

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

74

WARSZAWA—POZNAŃ 1977

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS
KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN,
80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, ul. Gen. Józefa Fiszerza 14, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe

Warszawa 1977

Printed in Poland

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 350 + 90 egz.	Oddano do składania 1 II 1977 r.
Ark. wyd. 13,5. Ark. druk. 10,25.	Podpisano do druku 2 VIII 1977 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g.	Druk ukończono w sierpniu 1977 r.
Nr zam. 72/239, 70 × 100 cm. U-1/466.	Cena zł 42,—

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

CZESŁAW BURACZEWSKI

Gdańsk

Przyczynek do teorii promieniowania Współczynniki konfiguracji obrotowych komór spalania

Średnie współczynniki konfiguracji służą do określenia ilości energii cieplnej wypromieniowanej z określonej powierzchni i skierowanej na inną powierzchnię promieniującą układu zamkniętego lub otwartego. W pracy podjęto próbę określania tych współczynników dla układów przestrzennych powstałych z obrotu dookoła osi określonej krzywej lub zespołu prostych.

Wykaz oznaczeń

- $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$ — pola powierzchni promieniujących [m²],
 $\dot{E}, \dot{E}_\alpha, \dot{E}_\beta, \dot{E}_i, \dot{E}_j$ — emisja własna całkowitego (we wszystkich kierunkach) i panchromatycznego (wszystkich długości fal, teoretycznie od $\lambda=0$ do $\lambda=\infty$) promieniowania powierzchni $A_\alpha, A_\beta, A_\gamma$ [W],
 $\dot{E}_{\alpha-i}, (\dot{E}_{\alpha-\beta})$ — emisja własna całkowitego i panchromatycznego promieniowania powierzchni, skierowana ku powierzchni przeciwległej, a więc odpowiednio od A_α do A_i i od A_α do A_β [W],
 $\dot{e}, \dot{e}_\alpha, \dot{e}_\beta, \dot{e}_i, \dot{e}_j$ — jednostkowa emisja własna całkowitego i panchromatycznego promieniowania powierzchni $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$ [W/m²],
 $\dot{e}_\alpha, \dot{e}_{\alpha_\alpha}, \dot{e}_{\alpha_\beta}, \dot{e}_{\alpha_i}, \dot{e}_{\alpha_j}$ — jednostkowa emisja własna kierunkowego promieniowania powierzchni $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$ [W/m²],
 $\dot{e}_n, \dot{e}_{n_\alpha}, \dot{e}_{n_\beta}, \dot{e}_{n_i}, \dot{e}_{n_j}$ — jednostkowa emisja własna promieniowania w kierunku normalnym, tzw. światłość powierzchni $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$ [W/m²],
 $\dot{H}, \dot{H}_\alpha, \dot{H}_\beta, \dot{H}_i, \dot{H}_j$ — efektywna emisja całkowitego i panchromatycznego promieniowania powierzchni $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$ [W],
 $\dot{H}_{\alpha-i}, (\dot{H}_{\alpha-\beta})$ — efektywna emisja promieniowania, która dosięga powierzchni $A_i(A_\beta)$, pochodząca od efektywnej emisji promieniowania powierzchni $A_\alpha(A_\alpha)$ [W],
 $\dot{Q}_{\alpha-\beta}$ — ciepło doprowadzone do powierzchni A_α układu A_α, A_β i A_i [W],
 $\dot{Q}_{(\alpha-\beta)}$ — ciepło wymiany (wymienione pomiędzy powierzchniami promieniującymi A_α, A_i z powierzchnią A_β) [W],
 $\varphi, \varphi_{\alpha-\alpha(\beta, i, j, \gamma)}$ — średni stosunek (stopień) konfiguracji* (opromieniowania) powierzchni $A_{\alpha(\beta, i, j, \gamma)}$ na powierzchnię $A_{\alpha(\beta, i, j, \gamma)}$,
 $\bar{a}, \bar{a}_\alpha, \bar{a}_\beta, \bar{a}_i, \bar{a}_j$ — panchromatyczna zdolność powierzchni promieniujących $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$,
 $R, R_\alpha, R_\beta, R_i, R_j$ — panchromatyczna zdolność refleksji powierzchni promieniujących $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$,
 $\varepsilon, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_i, \varepsilon_j$ — panchromatyczna zdolność emisji, tzw. stopień czarności powierzchni promieniujących,

* Uwaga: Średni stosunek konfiguracji (opromieniowania), np. $\varphi_{\alpha-\beta}$ jest stosunkiem emisji własnej (lub efektywnej) całkowitego i panchromatycznego promieniowania wychodzącego z powierzchni A_α skierowanego na powierzchnię A_β do emisji własnej \dot{E}_α (lub efektywnej \dot{H}_α całkowitego i panchromatycznego promieniowania powierzchni A_α).

$\hat{\epsilon}_{\alpha\beta}$ – zastępczy stopień czarności układu powierzchni promieniujących (uogólniony zastępczy stopień czarności komory wypełnionej gazem rzeczywistym określonej selektywnej emisji),
 $n, n_\alpha, n_\beta, n_i, n_j$ – oznaczenie normalnej, wystawionej do odpowiedniego elementu powierzchni $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$,
 $\alpha, \alpha_\alpha, \alpha_\beta, \alpha_i, \alpha_j$ – oznaczenie kąta zawartego pomiędzy normalną wystawioną do elementu powierzchni a promieniem skierowanym na inną powierzchnię [rad],
 $T, T_\alpha, T_\beta, T_i, T_j$ – temperatura bezwzględna powierzchni promieniujących $A, A_\alpha, A_\beta, A_i, A_j$ [K],
 $C_e = 5,6667 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ – stała promieniowania ciała doskonale czarnego,
 s – odległość rozpatrywanych elementów powierzchni dA_α i dA_i .

Oznaczenia wielkości geometrycznych i sił

A, B, C – długość boków trójkąta [m],
 α, β, γ – kąty między bokami trójkąta [rad],
 D, d – średnice odpowiednich podstaw stożka ściętego [m],
 R, r – promienie odpowiednich podstaw stożka ściętego [m],
 h – wysokość stożka ściętego [m],
 $L(L_i, L_j, L_\beta)$ – tworząca stożka, tworzące stożka odpowiedniej komory [m],
 $X(X_i, X_j, X_\beta)$ – przekątna przekroju osiowego stożka ściętego komory [m],
 $D_0(D_{0i}, D_{0j}, D_{0\beta})$ – średnica otworu wynikająca z różnicy tworzącej i przekątnej przekroju osiowego stożka ściętego odpowiedniej komory [m],
 $D(D_\alpha, D_\beta, D_i, D_j)$ – średnice odpowiednich podstaw stożka ściętego komory [m],
 $A(A_\alpha, A_\beta, A_\gamma, A_i, A_j)$ – pole powierzchni, wynikające z odpowiedniego wzoru geometrycznego [m²],
 $A_0(A_{0i}, A_{0j}, A_{0\gamma})$ – pole powierzchni odpowiedniego otworu, wynikające ze średnic $D_{0i}, D_{0j}, D_{0\gamma}$ [m²],
 $A_{\alpha-\alpha(\beta, \gamma, i, j)}, A_{\beta-\beta(\alpha, \gamma, i, j)}, [A_{\gamma-\gamma(\alpha, \beta, i, j)}], \{A_{j-j(\alpha, \beta, \gamma, i)}\}, [(A_{i-i(\alpha, \beta, \gamma, j)}]$ – oznaczenie powierzchni częściowego opromieniowania, wynikające z prawa wzajemnej konfiguracji powierzchni opromieniowywania [m²],
 Z – wyznacznik charakterystyczny, mianownik rozwiązania każdej powierzchni $A_\alpha A_\beta A_i$ (por. lit. [8, 14]),
 ρ – uogólniony, zastępczy współczynnik konfiguracji (por. lit. [14]).

1. Wstęp

Pod uwagę wzięto komory przestrzenne złożone z powierzchni obrotowych. Są one złożone ze stożków, stożków ściętych, walców lub powstałe z obrotów określonej krzywej lub prostych. Układy te mogą być uważane za otwarte (przez wolne powierzchnie może uchodzić część energii) lub zamknięte. Określone powierzchnie tych komór są ogrzane do wysokiej temperatury $T_\alpha, T_\beta, T_\gamma \dots$

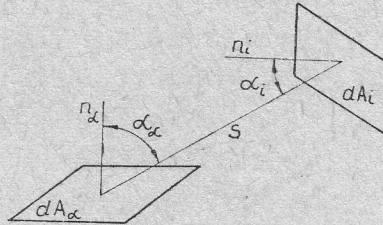
Z teorii promieniowania znany jest wzór (rys. 1)

$$\varphi_{\alpha-i} = \frac{E_{\alpha-i}}{E_\alpha} = \frac{1}{A_\alpha} \iint_{A_\alpha A_i} \frac{\cos \alpha_\alpha \cos \alpha_i}{\pi s^2} dA_\alpha dA_i, \quad (1)$$

gdzie $\alpha_\alpha(\alpha_i)$ jest kątem, jaki tworzy kierunek emisji $\vec{E}_{\alpha-i}(\vec{E}_{i-\alpha})$ z normalną $n_\alpha(n_i)$ do powierzchni $A_\alpha(A_i)$, a s – odległością rozpatrywanych elementarnych powierzchni dA_α i dA_i , przy założeniu, że powierzchnie promieniujące pochłaniają całkowicie padające na nie wszystkie promienie czyli, że ciała promieniujące są doskonale czarne.

Gdy ciała są doskonale szare lub szare, a więc rzeczywiste i podlegają prawu Lamberta, średni stosunek konfiguracji ma postać:

$$\varphi_{\alpha-i} = \frac{\dot{H}_{\alpha-i}}{\dot{H}_{\alpha}} = \frac{1}{A_{\alpha}} \iint_{A_{\alpha} A_i} \frac{\cos \alpha_{\alpha} \cos \alpha_i}{\pi s^2} dA_{\alpha} dA_i. \quad (2)$$



Rys. 1

Należy przy tym podkreślić, że średnie stosunki konfiguracji i promieniowania wyraża jedna i ta sama liczba tylko wówczas, gdy prawo Lamberta może być stosowane do powierzchni promieniujących A_{α} i A_i .

2. Założenia

Przyjmujemy następujące założenia upraszczające:

– Powierzchnie komory znajdują się w ośrodku diatermicznym, doskonale przezroczystym dla promieniowania cieplnego.

– Trójpowierzchniowy układ zamknięty lub otwarty w formie stożka ściętego znajduje się w stanie równowagi cieplnej, to znaczy temperatury T_{α} , T_{β} i T_i powierzchni A_{α} , A_{β} i A_i mają wartości niezienne na całej powierzchni – są zatem powierzchniami izotermicznymi. Stan ten można otrzymać przez ciągle doprowadzanie ciepła $\dot{Q}_{\alpha-\beta}$ i $\dot{Q}_{i-\beta}$ do dwóch powierzchni A_{α} i A_i i odprowadzanie ciepła od trzeciej powierzchni $\dot{Q}_{\beta-\alpha}$.

