

P O L S K A   A K A D E M I A   N A U K  
I N S T Y T U T   M A S Z Y N   P R Z E P Ł Y W O W Y C H

P R A C E  
I N S T Y T U T U   M A S Z Y N  
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S  
O F   T H E   I N S T I T U T E   O F   F L U I D - F L O W   M A C H I N E R Y

81

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń   1 9 8 1

---

P A Ń S T W O W E   W Y D A W N I C T W O   N A U K O W E

---

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW  
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

---

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI  
STEFAN PERYCZ · WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ROMUALD PUZYREWSKI  
KAZIMIERZ STELLER (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN) · ROBERT SZEWAŁSKI  
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER – REDAKTOR – EDITOR  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI  
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN  
ul. Gen. Józefa Fiszera 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright  
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1981

Printed in Poland

ISBN 83-01-03053-4  
ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE – ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340 + 90 egz.	Oddano do składania 25 VI 1980 r.
Ark. wyd. 8,75 Ark. druk. 7,125	Podpisano do druku 13 IV 1981 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g 70 × 100 cm.	Druk ukończono w kwietniu 1981 r.
Nr zam. 631/49. P-4/16.	Cena zł 35,–

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

PIOTR KUBSKI\*

Gdańsk

## Kondensacja pary nasyconej na płaskiej płycie ukośnie ustawionej względem siły ciężkości

Dla zjawisk kondensacji błonowej zachodzącej na górnej i dolnej powierzchni płyty ustawionej pod dowolnym kątem względem siły ciężkości, opierając się na założeniach teorii Nusselta, lecz z uwzględnieniem gradientu ciśnienia w warstwie kondensatu, wyprowadzono teoretyczną zależność kryterialną opisującą to zjawisko.

Ponieważ wyniki badań eksperymentalnych tego zjawiska dobrze potwierdzają podaną zależność kryterialną, można stwierdzić, że stanowi ona uściślenie teorii Nusselta na przypadki kondensacji zachodzącej na górnej powierzchni płyty ukośnie ustawionej względem siły ciężkości oraz jednocześnie stanowi rozszerzenie tej teorii na przypadki kondensacji zachodzącej na dolnej powierzchni płyty poziomej i ustawionej ukośnie względem siły ciężkości.

### Wykaz oznaczeń

- |  |  |
|--|--|
| $a$ – współczynnik wyrównywania temperatury,           | $\delta$ – grubość kondensatu,   |
| $C$ – stała (zależność (6)),                           | $\lambda$ – współczynnik przewodzenia ciepła,  |
| $c_p$ – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,         | $\nu$ – kinematyczny współczynnik lepkości,  |
| $g$ – przyspieszenie ziemskie,                         | $\rho$ – gęstość,  |
| $l$ – długość płyty, charakterystyczny wymiar liniowy, | $\sigma$ – napięcie powierzchniowe,  |
| $m$ – strumień masy,                                   | $\varphi$ – współczynnik uwzględniający wpływ kąta (zależność (7)), wpływ długości płyty (zależność (30)). |
| $p$ – ciśnienie,                                       |  |
| $Q$ – strumień ciepła,                                 |  |
| $q$ – gęstość strumienia ciepła,                       |  |
| $r$ – ciepło kondensacji,                              |  |
| $T$ – temperatura,                                     |  |
| $w$ – prędkość,  |  |
| $x, y$ – osie układu współrzędnych,                    |  |
| $\alpha$ – współczynnik przejmowania ciepła,           |  |
| $\gamma$ – kąt pochylenia płyty (mierzony od poziomu), |  |

### Indeksy dotyczą:

- $l$  – cieczy,
- $s$  – stanu nasycenia,
- $u$  – wielkości umownej,
- $v$  – pary,
- $w$  – ścianki,
- $z$  – wielkości zastępczej.

\* Instytut Techniki Ciepłej Politechniki Gdańskiej.

