtowanie ścian ograniczających kanał przepływowy badanej sprężarki, zastąpiono ilorazami różnicowymi wstecz.

Wartości pochodnych typu $(d/d\xi)_{i,v}$ dla węzłów leżących na liniach prądu $v=2, 3, 4$ i 5 zastępowano ilorazami różnicowymi centralnymi; dla skrajnych linii prądu obliczano za pomocą ilorazów różnicowych w przód ($v=1$) lub wstecz ($v=6$).

W przypadku konieczności powtórzenia procesu iteracyjnego, wracano do płaszczyzny $(i+1)$, obliczano w niej parametry przepływu trójwymiarowego w kolejnym przybliżeniu i ponawiano obliczenia w płaszczyźnie i .

W ostatniej płaszczyźnie kontrolnej, z oczywistych powodów, wszystkie pochodne względem ζ , zastępowano ilorazami różnicowymi wstecz.

Czas wykonania jednej iteracji wynosił 220 sekund. Liczba iteracji dla wyznaczenia struktury przepływu w jednej płaszczyźnie z podaną dokładnością (równania (D1) i (D2)) wahała się w granicach od jednej do dwóch. Czas potrzebny do wykonania obliczeń dla całej sprężarki (20 płaszczyzn kontrolnych) na EMC Odra 1013 według podanego schematu blokowego (rys. 10) wynosił około 2 godzin 20 minut.

Szybka zbieżność zaproponowanego w opracowaniu [9] procesu iteracyjnego wynika z zastąpienia pochodnych względem ζ ilorazami różnicowymi centralnymi. Z własnych doświadczeń autora wynika, że w przypadku zastępowania wspomnianych pochodnych ilorazami różnicowymi wstecz, dla spełnienia warunków (D1) i (D2) trzeba było wykonywać średnio 4 przybliżenia. Zdarzały się również przypadki niespełnienia tych warunków pomimo wykonania około 40 przybliżeń. Używając bowiem ilorazu różnicowego wstecz do obliczenia kąta nachylenia merydionalnej linii prądu w przestrzeni międzywieńcowej, sztucznie zawyża się jego wartość.

Praca wpłynęła do Redakcji w marcu 1975 r.

Literatura

- [1] Comdr. Carl O. Holmquist, W. Duncan Rannie, *An Approximate Method of Calculating Three-Dimensional Compressible Flow in Axial Turbomachines*. Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 6, June 1956, p. 543 - 556.
- [2] I. A. Sirotkin, *O protranstwiennom potokie w osiowych turbomaszinach. Energiomaszinostronjenije* No. 10, 1959, s. 14 - 19.

- [3] E. Tuliszka, R. Pieprzyk, *Wpływ kąta ustawienia łopatek kierowniczych na charakterystykę sprężarki osiowej SO 9*. Biuletyn Instytutu Maszyn Przepływowych PAN, nr 480, Gdańsk 1965.
- [4] E. Tuliszka, *Sprężarki, dmuchawy i wentylatory*. WNT, Warszawa 1969.
- [5] J. H. Horlock, *Axial Flow Compressors. Fluid Mechanics and Thermodynamics*. Butterworths Scientific Publications, London 1958.
- [6] M. I. Żukowski, *Aerodynamiczeskij rasczot potoka w osiowych turbomaszinach*. Maszynostrojenije, Leningrad 1967.
- [7] I. A. Sirotkin, *K postanowkie priamoj zadaczi wihriewogo tieczeniija szimajemoj židkosti w turbomaszinach*. Inżeniernyj żurnał. AN SSSR. Otdielenije techn. nauk, t. III, No. 2, 1963, s. 271 - 279.
- [8] L. H. Smith, S. C. Traugott, G. F. Wislicenus, *A Practical Solution of a Three-Dimensional Flow Problem of Axial-Flow Turbomachinery*. Transactions of the ASME. Vol. 75, July 1953, p. 789 - 803.
- [9] R. Pieprzyk, *Praca wielostopniowych sprężarek osiowych z niewichrowanymi łopatkami*. Poznań 1970. Praca doktorska, nieopublikowana.
- [10] E. Kamke, *Differentialgleichungen: Lösungsmethoden und Lösungen. Band 1. Gewöhnliche Differentialgleichungen*. 4 Verbesserte Auflage Akademische Verlagsgesellschaft Gest & Portig K.-G., Leipzig 1951.
- [11] J. Dudzisz, *Wielostopniowa sprężarka osiowa o uproszczonej technologii wykonania*. Prace IMP, z. 18, 1963, s. 103 - 118.
- [12] I. A. Sirotkin, *Rasczot osiesimmietricznogo wihriewogo potoka niewiazkoj szimajemoj židkosti w osiowych turbomaszinach*. Izwiestija Akademii Nauk SSSR, OTN. Miechanika i maszynostrojenije No. 2, 1961, s. 78 - 88.