– Temperatury powierzchni A_{α} i A_i są wyższe od temperatury trzeciej powierzchni $A_{\beta} \rightarrow T_{\alpha} > T_i > T_{\beta}$.

– Powierzchnie A_{α} , A_{β} i A_i są jednorodne i doskonale szare, określone wielkościami \bar{A}_{α} , ε_{α} , R_{α} , $\varphi_{\alpha-i}$, $\varphi_{\alpha-\beta}$, (a_{β} , ε_{β} , R_{β} , $\varphi_{\beta-i}$, $\varphi_{\beta-\alpha}$), [$a_i \varepsilon_i$, R_i , φ_{i-i} , $\varphi_{i-\alpha}$, $\varphi_{i-\beta}$]. Wartości tych wielkości są stałe na całej powierzchni i nie są zależne od temperatury, ani też od długości fal emitowanych.

– Prawo Lamberta jest słuszne dla omawianych powierzchni, to znaczy, że jednostkowa emisja kierunkowa $\dot{e}_{\alpha_{\alpha}}$, ($\dot{e}_{\alpha_{\beta}}$), [$\varepsilon_{\alpha i}$] jest równa światłości $\dot{e}_{n_{\alpha}}$, ($\dot{e}_{n_{\beta}}$), [\dot{e}_{n_i}] powierzchni A_{α} , (A_{β}), [A_i], czyli $\dot{e}_{\alpha_{\alpha}} = \dot{e}_{n_{\alpha}}$, ($\dot{e}_{\alpha_{\beta}} = \dot{e}_{n_{\beta}}$), [$\dot{e}_{\alpha_i} = \dot{e}_{n_i}$].

– Słuszne też jest prawo Kirchhoffa dla trzech powierzchni, co oznacza, że dla każdej z nich stopień czarności (emisyjności) w każdym kierunku jest równy zdolności absorpcji: $\varepsilon_{\alpha} = a_{\alpha}$, ($\varepsilon_{\beta} = a_{\beta}$), [$\varepsilon_i = a_i$].

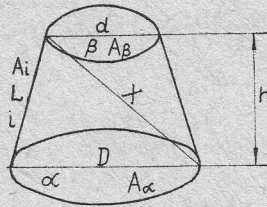
3. Przestrzenny układ trójpowierzchniowy komory w formie stożka ściętego

Weźmy pod uwagę komorę spalania ukształtowaną w formie stożka ściętego o określonych wymiarach (rys. 2). Równania dla trzech powierzchni promieniujących A_α , A_β i A_i oparte na prawie zamkniętości i na zasadzie wzajemnej konfiguracji mają postać

$$\varphi_{\alpha-\beta} + \varphi_{\alpha-i} = 1, \quad \varphi_{\beta-\alpha} + \varphi_{\beta-i} = 1, \quad \varphi_{i-\alpha} + \varphi_{i-\beta} + \varphi_{i-i} = 1 \quad (3), (4), (5)$$

oraz

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha}, \quad A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha}, \quad A_\beta \varphi_{\beta-i} = A_i \varphi_{i-\beta}. \quad (6), (7), (8)$$



Rys. 2

Po pomnożeniu równań (3), (4), (5) odpowiednio przez A_α , A_β i A_i otrzymamy

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} + A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_\alpha, \quad A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} + A_\beta \varphi_{\beta-i} = A_\beta, \quad (9), (10)$$

$$A_i \varphi_{i-\alpha} + A_i \varphi_{i-\beta} + A_i \varphi_{i-i} = A_i. \quad (11)$$

Jeżeli do równań (9), (10) i (11) wprowadzimy zależności (6), (7), (8) otrzymamy odpowiednio

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} + A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_\alpha, \quad A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} + A_\beta \varphi_{\beta-i} = A_\beta, \quad (12), (13)$$

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-i} + A_\beta \varphi_{\beta-i} + A_i \varphi_{i-i} = A_i. \quad (14)$$

Wprowadzając z kolei do równań (12), (13) i (14) oznaczenia

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_{\alpha-\beta}, \quad A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_{\alpha-i}, \quad (15), (16)$$

$$A_\beta \varphi_{\beta-i} = A_{\beta-i}, \quad A_i \varphi_{i-i} = A_{i-i} \quad (17), (18)$$

otrzymamy ostatecznie trzy równania

$$A_{\alpha-\beta} + A_{\alpha-i} = A_\alpha, \quad A_{\alpha-\beta} + A_{\beta-i} = A_\beta, \quad (19), (20)$$

$$A_{\alpha-i} + A_{\beta-i} + A_{i-i} = A_i, \quad (21)$$

w których mamy cztery niewiadome $A_{\alpha-\beta}$, $A_{\alpha-i}$, $A_{\beta-i}$ i A_{i-i} . Pozornie układ nie może dać jednoznacznej odpowiedzi, bowiem nie ustalono prawa, na podstawie którego można by było napisać brakujące równanie określające układ przestrzenny. W układach uważanych za płaskie, prawo takie istnieje i nazwane zostało prawem rozdziału energii promienistej.

Aby rozwiązać układ równań (19), (20) i (21) musimy skorzystać z równania (1) lub (2) i rozwiązać całkę dla dwu powierzchni, a zatem znaleźć $\varphi_{\alpha-\beta}$. Całka ta zostanie po-

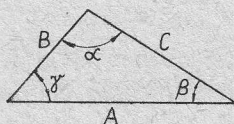
dana w prostej formie (w literaturze spotyka się dość skomplikowany wzór) w dalszym toku rozważań, po niezbędnym wprowadzeniu pomocniczego twierdzenia matematycznego.

4. Twierdzenie pomocnicze

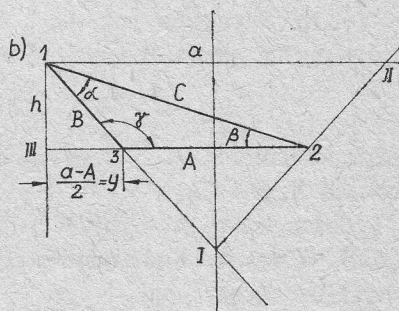
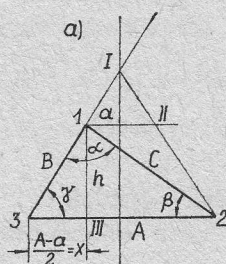
Weźmy pod uwagę dowolny trójkąt o bokach A , B , C i kątach ostrych α , β i γ (rys. 3). Wiadomo, że

$$C^2 = B^2 + A^2 \mp 2AB \cos \gamma, \quad (22)$$

przy czym minus dotyczy kąta ostrego, znak plus kąta rozwartego. Przedstawimy konstrukcję trapeza równobocznego zbudowanego na boku A (rys. 4). W tym celu prowadzimy symetralną do boku A i przedłużamy bok B do przecięcia się z tą symetralną. Łą-



Rys. 3



Rys. 4

czyśmy otrzymany punkt I z wierzchołkiem kąta β (punkt 2). Następnie prowadzimy przez wierzchołek kąta α (punkt 1) równoległą do podstawy trójkąta (boku A). Otrzymałmy punkt przecięcia II . Figura wyznaczona przez punkty I - 2 - 3 jest trójkątem równoramiennym, który zawiera w sobie równoramienny trapez I - II - 2 - 3 o podstawach A i a . Wystarczy teraz z wierzchołka kąta α (punkt 1) poprowadzić wysokość trapezu h (odcinek I - III). Przecięcie wysokości trapezu z podstawą (punkt III) i wierzchołek kąta γ (punkt 3) wyznacza na rysunku 4a odcinek, który równa się

$$x = \frac{A-a}{2}, \quad (23)$$

lub jak na rysunku 4b

$$y = \frac{a-A}{2}. \quad (24)$$

Cosinus kąta γ dla obydwu przypadków (rys. 4a i 4b) wynosi

$$\cos \gamma = \frac{x}{B} = \frac{A-a}{2B}, \quad \cos \gamma = \frac{y}{B} = \frac{a-A}{2B}. \quad (25), (26)$$

Po podstawieniu wyrażeń na $\cos \gamma$ z równań (25) i (26) do równania (22) otrzymamy

$$C^2 = B^2 + A^2 - 2AB \frac{A-a}{2B} = B^2 + Aa \quad (27)$$

oraz

$$C^2 = B^2 + A^2 + 2AB \frac{a-A}{2B} = B^2 + Aa, \quad (28)$$

a zatem dla obydwu przypadków

$$C^2 = B^2 + Aa. \quad (29)$$

Wzory (27) i (28) są identyczne co świadczy o tym, że niezależnie od wartości kąta γ mamy zawsze znak plus przy iloczynie dwóch podstaw trapezu równoramiennego ($A \cdot a$). Wynik ten otrzymano przy założeniu, że $A > 0$ i $a \geq 0$. Należałoby jednak uwzględnić inne przypadki. Wówczas okaże się, że zależność (29) powinna być napisana z dwoma znakami. Uzasadnienie takiego postępowania przedstawiono w dalszej kolejności.

Mamy zatem dla wszystkich boków trójkąta tak zwane twierdzenie pomocnicze, które można nazwać uogólnionym twierdzeniem Pitagorasa lub Carnote'a:

$$C^2 = B^2 \pm Aa, \quad B^2 = A^2 \pm Cc, \quad A^2 = C^2 \pm Bb, \quad (30), (31), (32)$$

gdzie wielkości a , b i c przedstawiają odpowiednie podstawy trapezów zbudowanych na bokach A , B i C .

Można też wyprowadzić twierdzenie dodatkowe, które wynika z równań (30), (31) i (32). W wyniku dodawania otrzymujemy równanie charakterystyczne, ważne dla dowolnego trójkąta

$$\pm Aa \pm Bb \pm Cc = 0, \quad (33)$$

które można napisać następująco:

$$-Aa + Bb + Cc = 0, \quad Bb + Cc = Aa \quad (34)$$

lub

$$Aa - Bb + Cc = 0, \quad Aa + Cc = Bb \quad (35)$$

względnie

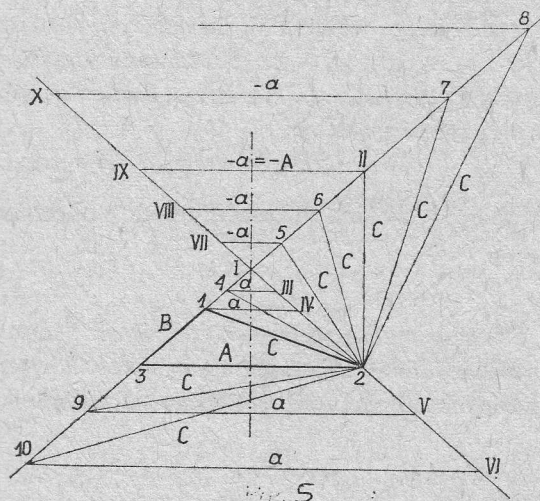
$$Aa + Bb - Cc = 0, \quad Aa + Bb = Cc, \quad (36)$$

a to z tego względu, że przynajmniej jedna z wielkości a , b , c danego trójkąta przyjmuje znak minus.