## 1. Wstęp

Przy obecnym rozpowszechnieniu skraplaczy w energetyce cieplnej, chłodnictwie, inżynierii chemicznej, a także w innych dziedzinach techniki, ważną rzeczą jest zrozumienie istoty zjawiska kondensacji, i co się z tym wiąże, uściślenie jego opisu. Ostatnio doceniając znaczenie kondensacji na pochylonych powierzchniach, poważnie zainteresowano się tym zagadnieniem.

Elementarnym zagadnieniem w teorii kondensacji, bardzo ważnym w praktyce, jest przypadek kondensacji błonowej pary nasyconej przy laminarnym spływie kondensatu. Za pionierską pracę w tej dziedzinie można uznać analizę teoretyczną Nusselta z 1916 r. (por. np. [1]), dotyczącą kondensacji na płycie pionowej oraz na górnej powierzchni płyty pochylonej. Jej wynikiem jest wielokrotnie potwierdzona eksperymentalnie zależność kryterialna opisująca wymianę ciepła

$$(Nu) = 0,943 [(Ga)(Ja)(Pr)]^{\frac{1}{2}} \cos^{\frac{1}{2}} \theta,$$

gdzie  $\theta$  jest kątem ostrym pochylenia płyty mierzonym od pionu, a liczby Nusselta i Galileusza zostały zbudowane na długości płyty jako charakterystycznym wymiarze liniowym.

Przypadek kondensacji na dolnej powierzchni płyty poziomej badał eksperymentalnie Popow [3]. Ustalił on zależność kryterialną

$$(Nu)_u = 0,149 [(Ga)_u(Ja)(Pr)]^{\frac{1}{2}},$$

w której liczby Nusselta i Galileusza zostały zbudowane na podstawie umownego wymiaru liniowego

$$l_u = \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Znana jest również analiza teoretyczna Gerstmann'a i Griffitha [2], potwierdzona ich własnymi badaniami eksperymentalnymi. Aproksymując otrzymane rozwiązanie numeryczne pełnego układu równań różniczkowych opisujących spływ kondensatu, otrzymali oni zależność, którą można sprowadzić do postaci

$$(Nu)_u = 0,69 [(Ar)_u(Ja)(Ga)]^{1/5} \cos^{1/5} \theta$$

dla

$$10^6 < (Ar)_u(Ja)(Ga) \cos \theta < 10^8,$$

oraz

$$(Nu)_u = 0,81 [(Ar)_u(Ja)(Ga)]^{0,193} \cos^{0,193} \theta$$

dla

$$(Ar)_u(Ja)(Ga) \cos \theta > 10^8,$$

gdzie  $\theta$  jest kątem (ostrym) pochylenia płyty mierzonym od pionu, zaś liczby Nusselta i Archimedes'a zostały zbudowane na wymiarze umownym

$$l_u = \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v) \cos \theta} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

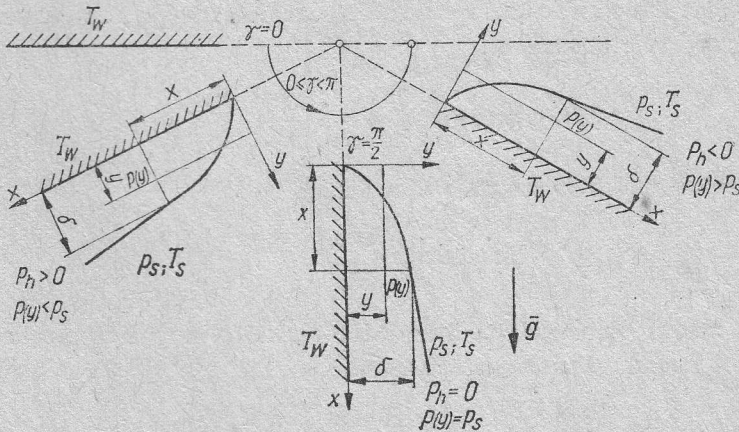
Z powyższego, krótkiego przeglądu zależności kryterialnych dla kondensacji na płycie dowolnie ustawionej w przestrzeni wynika, że brak jest dotychczas przekonywającej i pełnej teorii opisującej kondensację błonową pary nasyconej, gdyż łatwo wykazać, że podane wyżej zależności kryterialne nie stają się tożsamościami w charakterystycznych położeniach płyty. Niniejsza praca ma za zadanie przedstawienie spójnej i pełnej teorii kondensacji na płycie dowolnie ustawionej względem siły ciężkości.