Работа многоступенчатого осевого компрессора с незакрученными лопатками с точки зрения теории трехмерного осесимметричного течения

Резюме

В настоящей работе излагается модифицированный автором метод Холмквиста и Рэнни [1, 2] расчета трехмерного течения совершенной, невязкой, непроводящей тепло, сжимаемой жидкости в осевых турбомашинах.

Результаты теоретического расчета, установившегося осесимметричного трехмерного течения в межвенцовых зазорах многоступенчатого осевого компрессора без учета протечек в радиальном зазоре и влияния пограничного слоя, полученные для 21 точки работы на номинальном режиме, при различных числах оборотов ротора и различных углах установки лопаток промежуточного направляющего аппарата γ_s (рис. 2), сравнено с результатами экспериментальных исследований [3]. В качестве критерия принят коэффициент уменьшения работы Ω (уравнение (27)), который является отношением мощности действительно переданной жидкости к мощности, которую получала бы жидкость при кинематике, принятой в основу теоретических расчетов. Уравнение (27) для условий номинального режима, учитывая небольшие степени сжатия в отдельных степенях рассматриваемого компрессора, принимает вид (32).

Сделанные эпюры (рис. 6, 7, 8 и 9), изображающие изменение коэффициента Ω в многоступенчатом осевом компрессоре с незакрученными лопатками, в зависимости от углов γ_s и числа оборотов n , в функции номера ступени Z , дают значительный материал для проектирования современных осевых компрессоров, регулированных путем изменения числа оборотов или поворотом направляющих лопаток. В приложении представлены особенности численного метода расчета, а также упрощенная блок-схема расчета на ЭВМ.

The Operation of a Multistage Axial Compressor with Tip-Twisted Blades in the Light of the Axi-Symmetric Theory of Three-Dimensional Flow

Summary

The paper presents the Holmquist-Rannie's method [1, 2], modified by the author, for calculation of a three-dimensional flow of thermodynamically perfect, nonviscous, not conducting heat, and compressible fluid in axial turbomachinery.

The results of theoretical calculations of a steady-state, axi-symmetric, three-dimensional flow between successive blade rows of a multistage axial compressor (disregarding leakage flows due to the tip clearance and the influence of boundary layers), obtained for 21 points of rated working conditions, for various rotor speeds n and blade-angle settings of stator blades γ_s (Fig. 2), have been compared with the experimental investigations carried out [3]. The power utilization factor Ω (equation (27)) which is the ratio of power actually transferred to the fluid to the power that would be transferred for the kinematics on which theoretical calculations had been based, has been assumed as a comparative criterion. Equation (27) can be reduced to equation (32) for rated working conditions if the small compression ratio in single stages of the analyzed compressor is taken into consideration.

The graphs plotted (Figs. 6, 7, 8 and 9), illustrating the dependence of factor Ω for multistage axial compressors with non-twisted blades for different angles γ_s and rotor speeds n on the number Z of particular stage in the compressor, offer a wide material for designing up-to-date axial compressors controlled by the rotor speeds and by the blade-angle setting of stator blades.

In the Appendix particulars concerning the numerical calculations and a simplified flowchart of the computer program are given.