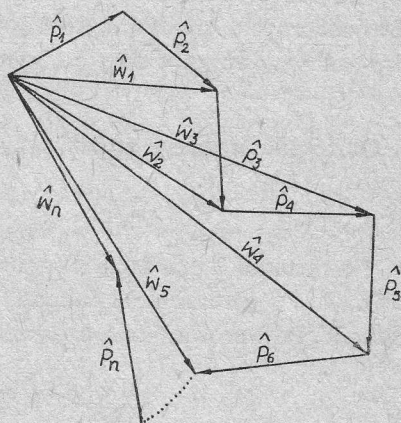
Twierdzenie dodatkowe wyrażamy następująco: *suma iloczynów podstaw trapezów zbudowanych na dwóch bokach dowolnego trójkąta równa się iloczynowi podstaw trapezu, zbudowanego na trzecim boku trójkąta.*

Z kolei uzasadnimy wprowadzenie znaku \pm w równaniach (30), (31) i (32). Uzasadnienie podamy w oparciu o rysunek 5, na którym przedstawiono dowolny trójkąt o bokach A , B i C . Jeżeli dowolny bok tego trójkąta, np. bok B przedłużymy i punkt I (przecięcie boku B z bokiem C) będzie się poruszać po przedłużeniu boku B w dowolnym kierunku, to przyjmie on kolejno położenie I , 4 , I , 5 , 6 , II , 7 . Wówczas rozważany trójkąt będzie kolejno trójkątem dowolnym ($I-2-3$), równoramiennym ($2-3-I$), prostokątnym ($2-3-II$) i w końcu rozwartokątnym ($2-3-7$). Wędrujący punkt I wyznacza podstawę a trapezu równoramiennego. Drugą podstawę tego trapezu otrzymuje się każdorazowo przez wędrujący punkt I po prostej $VI-X$. Przyjmuje on położenie III , IV , 2 , V , VI , VII ...

Nietrudno zauważyć, że wielkość a poniżej punktu I powinna mieć wartość dodatnią, a powyżej punktu I wartość ujemną. W punkcie I wielkość $a=0$. Te okoliczności zadecydowały, że twierdzenie pomocnicze (29) przyjmuje znak plus i minus.



Rys. 5



Rys. 6

Słuszność wzorów (30)÷(32) sprawdzimy podstawiając odpowiednio $a=0$. Otrzymamy wówczas

$$C=B \text{ lub } A=c, \text{ gdy } b=0 \text{ oraz } B=A, \text{ gdy } c=0. \quad (37)$$

Zależność (37) dowodzi, że mamy do czynienia z trójkątem równoramiennym 2-3-I o podstawie A . Jeżeli w dalszym ciągu przyjmiemy

$$a = -A, \quad (38)$$

to po podstawieniu do wzoru (29) otrzymamy twierdzenie Pitagorasa (trójkąt 2-3-II)

$$C^2 = B^2 - A^2 \rightarrow B^2 = A^2 + C^2. \quad (39)$$

Przy okazji przedstawimy wzór na wypadkową (wielkość skalarną) $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$ sumy geometrycznej wektorów $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ (rys. 6).

Ze wzoru (30) wynika, że

$$W_1^2 = P_1^2 \pm P_2 p_2, \quad (40)$$

$$W_1^2 = W_1^2 \pm P_3 p_3 = P_1^2 \pm P_1 p_1 \pm P_2 p_2, \quad (41)$$

$$W_3^2 = W_2^2 \pm P_4 p_4 = P_1^2 \pm P_1 p_1 \pm P_2 p_2 \pm P_3 p_3 \pm P_4 p_4, \quad (42)$$

$$W_{n-1}^2 = W_{n-2}^2 \pm P_n p_n = P_1^2 \pm P_1 p_1 \pm P_2 p_2 \pm P_3 p_3 + \dots \pm P_n p_n, \quad (43)$$

$$W_n^2 = W_{n-1}^2 \pm P_{n+1} p_{n+1} = P_1^2 \pm P_1 p_1 \pm P_2 p_2 \pm \dots \pm P_n p_n \pm P_{n+1} p_{n+1} \quad (44)$$

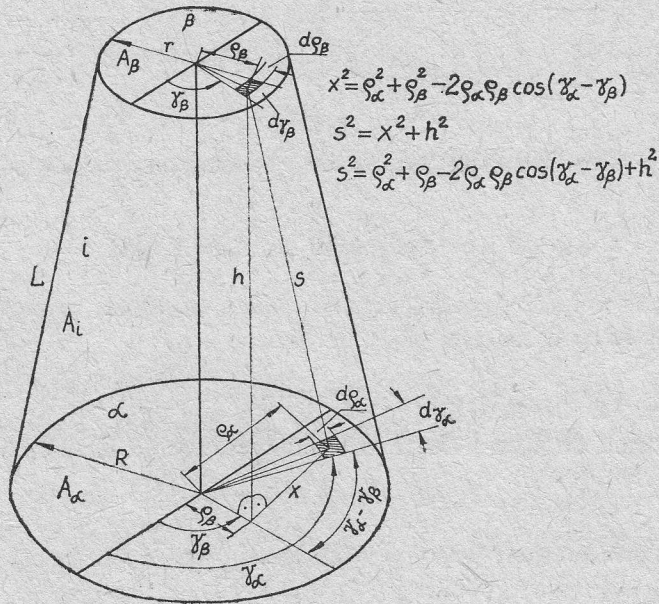
lub

$$W_n^2 = P_1^2 \pm \sum_{i=2}^{i=n+1} P_i p_i, \quad \text{albo} \quad W_n = P_1^2 \pm \sum_{i=2}^{i=n+1} P_i p_i. \quad (45), (46)$$

Wzór (45) jest modyfikacją wzoru (30) twierdzenia pomocniczego i może być stosowany przy określaniu wartości skalarnej wypadkowego wektora sił działających w płaszczyźnie lub w przestrzeni. Wielkości $p_2, p_3, p_4, \dots, p_n, p_{n+1}$ są podstawami trapezów równobocznych, zbudowanych na wektorach $P_2, P_3, P_4, \dots, P_n, P_{n+1}$. Znak iloczynu $P_1 p_1$ zależy od znaku przy p_1 , zgodnie z wyjaśnieniem na rys. 5.

5. Określenie średniego stosunku konfiguracji $\varphi_{\alpha-\beta}$ komory złożonej z trzech powierzchni A_α, A_β i A_i

Na rysunku 7 przedstawiono komorę w formie stożka ściętego o średnicach podstaw D i d (R i r – promienie) i poboczniczy oznaczonej literą L . Komora ma wysokość h i przekątną X . Po wprowadzeniu oznaczeń potrzebnych do obliczenia średniego współczynnika



Rys. 7

konfiguracji $\varphi_{\alpha-\beta}$ określimy wielkości występujące we wzorze (1). Na podstawie rys. 7 możemy napisać

$$dA_\alpha = \rho_\alpha d\rho_\alpha d\gamma_\alpha, \quad dA_\beta = \rho_\beta d\rho_\beta d\gamma_\beta, \quad (47), (48)$$

$$\cos \alpha = \frac{h}{s}, \quad \cos \beta = \frac{h}{s} \quad (49), (50)$$

oraz

$$s = \sqrt{\rho_\alpha^2 + \rho_\beta^2 - 2\rho_\alpha\rho_\beta \cos(\gamma_\alpha - \gamma_\beta) + h^2}. \quad (51)$$

Granice całkowania wynoszą

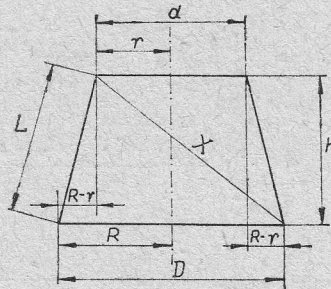
$$\text{dla } \gamma_\alpha \text{ od } 0 \text{ do } 2\pi, \quad \text{dla } \gamma_\beta \text{ od } 0 \text{ do } 2\pi \quad (52)$$

oraz

$$\text{dla } \rho_\alpha \text{ do } 0 \text{ do } R, \quad \text{dla } \rho_\beta \text{ od } 0 \text{ do } r. \quad (53)$$

Podstawiając odpowiednie wyrażenia (47)÷(53) do wzoru (1) otrzymamy

$$\begin{aligned} A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} &= A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{1}{A_\alpha} \int_{A_\alpha} \int_{A_\beta} \frac{\cos \alpha_\alpha \cos \alpha_\beta}{\pi s^2} dA_\alpha dA_\beta = \\ &= \frac{1}{A_\alpha} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_0^r \frac{h^2 \rho_\alpha \rho_\beta d\rho_\alpha d\rho_\beta d\gamma_\alpha d\gamma_\beta}{\pi [\rho_\alpha^2 + \rho_\beta^2 - 2\rho_\alpha \rho_\beta \cos(\gamma_\alpha - \gamma_\beta) + h^2]^2} \cdot \end{aligned} \quad (54)$$



Rys. 8

Rozwiązanie całki podwójnej rozciągniętej na dwie powierzchnie A_α oraz A_β (opromieniana podstawa A_β przez promieniującą podstawę A_α komory – rys. 7) prowadzi do dość długiego wzoru [1]

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} [R^2 + r^2 + h^2 - \sqrt{(R^2 + r^2 + h^2)^2 - 4R^2 r^2}]. \quad (55)$$

Na rysunku 8 przedstawiono przekrój osiowy rozpatrywanej komory i naniesiono oznaczenia zawarte we wzorze (55). Z rys. 8 wynika, że

$$L^2 = (R-r)^2 + h^2 \quad (56)$$

lub

$$L^2 = R^2 - 2Rr + r^2 + h^2, \quad (57)$$

względnie

$$R^2 + r^2 + h^2 = L^2 + 2Rr. \quad (58)$$

Wstawiając zależność (58) do wzoru (55) otrzymamy

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} [L^2 + 2Rr - \sqrt{(L^2 + 2Rr)^2 - 4R^2r^2}] \quad (59)$$

względnie po przekształceniu

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} [L^2 + 2Rr - \sqrt{L^4 - 4RrL^2}], \quad (60)$$

lub

$$A_\beta \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} [L^2 + 2Rr - L\sqrt{L^2 - 4Rr}]. \quad (61)$$