W pracy, kierując się wywodami Nusselta dotyczącymi kondensacji na płycie pionowej, wyprowadzono zależność kryterialną opisującą kondensację na płycie ukośnie ustawionej względem siły ciężkości. Jednakże, rozszerzając wywody Nusselta, w podanej analizie zastosowano współczynnik uwzględniający kąt pochylenia płyty, co dobitnie uwidacznia wpływ kąta pochylenia płyty na poszczególne wielkości fizyczne ujęte w równaniach.

## 2. Analiza teoretyczna

Teoria Nusselta (wg. [1]) opierała się na następujących założeniach upraszczających:

- spływ kondensatu jest laminarny,
- siły bezwładności można pominąć,
- gradientu ciśnienia nie uwzględnia się,
- nie bierze się pod uwagę wpływu sił kapilarnych (pochodzących od napięcia powierzchniowego),
- prędkości kondensatu przy ściance są równe zeru,
- przepływ ciepła przez warstwę kondensatu odbywa się poprzez przewodzenie ciepła wyłącznie prostopadłe do powierzchni ścianki,
- temperatura na powierzchni rozdziału faz równa się temperaturze nasycenia  $t_s$ ,
- temperatura ścianki  $t_w$  jest stała,
- własności materiałowe kondensatu: gęstość  $\rho_l$ , kinematyczny współczynnik lepkości  $\nu_l$ , ciepło właściwe  $c_{p,l}$ , współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda_l$ , ciepło kondensacji  $r$  są stałe.



Rys. 1. Ciśnienie  $p(y)$  w warstwie kondensatu w zależności od ciśnienia hydrostatycznego  $p_h$  i ciśnienia nasycenia  $p_s$  podczas kondensacji błonowej pary nasyconej na powierzchni płaskiej płyty ukośnie ustawionej względem siły ciężkości

By rozważyć kondensację błonową na powierzchni płaskiej płyty ukośnie ustawionej względem siły ciężkości, a w szczególności na jej dolnej powierzchni, oparto się na założeniach upraszczających wykorzystanych przez Nusselta, lecz z uwzględnieniem gradientu ciśnienia w warstwie kondensatu.

Na rysunku 1 przedstawiono wpływ ciśnienia hydrostatycznego  $p_h$  i ciśnienia nasyce-  
nia  $p_s$  pary kondensującej się na ciśnienie  $p(y)$  panujące w warstwie kondensatu określonej współrzędną  $y$ .

W dowolnym miejscu na płycie, określonym współrzędną  $x$ , gdzie grubość warstwy kondensatu wynosi  $\delta(x)$ , ciśnienie hydrostatyczne, liczone od powierzchni rozdziału faz, dla warstwy kondensatu o współrzędnej  $y$ , przy czym

$$0 \leq y \leq \delta(x),$$

można wyrazić zależnością

$$p_h = (\delta - y)(\rho_l - \rho_v)g \cos \gamma, \quad (1)$$

gdzie  $\rho_l$ ,  $\rho_v$  są gęstościami odpowiednio kondensatu i pary, zaś  $\gamma$  jest kątem pochylenia płyty mierzonym od poziomu. Wówczas ciśnienie  $p(y)$  w warstwie kondensatu wyraża się związkami

$$p(y) = p_s - p_h. \quad (2)$$

Dla kondensacji na dolnej powierzchni płyty ukośnej o położeniu określonym kątem  $\gamma$  z zakresu  $0 \leq \gamma < \pi/2$ , z zależności (1) wynika, że

$$p(y) < p_s,$$

zaś dla położenia płyty określonych kątem  $\gamma$  z zakresu  $\pi/2 < \gamma < \pi$ ,

$$p(y) > p_s.$$

Przedstawiona wyżej zależność (2) ciśnienia  $p(y)$  od bieżącej współrzędnej  $x$  umożliwia rozwiązanie zagadnienia kondensacji na dolnej powierzchni płyty ukośnej oraz uściślenie rozwiązania zagadnienia kondensacji na górnej powierzchni płyty ukośnej.