Zastępując promienie podstaw komory przez ich średnice otrzymamy

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} \left[L^2 + \frac{Dd}{2} - L\sqrt{L^2 + Dd} \right] \quad (62)$$

względnie

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{L^2 + Dd}{2} - L\sqrt{L^2 + Dd} + \frac{L^2}{2} \right], \quad (63)$$

lub

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{(\sqrt{L^2 + Dd})^2 - 2L\sqrt{L^2 + Dd} + L^2}{2} \right] \quad (64)$$

i ostatecznie

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \pi \left(\frac{\sqrt{L^2 + Dd} - L}{2} \right)^2. \quad (65)$$

Z matematycznego twierdzenia pomocniczego (30) wynika, że pierwiastek we wzorze (65) jest przekątną X (komory, która została przedstawiona na rys. 8), a mianowicie

$$X^2 = L^2 + Dd \quad (66)$$

lub

$$X = \sqrt{L^2 + Dd}. \quad (67)$$

Wstawiając (67) do (65) otrzymamy

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi(X-L)^2}{4}, \quad (68)$$

gdzie $(X-L)$ można uważać za średnicę otworu, przez który przenika promieniowanie powierzchni $A_\alpha = \pi D^2/4$ na powierzchnię $A_\beta = \pi d^2/4$. Oznaczając przez D_0 różnicę przekątnej X i tworzącej stożka L mamy

$$D_0 = X - L. \quad (69)$$

Wprowadzając (69) do wzoru (68), średni stosunek konfiguracji przyjmie zwartą postać

$$A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\beta} = A_{\beta} \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi D_0^2}{4}. \quad (70)$$

Uwzględniając, że

$$A_{\alpha} = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (71)$$

$$A_{\beta} = \frac{\pi d^2}{4} \quad (72)$$

otrzymamy

$$\varphi_{\alpha-\beta} = \frac{A_{\beta} \varphi_{\beta-\alpha}}{A_{\alpha}} = \left(\frac{D_0}{D}\right)^2, \quad (73)$$

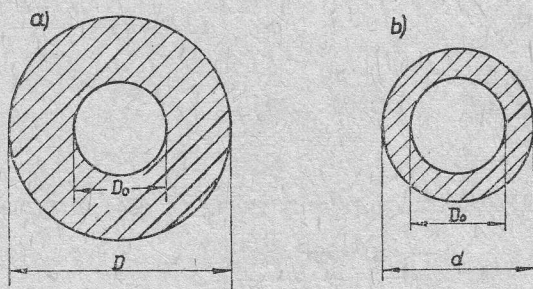
$$\varphi_{\beta-\alpha} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\beta}}{A_{\beta}} = \left(\frac{D_0}{d}\right)^2, \quad (74)$$

względnie

$$\varphi_{\alpha-\beta} = \left(\frac{X-L}{D}\right)^2, \quad (75)$$

$$\varphi_{\beta-\alpha} = \left(\frac{X-L}{d}\right)^2. \quad (76)$$

Z powyższych rozważań wynika, że energia cieplna, która dociera do powierzchni A_{β} jest częścią promieniowania powierzchni A_{α} , jak pokazano na rys. 9. Część powierzchni



Rys. 9

koła opromieniowuje powierzchnię A_{β} , a reszta opromieniowuje powierzchnię boczną komory. Oznacza to, że wystarczy znaleźć powierzchnię pierścienia zaznaczonego na rys. 9a

$$A_{\alpha-i} = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_0^2), \quad (77)$$

by mieć gotową wartość średniego współczynnika konfiguracji $\varphi_{\alpha-i}$. Na razie bez dowodu (zostanie on podany w dalszym toku pracy) piszemy

$$A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_{\alpha-i} = \frac{\pi}{4} (D - D_0)(D + D_0) = \frac{\pi}{4} (D - X + L)(D + X - L). \quad (78)$$

Zamieniając średnicę D na d otrzymamy średnie stosunki konfiguracji promieniowania powierzchni A_β na powierzchni A_α i A_i . Zgodnie z rys. 9b

$$A_{\beta-i} = \frac{\pi}{4} (d^2 - D_0^2). \quad (79)$$

a zatem

$$A_\beta \varphi_{\beta-i} = A_i \varphi_{i-\beta} = A_{\beta-i} = \frac{\pi}{4} (d - D_0)(d + D_0) = \frac{\pi}{4} (d - X + L)(d + X - L). \quad (80)$$

Wreszcie można wyznaczyć średni stosunek konfiguracji φ_{i-i} opromieniowaniem pobocznicą komory przez siebie samą. W oparciu o równanie (14) mamy

$$\begin{aligned} A_i \varphi_{i-i} &= A_i - A_\alpha \varphi_{\alpha-i} - A_\beta \varphi_{\beta-i} = \pi L \frac{D+d}{2} - \frac{\pi}{4} (D^2 - D_0^2) + \\ &- \frac{\pi}{4} (d^2 - D_0^2) = \pi L \frac{D+d}{2} \left[1 - \frac{D^2 + d^2 - 2D_0^2}{2L(D+d)} \right] = \\ &= \frac{\pi}{4} [D(2L-D) + d(2L-d) + D_0^2] \quad (81) \end{aligned}$$

względnie

$$A_i \varphi_{i-i} = \pi L \frac{D+d}{2} \left[1 - \frac{D^2 + d^2 - 2(X-L)^2}{2L(D+d)} \right] = \quad (82)$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[L(D+d) - \frac{D^2 + d^2 - 2(X-L)^2}{2} \right], \quad (83)$$

gdzie

$$A_i = \pi L \frac{D+d}{2}. \quad (84)$$

Jeżeli we wzorach (81) ÷ (83) uwzględnimy zależność (84) otrzymamy

$$\varphi_{i-i} = 1 - \frac{D^2 + d^2 - 2D_0^2}{2L(D+d)} \quad (85)$$

lub

$$\varphi_{i-i} = \frac{D(2L-D) + d(2L-d) + 2D_0^2}{2L(D+d)}, \quad (86)$$

względnie

$$\varphi_{i-i} = \frac{D(2L-D) + d(2L-d) + 2(X-L)^2}{2L(D+d)}. \quad (87)$$

Prawdziwość wzorów (78) ÷ (87) wykażemy, biorąc pod uwagę równania (12), (13) i (14) oraz wzór (68) względnie (70). Rozwiązując układ czterech równań, a mianowicie

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} + A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_\alpha = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (88)$$

$$A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\beta} + A_{\beta} \varphi_{\beta-i} = A_{\beta} = \frac{\pi d^2}{4}, \quad (89)$$

$$A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} + A_{\beta} \varphi_{\beta-i} + A_i \varphi_{i-i} = A_i = \pi L \frac{D+d}{2}, \quad (90)$$

$$A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\beta} = A_{\beta} \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi D_0^2}{4} = \frac{\pi (X-L)^2}{4}, \quad (91)$$

otrzymuje się

$$A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_0^2) = \frac{\pi}{4} (D-X+L)(D+X-L), \quad (92)$$

$$A_{\beta} \varphi_{\beta-i} = A_i \varphi_{i-\beta} = \frac{\pi}{4} (d^2 - D_0^2) = \frac{\pi}{4} (d-X+L)(D+X-L), \quad (93)$$

oraz

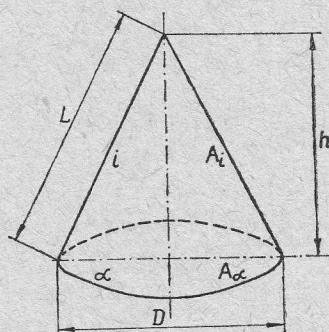
$$A_i \varphi_{i-i} = \pi L \frac{D+d}{2} \left[1 - \frac{D^2 + d - 2D_0^2}{2L(D+d)} \right] = \frac{\pi}{4} [D(2L-D) + d(2L-d)2(X-L)^2]. \quad (94)$$

Widzimy, że wzory (92), (93) i (94) są identyczne z wzorami (78), (80) i (81).

6. Podstawowe obrotowe komory spalania, w których uwzględnia się wpływ wymiany ciepła przez promieniowanie

a. Komora złożona z dwóch powierzchni A_{α} i A_i , ukształtowana w postaci stożka

Stożkowa komora może być traktowana jako układ otwarty lub zamknięty. W przypadku otwartego układu komora jest przestrzennym stożkowym układem jednopowierzchniowym A_i . Wówczas przez powierzchnię może uchodzić energia promienista z układu.



Rys. 10

Dla komory stożkowej (rys. 10) możemy napisać, zgodnie z prawem zamkniętości i zasadą wzajemnej konfiguracji, następujące równania

$$\varphi_{\alpha-i} = 1, \quad (95)$$

$$\varphi_{i-\alpha} + \varphi_{i-i} = 1 \quad (96)$$

oraz
$$A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha}. \quad (97)$$

Jeżeli równania (95) i (96) pomnożymy odpowiednio przez A_α i A_i , to otrzymamy

$$A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_\alpha, \quad (98)$$

$$A_i \varphi_{i-\alpha} + A_i \varphi_{i-i} = A_i, \quad (99)$$

a po uwzględnieniu (97)

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_\alpha, \quad (100)$$

$$A_{i-\alpha} = A_{i-i} = A_i \quad (101)$$

lub

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_\alpha. \quad (102)$$

Z powyższych zależności wynika, że

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - A_\alpha \quad (103)$$

oraz, że

$$\varphi_{\alpha-i} = \frac{A_\alpha}{A_\alpha} = 1, \quad (104)$$

$$\varphi_{i-\alpha} = \frac{A_\alpha}{A_i}, \quad (105)$$

$$\varphi_{i-i} = 1 - \frac{A_\alpha}{A_i}. \quad (106)$$

Jeżeli uwzględnimy we wzorach (105) i (106) odpowiednie powierzchnie komory

$$A_\alpha = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (107)$$

$$A_i = \pi L \frac{D}{2}, \quad (108)$$

wówczas otrzymamy

$$\varphi_{\alpha-i} = 1, \quad (109)$$

$$\varphi_{i-\alpha} = \frac{D}{2L}, \quad (110)$$

$$\varphi_{i-i} = 1 - \frac{D}{2L}. \quad (111)$$

Wzory na powierzchnie częściowego promieniowania, po uwzględnieniu (107) i (108), przybiorą postać

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_\alpha = \frac{\pi D^2}{4} \quad (112)$$

oraz

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - A_\alpha = \pi L \frac{D}{2} \left(1 - \frac{D}{L} \right). \quad (113)$$

Na tym prostym przykładzie pokazano metodę postępowania, która zostanie zastosowana w komorach bardziej złożonych. Jest ona oparta na wzorze (97), który jeszcze raz napiszemy w postaci następującej:

$$A_x \varphi_{x-y} = A_y \varphi_{y-x} = A_{x-y} = A_{y-x}. \quad (114)$$

W przedstawionym rozwiązaniu układu przestrzennego, złożonego z dwóch powierzchni, występowało tyle równań, ile było niewiadomych. Komory złożone z trzech i więcej powierzchni będą posiadać mniej równań aniżeli niewiadomych. Układy te mogą być rozwiązane po zastosowaniu wzoru na powierzchnię częściowego promieniowania

$$A_{\alpha-\beta} = \frac{\pi D_0^2}{4}. \quad (115)$$

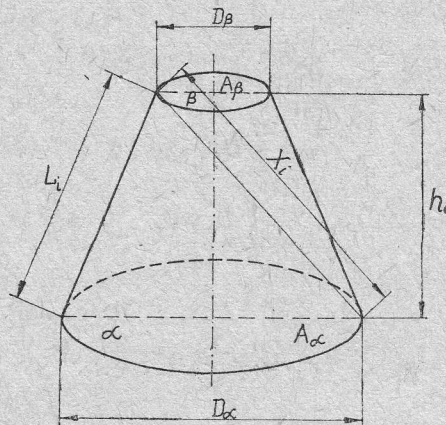
b. Komora złożona z trzech powierzchni A_α , A_β , A_i ukształtowana w formie stożka ściętego

Komorę przedstawiono na rysunku 11. Równania częściowego promieniowania dla każdej powierzchni promieniującej mają postać następującą:

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-\beta} = A_\alpha, \quad (116)$$

$$A_{i-\alpha} + A_{i-\beta} + A_{i-i} = A_i, \quad (117)$$

$$A_{\beta-i} + A_{\beta-\alpha} = A_\beta \quad (118)$$



Rys. 11

lub w oparciu o wzór (114)

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-\beta} = A_\alpha, \quad (119)$$

$$A_{\alpha-i} + A_{i-\beta} + A_{i-i} = A_i \quad (120)$$

$$A_{i-\beta} + A_{\alpha-\beta} = A_\beta \quad (121)$$

Z ostatnich równań wynika, że układ posiada cztery niewiadome. Nie znamy prawa przestrzennego rozdziału energii, na podstawie którego moglibyśmy napisać brakujące równanie. Znamy jednak jedną niewiadomą, a mianowicie $\varphi_{\alpha-\beta}$, która określona jest wzorami (70)÷(76). Zgodnie z nimi i rys. 11 mamy

$$\begin{aligned} A_{\alpha-\beta} &= A_{\beta-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\beta} = A_{\beta} \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{\pi}{4} D_{0i}^2 = \frac{\pi}{4} (X_i - L)^2 = \\ &= A_{0i} = \frac{\pi}{4} [\sqrt{L_i^2 + D_{\alpha} D_{\beta}} - L_i]. \end{aligned} \quad (122)$$

Zespół równań (119)÷(121) po uwzględnieniu (122) przyjmie postać:

$$A_{\alpha-i} = A_{\alpha} - A_{0i}, \quad (123)$$

$$A_{\alpha-i} + A_{i-\beta} + A_{i-i} = A_i, \quad (124)$$

$$A_{i-\beta} = A_{\beta} - A_{0i} \quad (125)$$

lub

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_{\alpha} - A_{0i}, \quad (126)$$

$$A_{i-\beta} = A_{\beta-i} = A_i \varphi_{i-\beta} = A_{\beta} \varphi_{\beta-i} = A_{\beta} - A_{0i} \quad (127)$$

oraz

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - A_{\alpha} - A_{\beta} + 2A_{0i} = A_i - (A_{\alpha} + A_{\beta} - 2A_{0i}). \quad (128)$$

Jeżeli do trzech ostatnich wzorów wprowadzimy zależność (122) oraz zależności

$$A_{\alpha} = \pi \frac{D_{\alpha}^2}{4}, \quad (129)$$

$$A_{\beta} = \frac{\pi}{4} D_{\beta}^2, \quad (130)$$

$$A_i = \pi L \frac{D_{\alpha} + D_{\beta}}{2}, \quad (131)$$

to otrzymamy

$$\begin{aligned} A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} = A_{\alpha} \varphi_{i-\alpha} = A_{\alpha} - A_{0i} &= \frac{\pi}{4} (D_{\alpha}^2 - D_{0i}^2) = \\ &= \frac{\pi}{4} (D_{\alpha} - X_i + L_i)(D_{\alpha} + X_i - L_i), \end{aligned} \quad (132)$$

oraz

$$\begin{aligned} A_{i-\beta} = A_{\beta-i} = A_i \varphi_{i-\beta} = A_{\beta} \varphi_{\beta-i} = A_{\beta} - A_{0i} &= \frac{\pi}{4} (D_{\beta}^2 - D_{0i}^2) = \\ &= \frac{\pi}{4} (D_{\beta} - X_i + L_i)(D_{\beta} + X_i - L_i) \end{aligned} \quad (133)$$

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - (A_\alpha + A_\beta - 2A_{0i}) = \pi L \frac{D_\alpha + D_\beta}{2} \left[1 - \frac{D_\alpha^2 + D_\beta^2 - 2D_{0i}^2}{2L(D_\alpha + D_\beta)} \right] =$$

$$= \frac{\pi}{4} [D_\alpha(2L - D_\alpha) + D_\beta(2L - D_\beta) - 2(X_i - L_i)^2]. \quad (134)$$

Współczynniki konfiguracji będą określone następującymi wzorami:

$$\varphi_{\alpha-\beta} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta}}{A_\alpha} = \frac{A_{0i}}{A_\alpha} = \left(\frac{D_{0i}}{D_\alpha} \right)^2 = \left(\frac{X_i - L_i}{D_\alpha} \right)^2, \quad (135)$$

$$\varphi_{\beta-\alpha} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta}}{A_\beta} = \frac{A_{0i}}{A_\beta} = \left(\frac{D_{0i}}{D_\beta} \right)^2 = \left(\frac{X_i - L_i}{D_\beta} \right)^2, \quad (136)$$

$$\varphi_{\alpha-i} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-i}}{A_\alpha} = 1 - \frac{A_{0i}}{A_\alpha} = 1 - \left(\frac{D_{0i}}{D_\alpha} \right)^2 = 1 - \left(\frac{X_i - L_i}{D_\alpha} \right)^2, \quad (137)$$

$$\varphi_{i-\alpha} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-i}}{A_i} = \frac{A_\alpha - A_{0i}}{A_i} = \frac{D_\alpha^2 - D_{0i}^2}{2L(D_\alpha + D_\beta)} = \frac{(D_\alpha - X_i + L_i)(D_\alpha + X_i - L_i)}{2L(D_\alpha + D_\beta)}, \quad (138)$$

$$\varphi_{\beta-i} = \frac{A_i \varphi_{i-\beta}}{A_\beta} = 1 - \frac{A_{0i}}{A_\beta} = 1 - \left(\frac{D_{0i}}{D_\beta} \right)^2 = 1 - \left(\frac{X_i - L_i}{D_\beta} \right)^2, \quad (139)$$

$$\varphi_{i-\beta} = \frac{A_i \varphi_{i-\beta}}{A_i} = \frac{A_\beta - A_{0i}}{A_i} = \frac{D_\beta^2 - D_{0i}^2}{2L(D_\alpha + D_\beta)} = \frac{(D_\beta - X_i + L_i)(D_\beta + X_i - L_i)}{2L(D_\alpha + D_\beta)}, \quad (140)$$

$$\varphi_{i-i} = \frac{A_i \varphi_{i-i}}{A_i} = \frac{A_i - (A_\alpha + A_\beta - 2A_{0i})}{A_i} = 1 - \frac{D_\alpha^2 + D_\beta^2 - 2D_{0i}^2}{2L(D_\alpha + D_\beta)} =$$

$$= \frac{D_\alpha(2L - D_\alpha) + D_\beta(2L - D_\beta) - 2(X_i - L_i)^2}{2L(D_\alpha + D_\beta)}. \quad (141)$$

c. Komora złożona z trzech powierzchni A_α , A_β , A_i ukształtowana w formie walca

Komora walcowa (rys. 12) wynika z uproszczenia komory stożka ściętego. Jeżeli zatem do wzorów (129)÷(141) wprowadzimy oznaczenia

$$D_\alpha = D_\beta = D, \quad X = \sqrt{L^2 + D^2}, \quad D_{0i} = D_0 = X - L, \quad L_i = L = h \quad (142)$$

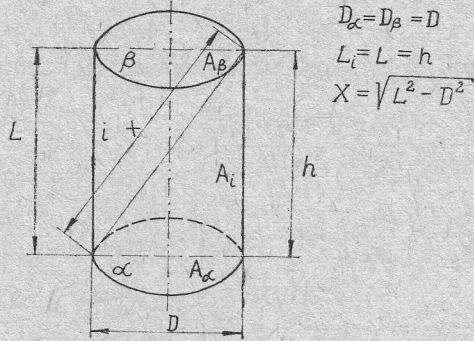
wówczas otrzymujemy

$$A_\alpha = A_\beta = A = \frac{\pi}{4} D^2, \quad A_i = \pi L D, \quad (143), (144)$$

$$A_{\alpha-\beta} = A_{\beta-\alpha} = A_\alpha \varphi_{\alpha-\beta} = A_\beta \varphi_{\beta-\alpha} = A_{0i} = \frac{\pi}{4} D_{0i}^2 = \frac{\pi}{4} (X - L)^2 = \frac{\pi}{4} (\sqrt{L^2 + D^2} - L)^2, \quad (145)$$

$$\varphi_{\alpha-\beta} = \varphi_{\beta-\alpha} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\beta}}{A} = \frac{A_{0i}}{A} = \left(\frac{D_{0i}}{D} \right)^2 = \left(\frac{X-L}{D} \right)^2, \quad (146)$$

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_{\beta-i} = A_{i-\beta} = A_{\beta} \varphi_{\beta-i} =$$



Rys. 12.

$$= A_i \varphi_{\beta-i} = A - A_{0i} = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_0^2) = \frac{\pi}{4} (D - X + L)(D + X - L), \quad (147)$$

$$\varphi_{\alpha-i} = \varphi_{\beta-i} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i}}{A} = \frac{A - A_{0i}}{A} = 1 - \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 = 1 - \left(\frac{X-L}{D} \right)^2, \quad (148)$$

$$\varphi_{i-\alpha} = \varphi_{i-\beta} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i}}{A_i} = \frac{A - A_{0i}}{A_i} = \frac{D^2 - D_{0i}^2}{4LD} = \frac{(D - X - L)(D + X - L)}{4LD}, \quad (149)$$

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - 2(A - A_{0i}) = \pi LD \left(1 - \frac{D^2 - D_0^2}{2LD} \right) =$$

$$= \frac{\pi}{2} [D(2L - D) - (X - L)] = \frac{\pi}{2} [D(2L - D) - (\sqrt{L^2 + D^2} - L)], \quad (150)$$

$$\varphi_{i-i} = \frac{A_i \varphi_{i-i}}{A_i} = \frac{A_i - 2(A - A_{0i})}{A_i} = 1 - \frac{2(A - A_{0i})}{A_i} = 1 - \frac{D^2 - D_0^2}{2LD} =$$

$$= \frac{D(2L - D) - (X - L)^2}{2LD} = \frac{D(2L - D) - (\sqrt{L^2 + D^2} - L)^2}{2LD}. \quad (151)$$

7. Komory o różnych kształtach

a. Komora złożona ze stożka i stożka ściętego

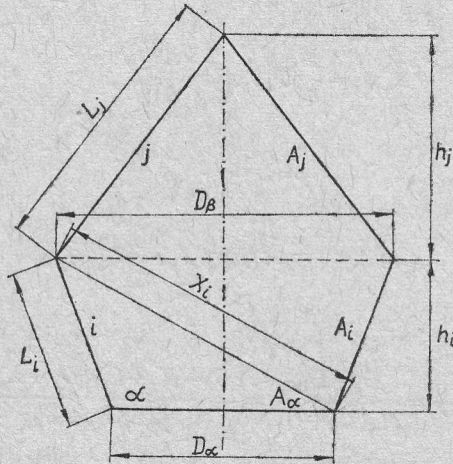
Przekrój osiowy takiej komory przedstawiono na rysunku 13. Jest ona złożona z trzech powierzchni A_{α} , A_i i A_j oraz powierzchni tworzącej stożek ścięty.