Przy uprzednich założeniach, równanie ruchu kondensatu (pływu nieściśliwego) w kierunku osi  $x$  przyjmuje postać

$$0 = g \sin \gamma - \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_l \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right).$$

Jego przybliżeniem matematycznym, wobec relacji

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2},$$

dopuszczalnej z racji pominięcia sił bezwładności, które mogłyby powodować zmianę prędkości  $w_x$  w kierunku osi  $x$ , jest równanie

$$0 = g \sin \gamma - \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_l \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (3)$$

opisujące profil prędkości  $w_x(y)$  w warstwie kondensatu.

Wyznaczając gradient ciśnienia  $\partial p/\partial x$  w warstwie kondensatu ze związku (2), po uwzględnieniu zależności (1), jako

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -(\rho_l - \rho_v)g \frac{\partial \delta}{\partial x} \cos \gamma, \quad (4)$$

równanie ruchu kondensatu przyjmuje postać

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} = -\frac{g}{\nu_l} \left( \sin \gamma + \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_l} \frac{\partial \delta}{\partial x} \cos \gamma \right). \quad (5)$$

By z równania (5) wyznaczyć profil prędkości  $w_x(y)$  w warstwie kondensatu, zastąpiono wyrażenie  $\partial \delta/\partial x$  jego wartością średnią  $\overline{\partial \delta/\partial x}$  stałą dla rozpatrywanego odcinka  $l_z$ , na którym narasta warstwa kondensatu, czyli

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} = \overline{\frac{\partial \delta}{\partial x}} = C = \text{const}. \quad (6)$$

Wartość stałej  $C$  zostanie wyznaczona w dalszej analizie. Dla prostoty zapisu wprowadzono oznaczenie

$$\varphi_\gamma = \sin \gamma + C \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_l} \cos \gamma,$$

będące parametrem określającym wpływ kąta pochylenia płyty. Wobec dużej różnicy między gęstością cieczy i pary, tzn.  $\rho_l \gg \rho_v$ , parametr  $\varphi_\gamma$  można zapisać w postaci przybliżonej jako

$$\varphi_\gamma = \sin \gamma + C \cos \gamma. \quad (7)$$

Wówczas równanie różniczkowe opisujące profil prędkości przyjmuje postać

$$\frac{d^2 w_x}{dy^2} = -\frac{g}{\nu_l} \varphi_\gamma. \quad (8)$$

Jako warunki brzegowe przedstawionego tutaj problemu przyjęto:

$$\begin{aligned} \text{dla } y=0, \quad w_x &= 0, \\ \text{dla } y=\delta, \quad \frac{\partial w_x}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Rozwiązaniem równania (8) z warunkami (9) jest profil prędkości  $w_x(y)$  w warstwie kondensatu

$$w_x(y) = \left( \frac{g}{\nu_l} \left( \delta y - \frac{y^2}{2} \right) \right) \varphi_\gamma. \quad (10)$$

Średnia wartość prędkości warstwy kondensatu w stosunku do jego grubości może być określona z zależności

$$\bar{w}_x = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta w_x dy = \frac{1}{3} \frac{g}{\nu_l} \delta^2 \varphi_\gamma.$$

Strumień kondensatu, przypadający na jednostkę szerokości płyty, przechodzący przez przekrój określony współrzędną  $x$ , można przedstawić jako

$$m = \bar{w}_x \rho_l \delta = \frac{1}{3} \frac{g \rho_l}{\nu_l} \varphi_\gamma \delta^3.$$