Z punktu 3 i wzorów (19)÷(21) wynika, że

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-j} = A_{\alpha}, \quad (152)$$

$$A_{i-\alpha} + A_{i-j} + A_{i-i} = A_i, \quad (153)$$

$$A_{j-\alpha} + A_{j-i} + A_{j-j} = A_j. \quad (154)$$



Rys. 13

Na podstawie zależności (114) łatwo zauważyć, że wielkość A o tych samych indeksach ma tę samą wartość. Uwzględniając tę okoliczność, otrzymamy następujący układ równań z pięcioma niewiadomymi:

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-j} = A_{\alpha}, \quad (155)$$

$$A_{\alpha-i} + A_{i-j} = A_i - A_{i-i}, \quad (156)$$

$$A_{\alpha-j} + A_{i-j} = A_j - A_{j-j}. \quad (157)$$

By zredukować liczbę niewiadomych, można napisać osobne równanie dla stożka i stożka ściętego, uwzględniając wyobraźlną powierzchnię zamykającą A_{β} , a zatem

$$A_{i-\alpha} + A_{i-\beta} + A_{i-i} = A_i \quad \text{oraz} \quad A_{j-\beta} + A_{j-j} = A_j \quad (158), (159)$$

lub

$$A_{i-i} = A_i - A_{\alpha-i} - A_{i-\beta} \quad \text{i} \quad A_{j-j} = A_j - A_{j-\beta}. \quad (160), (161)$$

Wstawiając zależności (160) i (161) do równań (155)÷(157) otrzymamy

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-j} = A_{\alpha}, \quad A_{i-j} = A_{i-\beta}, \quad (162), (163)$$

$$A_{\alpha-j} + A_{i-j} = A_{j-\beta}. \quad (164)$$

Na podstawie (133) i (102) możemy napisać, że

$$A_{i-\beta} = A_{\beta} - A_{0i}, \quad A_{j-\beta} = A_{\beta}. \quad (165), (166)$$

Rozwiązując układ równań (162)÷(166) otrzymamy

$$\begin{aligned} A_{i-j} &= A_{j-i} = A_i \varphi_{i-j} = A_j \varphi_{j-i} = A_{i-\beta} = A_\beta - A_{0i} = \frac{\pi}{4} (D_\beta^2 - D_{0i}^2) = \\ &= \frac{\pi}{4} (D_\beta - X_i + L_i)(D_\beta + X_i - L_i). \end{aligned} \quad (167)$$

Uwzględniając, że

$$A_\alpha = \frac{\pi}{4} D_\alpha^2, \quad A_\beta = \frac{\pi}{4} D_\beta^2, \quad (168), (169)$$

$$A_{0i} = \frac{\pi}{4} D_{0i}^2, \quad (170)$$

$$A_i = \frac{\pi}{2} L_i (D_\alpha + D_\beta), \quad A_j = \frac{\pi}{2} L_j D_\beta, \quad (171), (172)$$

mamy

$$\varphi_{i-j} = \frac{A_i \varphi_{i-j}}{A_i} = \frac{A_\beta - A_{0i}}{A_i} = \frac{D_\beta^2 - D_{0i}^2}{2L_i(D_\alpha + D_\beta)} = \frac{(D_\beta - X_i + L_i)(D_\beta + X_i - L_i)}{2L_i(D_\alpha + D_\beta)}, \quad (173)$$

$$\varphi_{j-i} = \frac{A_i \varphi_{i-j}}{A_j} = \frac{A_\beta - A_{0i}}{A_j} = \frac{(D_\beta^2 - D_{0i}^2)}{2L_j D_\beta} = \frac{(D_\beta - X_i + L_i)(D_\beta + X_i - L_i)}{2L_j D_\beta}, \quad (174)$$

oraz

$$A_{\alpha-j} = A_{j-\alpha} = A_\alpha \varphi_{\alpha-j} = A_j \varphi_{j-\alpha} = A_{j-\beta} - A_{i-j} = A_{0i} = \frac{\pi}{4} D_{0i}^2 = \frac{\pi}{4} (X_i - L_i)^2, \quad (175)$$

$$\varphi_{\alpha-j} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-j}}{A_\alpha} = \frac{A_{0i}}{A_\alpha} = \left(\frac{D_{0i}}{D_\alpha} \right)^2 = \left(\frac{X_i - L_i}{D_\alpha} \right)^2, \quad (176)$$

$$\varphi_{j-\alpha} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-j}}{A_j} = \frac{A_{0i}}{A_j} = \frac{D_{0i}^2}{2L_j D_\beta} = \frac{(X_i - L_i)^2}{2L_j D_\beta}, \quad (177)$$

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_\alpha \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_\alpha - A_{0i} = \frac{\pi}{4} (D_\alpha^2 - D_{0i}^2) = \frac{\pi}{4} (D_\alpha - X_i + L_i)(D_\alpha + X_i - L_i), \quad (178)$$

$$\varphi_{\alpha-i} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-i}}{A_\alpha} = \frac{A_\alpha - A_{0i}}{A_\alpha} = 1 - \frac{A_{0i}}{A_\alpha} = 1 - \left(\frac{D_{0i}}{D_\alpha} \right)^2 = 1 - \left(\frac{X_i - L_i}{D_\alpha} \right)^2, \quad (179)$$

$$\varphi_{i-\alpha} = \frac{A_\alpha \varphi_{\alpha-i}}{A_i} = \frac{A_\alpha - A_{0i}}{A_i} = \frac{(D_\alpha^2 - D_{0i}^2)}{2L_i(D_\alpha + D_\beta)} = \frac{(D_\alpha - X_i + L_i)(D_\alpha + X_i - L_i)}{2L_i(D_\alpha + D_\beta)}. \quad (180)$$

Ostatecznie otrzymamy

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - (A_\alpha + A_\beta - 2A_{0i}) = \frac{\pi}{2} L_i (D_\alpha + D_\beta) - \frac{\pi}{4} (D_\alpha^2 + D_\beta^2 - 2D_{0i}^2) =$$

$$= \frac{\pi}{2} L_i (D_\alpha + D_\beta) \left[1 - \frac{D_\alpha^2 + D_\beta^2 - 2D_{0i}^2}{2L_i (D_\alpha + D_\beta)} \right] = \frac{\pi}{4} [D_\alpha (2L_i - D_\alpha) + D_\beta (2L_i - D_\beta) + 2(X_i - L_i)^2], \quad (181)$$

$$\varphi_{i-i} = \frac{A_i \varphi_{i-i}}{A_i} = 1 - \frac{A_\alpha + A_\beta - 2A_{0i}}{A_i} = 1 - \frac{D_\alpha^2 + D_\beta^2 - 2D_{0i}^2}{2L_i (D_\alpha + D_\beta)} = \frac{D_\alpha (2L_i - D_\alpha) + D_\beta (2L_i - D_\beta) + 2(X_i - L_i)^2}{2L_i (D_\alpha + D_\beta)}, \quad (182)$$

$$A_{j-j} = A_j \varphi_{j-j} = A_j - A_\beta = \frac{\pi}{2} L_j D_\beta - \frac{\pi}{4} D_\beta^2 = \frac{\pi}{4} D_\beta (2L_j - D_\beta), \quad (183)$$

$$\varphi_{j-j} = \frac{A_j \varphi_{j-j}}{A_j} = \frac{A_j - A_\beta}{A_j} = 1 - \frac{A_\beta}{A_j} = 1 - \frac{D_\beta}{2L_j D_\beta} = \frac{D_\beta (2L_j - D_\beta)}{2L_j D_\beta}. \quad (184)$$

b. Komora złożona z dwóch stożków ściętych

Przekrój osiowy takiej komory, o powierzchniach A_α , A_γ , A_i oraz A_j i wyobraźmalnej powierzchni A_β , przedstawiono na rysunku 14. Wprowadzamy oznaczenia

$$X_i = \sqrt{L_i^2 + D_\alpha D_\beta}, \quad X_j = \sqrt{L_j^2 + D_\beta D_\gamma}, \quad (185), (186)$$

$$X_\beta = \sqrt{L_\beta^2 + D_\alpha D_\gamma}, \quad (187)$$

$$D_{0i} = X_i - L_i, \quad D_{0j} = X_j - L_j, \quad (188), (189)$$

$$D_{0\beta} = X_\beta - L_\beta, \quad (190)$$

$$A_{0i} = \frac{\pi}{4} D_{0i}^2 = \frac{\pi}{4} (X_i - L_i)^2, \quad (191)$$

$$A_{0j} = \frac{\pi}{4} D_{0j}^2 = \frac{\pi}{4} (X_j - L_j)^2, \quad (192)$$

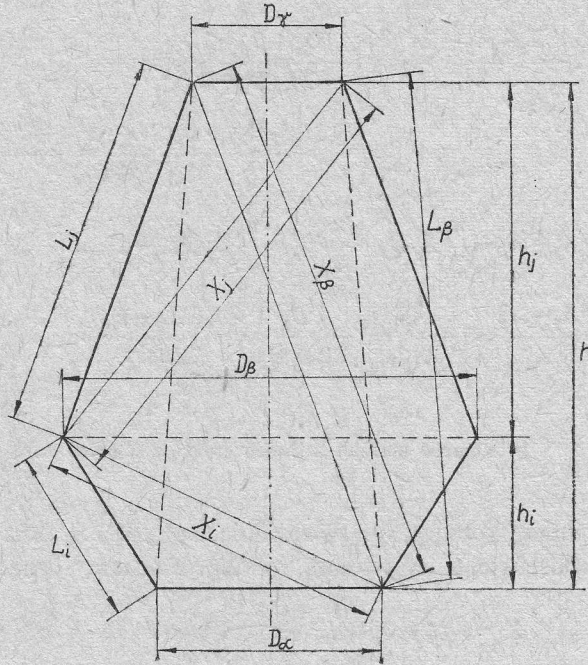
$$A_{0\beta} = \frac{\pi}{4} D_{0\beta}^2 = \frac{\pi}{4} (X_\beta - L_\beta)^2, \quad (193)$$

$$A_\alpha = \frac{\pi}{4} D_\alpha^2, \quad A_\gamma = \frac{\pi}{4} D_\gamma^2, \quad (194), (195)$$

$$A_\beta = \frac{\pi}{4} D_\beta^2, \quad (196)$$

$$A_i = \frac{\pi}{2} L_i (D_\alpha + D_\beta), \quad A_j = \frac{\pi}{2} L_j (D_\beta + D_\gamma). \quad (197), (198)$$