Zmianę ilości kondensatu na odcinku  $dx$  określono zatem w postaci

$$dm = \frac{\partial m}{\partial \delta} d\delta = \frac{g \rho_l}{\nu_l} \varphi_\gamma \delta^2 d\delta.$$

Powyższy przyrost ilości kondensatu spowodowany jest odprowadzeniem ciepła  $dQ$  z powierzchni płyty o jednostkowej szerokości i długości  $dx$

$$dQ = r dm = \frac{r g \rho_l}{\nu_l} \varphi_\gamma \delta^2 d\delta, \quad (11)$$

gdzie  $r$  oznacza ciepło kondensacji.

Przy przyjętych uprzednio założeniach upraszczających równanie energii spływającego kondensatu ma postać

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = 0, \quad (12)$$

zaś za warunki brzegowe przyjęto:

$$\begin{aligned} \text{dla } y=0, \quad T &= T_w, \\ \text{dla } y=\delta, \quad T &= T_s. \end{aligned} \quad (13)$$

Rozwiązanie równania (12), przy warunkach brzegowych (13),

$$\frac{dT}{dy} = \frac{T_s - T_w}{\delta} \quad (14)$$

pozwała wyznaczyć lokalną wartość współczynnika przyjmowania ciepła jako

$$\alpha = \alpha(x) = \frac{\lambda_l (dT/dy)}{T_s - T_w} = \frac{\lambda_l}{\delta(x)} = \frac{\lambda_l}{\delta}. \quad (15)$$

Wyrażając strumień ciepła  $dQ$  poprzez gęstość strumienia ciepła i powierzchni, otrzymano

$$dQ = q_1 dx = \alpha (T_s - T_w) dx = \frac{\lambda_l}{\delta} (T_s - T_w) dx. \quad (16)$$

Porównując stronami wyrażenia (11) i (16) otrzymano równanie różniczkowe opisujące zmienność grubości warstwy kondensatu ze współrzędną

$$\frac{r g \rho_l}{\nu_l} \varphi_\gamma \delta^2 d\delta = \frac{\lambda_l}{\delta} \Delta T dx, \quad (17)$$

gdzie wprowadzono oznaczenie

$$\Delta T = T_s - T_w. \quad (18)$$



Całkując związek (17) otrzymano równanie

$$\frac{rg \rho_l}{4\lambda_l v_l \Delta T} \varphi_7 \delta^4 = x + C_1. \quad (19)$$

Stałą całkowania  $C_1$  wyznaczono z warunku, że

$$\text{przy } x=0, \delta=0.$$

Wówczas  $C_1=0$ , a z zależności (19) można wyznaczyć lokalną wartość grubości warstwy kondensatu w miejscu o współrzędnej  $x$

$$\delta = \delta(x) = \sqrt[4]{\frac{4\lambda_l v_l \Delta T x}{rg \rho_l \varphi_7}}. \quad (20)$$

Związek (18) pozwala określić lokalną wartość współczynnika przejmowania ciepła jako

$$\alpha = \alpha(x) = \sqrt[4]{\frac{rg \rho_l \lambda_l^3 \varphi_7}{4v_l \Delta T x}}. \quad (21)$$

Średnią wartość współczynnika przejmowania ciepła na długości  $l_s$ , na której narasta warstwa kondensatu, można otrzymać z zależności

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{l_s} \int_0^{l_s} \alpha(x) dx = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{\lambda_l^3 \rho_l rg \varphi_7}{4v_l \Delta T l_s}}. \quad (22)$$

Wprowadzając liczby kryterialne

Nusselta

$$(Nu) = \frac{\bar{\alpha} l_s}{\lambda_l},$$

Galileusza

$$(Ga) = \frac{g l_s^3}{v_l^2},$$

Jakoba

$$(Ja) = \frac{r}{c_{p,l} \Delta T}, \quad (23)$$

Prandtla

$$(Pr) = \frac{v_l}{a_l} = \frac{c_{p,l} \rho_l v_l}{\lambda_l},$$

zależność (22) można przedstawić w postaci

$$(Nu) = 0,943 [(Ga)(Ja)(Pr)]^{\frac{1}{4}} \varphi_7^{\frac{1}{4}}, \quad (24)$$

gdzie parametr  $\varphi_7$  ujmujący wpływ kąta pochylenia płyty, określony jest zależnością (7) za pomocą jeszcze nie znanej stałej  $C$ , zdefiniowanej zależnością (6).

Stałą  $C$  można wyznaczyć poprzez następujące uśrednienie

$$C = \frac{\overline{d\delta}}{dx} = \frac{1}{l_z} \int_0^{l_z} \frac{d\delta}{dx} dx = \frac{1}{l_z} \delta \Big|_0^{l_z}. \quad (25)$$

Podstawiając do zależności (25) związek (20), opisujący lokalną grubość  $\delta(x)$  warstwy kondensatu, po podstawieniu granic całkowania i wykorzystaniu liczb kryterialnych (23), ostatecznie otrzymuje się wartość stałej  $C$  jako

$$C = 4^{\frac{1}{2}} [(Ga)(Ja)(Pr)]^{-\frac{1}{2}} \varphi_\gamma^{-\frac{1}{2}}. \quad (26)$$

W zależnościach (24) i (26) liczby Nusselta i Galileusza zbudowane są na zastępczej długości  $l_z$  płyty, jako charakterystycznym wymiarze liniowym płyty ukośnej. Jako wymiar zastępczy  $l_z$  dla płyty ukośnej o długości  $l$ , odchylonej od poziomu o kąt  $\gamma$  można przyjąć

$$l_z = \sqrt{(l \sin \gamma)^2 + l_0^2}, \quad (27)$$

gdzie  $l_0$  jest odległością między dwoma sąsiednimi miejscami oderwania kondensatu od płyty poziomej — czyli charakterystycznym wymiarem liniowym dla płyty ustawionej poziomo.

Dobrym przybliżeniem określającym rozmiar  $l_0$  jest, według [2], zależność

$$l_0 = 2\pi l_u, \quad (28)$$

gdzie umowny wymiar charakterystyczny  $l_u$  dla kondensacji zbudowany jest na podstawie własności fizycznych płynu, a mianowicie

$$l_u = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}}. \quad (29)$$

Wprowadzając współczynnik  $\varphi_l$ , zdefiniowany jako stosunek

$$\varphi_l = \frac{l_z}{l_u} = \sqrt{\left(\frac{l}{l_u} \sin \gamma\right)^2 + \left(\frac{l_0}{l_u}\right)^2}, \quad (30)$$

oraz liczby kryterialne zbudowane na umownym wymiarze charakterystycznym, tzn. liczba Nusselta

$$(Nu)_u = \frac{\alpha l_u}{\lambda_l},$$

liczba Galileusza

$$(Ga)_u = \frac{g l_u^3}{\nu_l^2}, \quad (31)$$

zależność kryterialną (24) i związek (26) można przedstawić jako

$$(Nu)_u = 0,943 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{2}} \varphi_\gamma^{\frac{1}{2}} \varphi_l^{-\frac{1}{2}}, \quad (32)$$

gdzie

$$\varphi_\gamma = \sin \gamma + C \cos \gamma,$$

a

$$C = 4^{\frac{1}{2}} [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{-\frac{1}{2}} \varphi_\gamma^{-\frac{1}{2}} \varphi_l^{-\frac{1}{2}}. \quad (33)$$

Szczególnymi przypadkami zależności kryterialnej (32) są przypadki dotyczące płyty ustawionej poziomo i pionowo.