Zaznacza się, że powierzchnia A_β jest powierzchnią wyobrażalną, która nie bierze udziału w wymianie ciepła przez promieniowanie. Zgodnie z oznaczeniami na rys. 14 piszemy równania



Rys. 14

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-j} + A_{\alpha-\gamma} = A_\alpha, \quad (199)$$

$$A_{\alpha-i} + A_{i-j} + A_{i-\gamma} = A_i - A_{i-i}, \quad (200)$$

$$A_{\alpha-j} + A_{i-j} + A_{j-\gamma} = A_j - A_{j-j}, \quad (201)$$

$$A_{j-\gamma} + A_{i-\gamma} + A_{\alpha-\gamma} = A_\gamma. \quad (202)$$

Mamy więc 4 równania i 8 niewiadomych. W pierwszym rzędzie wyeliminujemy niewiadome A_{i-i} i A_{j-j} . Po uwzględnieniu zależności (128) dla komór podstawowych mamy

$$A_{i-i} = A_i - (A_\alpha + A_\beta - 2A_{0i}) \quad (203)$$

oraz

$$A_{j-j} = A_j - (A_\beta + A_\gamma - 2A_{0j}). \quad (204)$$

Wprowadzając (203) i (204) do równań (199)÷(202) otrzymamy

$$A_{\alpha-i} + A_{\alpha-j} + A_{\alpha-\gamma} = A_\alpha, \quad (205)$$

$$A_{\alpha-i} + A_{i-j} + A_{i-\gamma} = A_\alpha + A_\beta - 2A_{0i}, \quad (206)$$

$$A_{\alpha-j} + A_{i-j} + A_{i-\gamma} = A_\beta + A_\gamma - 2A_{0j}, \quad (207)$$

$$A_{j-\gamma} + A_{i-\gamma} + A_{\alpha-\gamma} = A_\gamma. \quad (208)$$

W układzie równań (205)÷(208) występuje 6 niewiadomych. Rozwiązanie tego układu wymaga uwzględnienia zależności dla komór podstawowych (126) i (127), które dla naszej komory przyjmą postać:

$$A_{\alpha-i} = A_{\alpha} - A_{0i}, \quad A_{j-\gamma} = A_{\gamma} - A_{0j}, \quad (209), (210)$$

$$A_{\alpha-\gamma} = A_{0\beta}. \quad (211)$$

Po rozwiązaniu układu równań (205)÷(211) otrzymamy

$$A_{\alpha-\gamma} = A_{\gamma-\alpha} = A_{0\beta}, \quad A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_{\alpha} - A_{0i}, \quad (212), (213)$$

$$A_{j-\gamma} = A_{\gamma-j} = A_{\gamma} - A_{0j}, \quad A_{\alpha-j} = A_{j-\alpha} = A_{0i} - A_{0\beta}, \quad (214), (215)$$

$$A_{i-\gamma} = A_{\gamma-i} = A_{0j} - A_{0i}, \quad A_{i-j} = A_{j-i} = A_{\beta} + A_{0\beta} - A_{0i} - A_{0j}, \quad (216), (217)$$

$$A_{i-i} = A_i - (A_{\alpha} + A_{\beta} - 2A_{0i}), \quad A_{j-j} = A_j - (A_{\beta} + A_{\gamma} - 2A_{0j}). \quad (218), (219)$$

Na tej podstawie otrzymujemy ostatecznie

$$A_{\alpha-\gamma} = A_{\gamma-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\gamma} = A_{\gamma} \varphi_{\gamma-\alpha} = A_{0\beta} = \frac{\pi}{4} D_{0\beta}^2 = \frac{\pi}{4} (X_{\beta} - L_{\beta})^2, \quad (220)$$

$$\varphi_{\alpha-\gamma} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\gamma}}{A_{\alpha}} = \frac{A_{0\beta}}{A_{\alpha}} = \left(\frac{D_{0\beta}}{D_{\alpha}} \right)^2 = \left(\frac{X_{\beta} - L_{\beta}}{D_{\alpha}} \right)^2, \quad (221)$$

$$\varphi_{\gamma-\alpha} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-\gamma}}{A_{\gamma}} = \frac{A_{0\beta}}{A_{\gamma}} = \left(\frac{D_{0\beta}}{D_{\gamma}} \right)^2 = \left(\frac{X_{\beta} - L_{\beta}}{D_{\gamma}} \right)^2, \quad (222)$$

$$A_{\alpha-i} = A_{i-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i} = A_i \varphi_{i-\alpha} = A_{\alpha} - A_{0i} = \frac{\pi}{4} (D_{\alpha}^2 - D_{0i}^2) = \frac{\pi}{4} (D_{\alpha} - X_i + L_i)(D_{\alpha} + X_i - L_i) \quad (223)$$

oraz

$$\varphi_{\alpha-i} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i}}{A_{\alpha}} = 1 - \frac{A_{0i}}{A_{\alpha}} = 1 - \left(\frac{D_{0i}}{D_{\alpha}} \right)^2 = 1 - \left(\frac{X_i - L_i}{D_{\alpha}} \right)^2, \quad (224)$$

$$\varphi_{i-\alpha} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-i}}{A_i} = \frac{A_{\alpha} - A_{0i}}{A_i} = \frac{D_{\alpha}^2 - D_{0i}^2}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})} = \frac{(D_{\alpha} - X_i + L_i)(D_{\alpha} + X_i - L_i)}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})}, \quad (225)$$

$$\begin{aligned} A_{j-\gamma} = A_{\gamma-j} = A_j \varphi_{j-\gamma} = A_{\gamma} \varphi_{\gamma-j} = A_{\gamma} - A_{0j} &= \frac{\pi}{4} (D_{\gamma}^2 - D_{0j}^2) = \\ &= \frac{\pi}{4} (D_{\gamma} - X_j + L_j)(D_{\gamma} + X_j - L_j), \end{aligned} \quad (226)$$

$$\varphi_{\gamma-j} = \frac{A_j \varphi_{j-\gamma}}{A_{\gamma}} = \frac{A_{\gamma} - A_{0j}}{A_{\gamma}} = 1 - \left(\frac{D_{0j}}{D_{\gamma}} \right)^2 = 1 - \left(\frac{X_j - L_j}{D_{\gamma}} \right)^2, \quad (227)$$

$$\varphi_{j-\gamma} = \frac{A_{\gamma} \varphi_{\gamma-j}}{A_j} = \frac{A_{\gamma} - A_{0j}}{A_j} = \frac{D_{\gamma}^2 - D_{0j}^2}{2L_j(D_{\beta} + D_{\gamma})} = \frac{(D_{\gamma} - X_j + L_j)(D_{\gamma} + X_j - L_j)}{2L_j(D_{\beta} + D_{\gamma})}, \quad (228)$$

$$A_{\alpha-j} = A_{j-\alpha} = A_{\alpha} \varphi_{\alpha-j} = A_j \varphi_{j-\alpha} = A_{0i} - A_{0\beta} = \frac{\pi}{4} (D_{0i}^2 + D_{0\beta}^2) =$$

$$= \frac{\pi}{4} [(X_i - L_i)^2 - (X_{\beta} - L_{\beta})^2], \quad (229)$$

$$\varphi_{\alpha-j} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-j}}{A_{\alpha}} = \frac{A_{0i} - A_{0\beta}}{A_{\alpha}} = \frac{D_{0i}^2 - D_{0\beta}^2}{D_{\alpha}^2} = \frac{(X_i - L_i)^2 - (X_{\beta} - L_{\beta})^2}{D_{\alpha}^2}, \quad (230)$$

$$\varphi_{j-\alpha} = \frac{A_{\alpha} \varphi_{\alpha-j}}{A_j} = \frac{A_{0i} - A_{0\beta}}{A_j} = \frac{D_{0i}^2 - D_{0\beta}^2}{2L_j(D_{\beta} + D_{\gamma})} = \frac{(X_i - L_i)^2 - (X_{\beta} - L_{\beta})^2}{2L_j(D_{\beta} + D_{\gamma})}, \quad (231)$$

$$A_{i-\gamma} = A_{\gamma-i} = A_i \varphi_{i-\gamma} = A_{\gamma} \varphi_{\gamma-i} = \frac{\pi}{4} (D_{0j}^2 - D_{0i}^2) = \frac{\pi}{4} [(X_j - L_j)^2 - (X_i - L_i)^2], \quad (232)$$

$$\varphi_{i-\gamma} = \frac{A_i \varphi_{i-\gamma}}{A_i} = \frac{A_{0j} - A_{0i}}{A_i} = \frac{(D_{0j}^2 - D_{0i}^2)}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})} = \frac{(X_j - L_j)^2 - (X_i - L_i)^2}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})}, \quad (233)$$

$$\varphi_{\gamma-i} = \frac{A_i \varphi_{i-\gamma}}{A_{\gamma}} = \frac{A_{0j} - A_{0i}}{A_{\gamma}} = \frac{D_{0j}^2 - D_{0i}^2}{D_{\gamma}^2} = \frac{(X_j - L_j)^2 - (X_i - L_i)^2}{D_{\gamma}^2}, \quad (234)$$

$$A_{i-j} = A_{j-i} = A_i \varphi_{i-j} = A_j \varphi_{j-i} = A_{\beta} + A_{0\beta} - A_{0i} - A_{0j} = \frac{\pi}{4} (D_{\beta}^2 + D_{0\beta}^2 - D_{0i}^2 - D_{0j}^2) =$$

$$= \frac{\pi}{4} [D_{\beta}^2 + (X_{\beta} - L_{\beta})^2 - (X_i - L_i)^2 - (X_j - L_j)^2], \quad (235)$$

$$\varphi_{i-j} = \frac{A_i \varphi_{i-j}}{A_i} = \frac{A_{\beta} + A_{0\beta} - A_{0i} - A_{0j}}{A_i} = \frac{(D_{\beta}^2 + D_{0\beta}^2 - D_{0i}^2 - D_{0j}^2)}{2L_j(D_{\alpha} + D_{\beta})} =$$

$$= \frac{[D_{\beta}^2 + (X_{\beta} - L_{\beta})^2 - (X_i - L_i)^2 - (X_j - L_j)^2]}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})}, \quad (236)$$

$$\varphi_{j-i} = \frac{A_i \varphi_{i-j}}{A_j} = \frac{A_{\beta} + A_{0\beta} - A_{0i} - A_{0j}}{A_j} = \frac{D_{\beta}^2 + D_{0\beta}^2 - D_{0i}^2 - D_{0j}^2}{2L_j(D_{\beta} + D_{\gamma})} =$$

$$= \frac{[D_{\beta}^2 + (X_{\beta} - L_{\beta})^2 - (X_i - L_i)^2 - (X_j - L_j)^2]}{2L_j(D_{\beta} - D_{\gamma})}, \quad (237)$$

$$A_{i-i} = A_i \varphi_{i-i} = A_i - (A_{\alpha} + A_{\beta} - 2A_{0i}) = \frac{\pi}{2} L_i(D_{\alpha} + D_{\beta}) + \frac{\pi}{4} (D_{\alpha}^2 + D_{\beta}^2 - 2D_{0i}^2) =$$

$$= \frac{\pi}{2} L_i(D_{\alpha} + D_{\beta}) \left[1 - \frac{D_{\alpha}^2 + D_{\beta}^2 - 2D_{0i}^2}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})} \right] = \frac{\pi}{4} [D_{\alpha}(2L_i - D_{\alpha}) + D_{\beta}(2L_i - D_{\beta}) +$$

$$+ 2(X_i - L_i)^2], \quad (238)$$

$$\varphi_{i-i} = 1 - \frac{A_{\alpha} + A_{\beta} - 2A_{0i}}{A_i} = 1 - \frac{D_{\alpha}^2 + D_{\beta}^2 - 2D_{0i}^2}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})} =$$

$$= \frac{D_{\alpha}(2L_i - D_{\alpha}) + D_{\beta}(2L_i - D_{\beta}) + 2(X_i - L_i)^2}{2L_i(D_{\alpha} + D_{\beta})}, \quad (239)$$

$$\begin{aligned}
 A_{j-j} &= A_j \varphi_{j-j} = A_j - (A_\beta + A_\gamma - 2A_{0j}) = \frac{\pi}{2} L_j (D_\beta + D_\gamma) - \frac{\pi}{4} (D_\beta^2 + D_\gamma^2 - 2D_{0j}^2) = \\
 &= \frac{\pi}{2} L_j (D_\beta + D_\gamma) \left[1 - \frac{D_\beta^2 + D_\gamma^2 - 2D_{0j}^2}{2L_j (D_\beta + D_\gamma)} \right] = \frac{\pi}{4} [D_\beta (2L_j - D_\beta) + D_\gamma (2L_j - D_\gamma) + \\
 &\quad + 2(X_j - L_j)^2], \quad (240)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_{j-j} &= 1 - \frac{A_\beta + A_\gamma - 2A_{0j}}{A_j} = 1 - \frac{D_\beta^2 + D_\gamma^2 - 2D_{0j}^2}{2L_j (D_\beta + D_\gamma)} = \\
 &= \frac{D_\beta (2L_j - D_\beta) + D_\gamma (2L_j - D_\gamma) + 2(X_j - L_j)^2}{2L_j (D_\beta + D_\gamma)}. \quad (241)
 \end{aligned}$$

9. Wnioski

Układy przestrzenne obrotowe, to znaczy układy występujące w komorach spalania turbin gazowych, silników odrzutowych i raket, można rozwiązać wyznaczając tak zwaną zastępczą średnicę D_0 , D_{0i} , $D_{0\alpha}$ i $D_{0\beta}$, przy czym

$$D_0 = X - L. \quad (242)$$

Średnicę tę (częściowego promieniowania) określono na podstawie twierdzenia pomocniczego (30), z którego wynika, że

$$X = \sqrt{L^2 + Dd}, \quad (243)$$

gdzie X jest przekątną przekroju osiowego komory stożka ściętego, L – tworzącą, a D i d – średnicami podstaw. Zastosowanie tych związków upraszcza dość skomplikowane wzory na średnie współczynniki konfiguracji komór. Dzięki nim wyznacza się w bardzo prosty sposób częściową energię promienistą powierzchni promieniującej na inną dowolną powierzchnię komory.

W oparciu o współczynniki konfiguracji komór można wyznaczyć ciepło wymiany energii promienistej komory diatermicznej, a nawet komory wypełnionej gazem rzeczywistym o określonej emisji, w układzie otwartym lub zamkniętym [7 ÷ 14]. Dla układu diatermicznego dwupowierzchniowego stosujemy znany wzór:

$$\dot{Q}_{(\alpha-\beta)} = A_\alpha \varepsilon_{\alpha\beta} C_c \left[\left(\frac{T_\alpha}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_\beta}{100} \right)^4 \right], \quad (244)$$

gdzie

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{\varphi_{\alpha-\beta} \varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta}{Z} = \frac{\varphi_{\alpha-\beta} \varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta}{1 - (1 - \varepsilon_\alpha)(1 - \varepsilon_\beta) \varphi_{\alpha-\beta} \varphi_{\beta-\alpha}}. \quad (245)$$

Jeżeli komora wypełniona jest gazem rzeczywistym o określonej selektywnej emisji, to wzór na ciepło wymiany przyjmuje postać

$$\dot{Q}_{\alpha-\beta} = A_\alpha \hat{\varepsilon}_{\alpha\beta} C_c \left[\left(\frac{T_\alpha}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_\beta}{100} \right)^4 \right], \quad (246)$$

gdzie

$$\hat{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \frac{\rho_{\alpha-\beta} \varepsilon_{\alpha} \varepsilon_{\beta}}{Z} = \frac{\rho_{\alpha-\beta} \varepsilon_{\alpha} \varepsilon_{\beta}}{1 - (1 - \varepsilon_{\alpha})(1 - \varepsilon_{\beta}) \rho_{\alpha-\beta} \rho_{\beta-\alpha}}. \quad (247)$$

We wzorze tym ρ przedstawia uogólniony zastępczy współczynnik konfiguracji. Można go znaleźć w pracy [14].

Praca wpłynęła do Redakcji w październiku 1975 r.

Literatura

- [1] T. Hobler, *Inżynieria chemiczna*. PWT, 1959, rozdz. VI, s. 453 - 484.
- [2] A. Ciborowski, *Inżynieria chemiczna*, t. II. PWT, 1953, s. 349.
- [3] S. Ochęduszko, *Teoria maszyn cieplnych*, t. III. PWT, 1955, s. 61 - 100.
- [4] S. Ochęduszko, *Termodynamika stosowana*, WNT, 1964, s. 540 - 563.
- [5] M. A. Michiejew, *Osnowy ciepłopieriadczy*, wyd. 2, Moskwa 1949, s. 156 - 196.
- [6] De Werner-Pepperhoff, *Temperaturstrahlung*. Verlag Dr. Dietrich Steinkopf, Darmstadt 1959.
- [7] F. B. Hildebrandt, *Method of Applied Mathematics*. Prentice Hall Inc., New York 1952.
- [8] C. Buraczewski, *Wymiana ciepła przez promieniowanie między powierzchniami tworzącymi układ otwarty*. Arch. Bud. Maszyn, t. VI, 1959, z. 1.
- [9] C. Buraczewski, *The Law of Energy Distribution of a Radiating System of „n” Surfaces and the Mean Visibility Relations of Plane Systems*. Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences, 1960, Vol. VIII, Serie de Sciences techniques, No. 1.
- [10] C. Buraczewski, *Przyczynek do teorii promieniowania. Cz. I. Prawo rozdziału energii promieniującego układu n-powierzchniowego i średnie stosunki konfiguracji układu zamkniętego*. Prace IMP, z. 1, 1960.
- [11] C. Buraczewski, *Przyczynek do teorii promieniowania. Cz. II. Rzeczywista emisja otwartego układu złożonego z n-promieniujących powierzchni*. Prace IMP, z. 3, 1961.
- [12] C. Buraczewski, *Przyczynek do teorii promieniowania. Cz. III. Promieniowanie grzejników jedno-, dwu- i n-powierzchniowych*. Prace IMP, z. 4, 1961.
- [13] C. Buraczewski, *Analiza wymiany ciepła przez promieniowanie w komorze wypełnionej gazem rzeczywistym o określonej selektywnej emisji w oparciu o wyprowadzone i uogólnione: 1) prawo zamkniętości, 2) zasadę wzajemnej konfiguracji, 3) uogólnione prawo rozdziału energii promienistej*. Prace IMP, z. 19, 1964.
- [14] C. Buraczewski, *Wymiana ciepła przez promieniowanie w komorze tworzącej układ otwarty, wypełnionej gazem rzeczywistym o określonej emisji*. PWN, Warszawa 1965.

К теории излучения

Коэффициенты конфигурации оборотных камер сгорания

Резюме

Средние значения коэффициентов конфигурации служат определению количества тепловой энергии излучаемой из определенной поверхности и направляемой на другую излучающую поверхность замкнутой или открытой системы. В работе сделана попытка определения этих коэффициентов для пространственных систем образованных в результате оборота вокруг оси определенной кривой или состава прямых. Рассматриваются системы встречаемые в камерах сгорания паровых котлов, газовых турбин, реактивных двигателей и ракет. В литературе коэффициенты конфигурации

определяются обычно в форме интегралов, очень часто не решенных. Если даже некоторыми авторами представляются они в конечной форме, то изображаются довольно komplицированными формулами, затрудняющими быстрое и легкое определение соответствующих численных значений, необходимых для проектирования камер сгорания.

В результате представлены формулы для определения средних значений коэффициентов конфигурации в виде простых и сомкнутых зависимостей между характерными размерами рассматриваемых камер сгорания. Средние значения коэффициентов конфигурации определены для конуса, цилиндра, усеченного конуса и двух усеченных конусов. Основой выведенных зависимостей было применение вспомогательных теорем, основанных на геометрических связях в треугольнике (30), (31), (32), (33).

A Contribution to the Radiation Theory Configuration Factors for Rotary Combustion Chambers

Summary

The mean configuration factors are used for the determination of the amount of heat radiated by a surface towards another radiating surface in a closed or open system. The paper is aimed at determining these factors for three-dimensional configurations created by rotation of a curve or a system of straight lines about an axis. Configurations used in combustion chambers of steam boilers, gas turbines, jet engines and rockets have been taken into account. Configuration factors that can be found in the literature are presented mainly in the form of integrals, many a time not solved. Final solutions, if any, are given by rather complicated formulae that do not allow for fast and easy determination of numerical values needed when designing combustion chambers.

The paper offers very simple and compact formulae for the mean configuration factors, relating to each other characteristic dimensions of the combustion chambers considered. The mean configuration factors have been determined for a cone, cylinder, frustum of cone, and for solids consisting of a cone and frustum of cone, and two frustums of cones. The formulae have been derived basing on auxiliary theorems concerning geometrical relations for a triangle (30), (31), (32), (33).