Dla płyty poziomej z kondensacją na dolnej powierzchni mamy

$$\gamma = 0, \quad \varphi_\gamma = C, \quad \varphi_l = 2\pi,$$

zaś

$$C = 4^{1/5} [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{-1/5} \varphi_l^{-3/5}.$$

Stąd

$$(Nu)_{u, \text{poziom}} = 0,485 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{1/5}. \quad (34)$$

Dla płyty pionowej mamy

$$\gamma = \pi/2, \quad \varphi_\gamma = 1, \quad \varphi_l \cong l/l_u, \quad \text{gdy } l \gg l_0,$$

stąd

$$(Nu)_{u, \text{pion}} = 0,943 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{2}} \varphi_l^{-\frac{1}{2}} \quad (35)$$

albo też, opierając się na długości płyty jako charakterystycznym wymiarze liniowym,

$$(Nu)_{u, \text{pion}} = 0,943 [(Ga) (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{2}}. \quad (36)$$

### 3. Porównanie podanej teorii z badaniami eksperymentalnymi

Przedstawioną powyżej teorię kondensacji pary nasyconej na płaskiej płycie ukośnie ustawionej względem siły ciężkości zweryfikowano na podstawie badań eksperymentalnych podanych w [2]. W pracy tej podano pełny opis stanowiska badawczego, użytej aparatury oraz wyniki badań. W tym miejscu ograniczono się jedynie do najistotniejszych informacji.

Para nasycona czynnika chłodniczego, freonu R-113, stykała się z powierzchnią pomiarową chłodzoną od wewnątrz wodą, skraplając się na niej.

Powierzchnia pomiarowa w postaci płaskiej płyty posiadała możliwość ustawienia pod dowolnym kątem względem siły ciężkości.

Strumień odbieranego ciepła regulowano różnicą temperatury (od 5 do 45°C) między stałą temperaturą nasycenia 48,0 ± 0,3°C pary freonu a zmienną temperaturą wody chłodzącej.

Można tu nadmienić za pracą [2], że przykładowo w temperaturze nasycenia 48,0°C dla freonu R-113 gęstość cieczy i pary wynoszą odpowiednio  $\rho_l = 1510 \text{ kg/m}^3$  i  $\rho_v = 11 \text{ kg/m}^3$ , a zatem jest spełniony warunek

$$\rho_l \gg \rho_v.$$

Liczba Prandtla dla ciekłego freonu R-113 w temperaturze nasycenia wynosiła  $(Pr) = 5,7$ , zaś w czasie badań zakres zmienności liczby Jakoba wynosił

$$4,1 \leq (Ja) \leq 46,2,$$

a liczby Galileusza, zbudowanej na podstawie umownego wymiaru charakterystycznego dla kondensacji

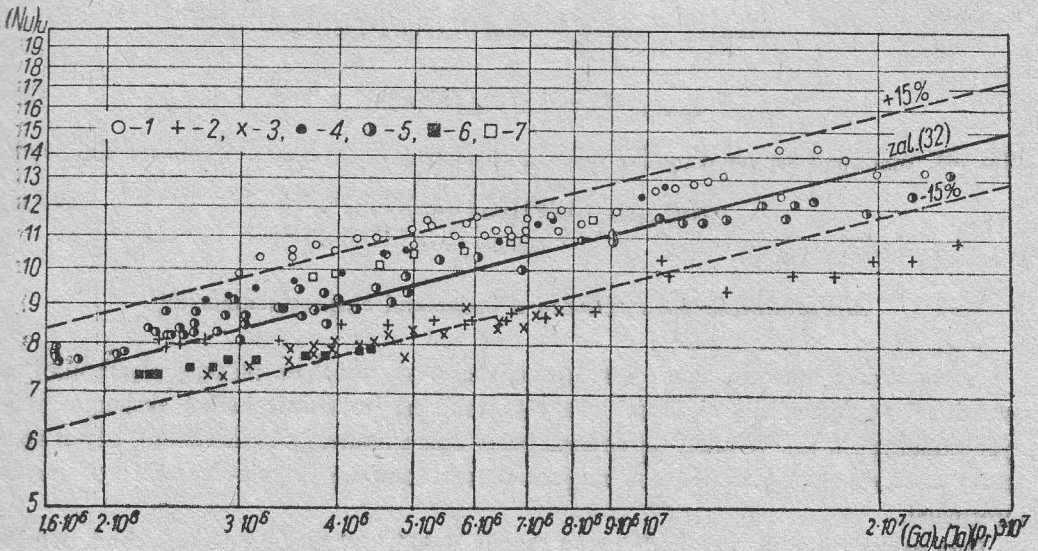
$$7,25 \cdot 10^4 \leq (Ga)_u \leq 9,55 \cdot 10^4.$$

Iloczyn liczb kryterialnych  $(Ga)_u (Ja) (Pr)$  w czasie badań zmieniał się w zakresie

$$2,24 \cdot 10^6 \leq (Ga)_u (Ja) (Pr) \leq 2,48 \cdot 10^7.$$

Autorzy pracy [2] oszacowali maksymalny błąd swoich badań, który odniesiony do liczby Nusselta nie przekraczał  $\pm 10\%$ .

Wyniki opisanych wyżej badań kondensacji błonowej dla dolnej powierzchni płaskiej nachylonej pod wybranymi kątami  $2,75^\circ, 5^\circ, 7,5^\circ, 11,5^\circ, 21^\circ, 63,5^\circ$  i  $90^\circ$  (licząc od poziomu) przedstawiono na rysunku 2 w układzie współrzędnych  $(Nu)_u - (Ga)_u (Ja) (Pr)$ , przy czym



Rys. 2. Wyniki badań kondensacji błonowej dla dolnej powierzchni płaskiej płyty nachylonej pod wybranymi kątami (mierząc od poziomu)

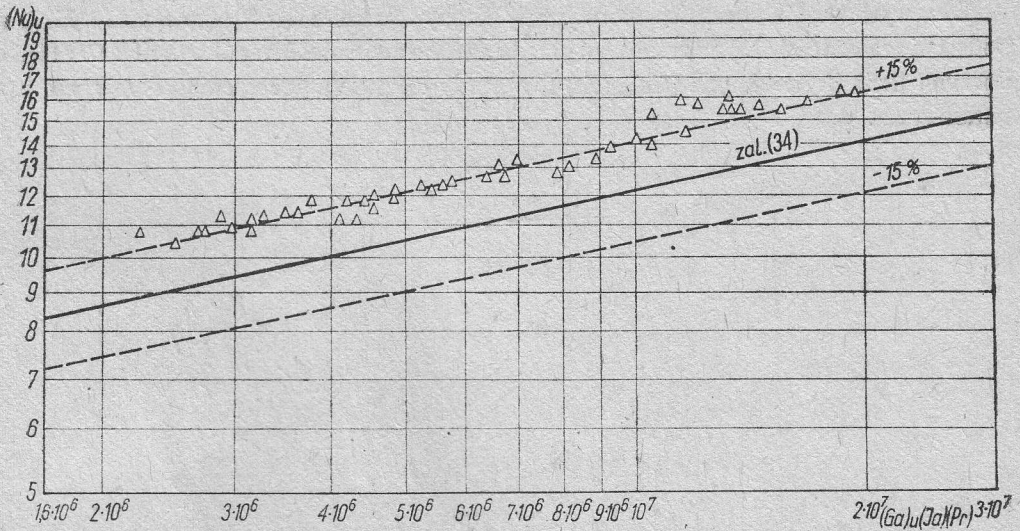
1 -  $2,75^\circ$ , 2 -  $7,5^\circ$ , 3 -  $21^\circ$ , 4 -  $90^\circ$ , 5 -  $5^\circ$ , 6 -  $11,5^\circ$ , 7 -  $63,50^\circ$

Liczby Nusselta i Galileusza zostały zbudowane na podstawie umownego wymiaru charakterystycznego  $l_u$  dla kondensacji (zależność (29)). Na tym samym wykresie naniesiono linię teoretycznej zależności  $(Nu)_u = f[(Ga)_u (Ja) (Pr)]$ , (zależność (32)), którą w warunkach pomiarowych (długość płyty wynosiła 0,457 m) można aproksymować równaniem

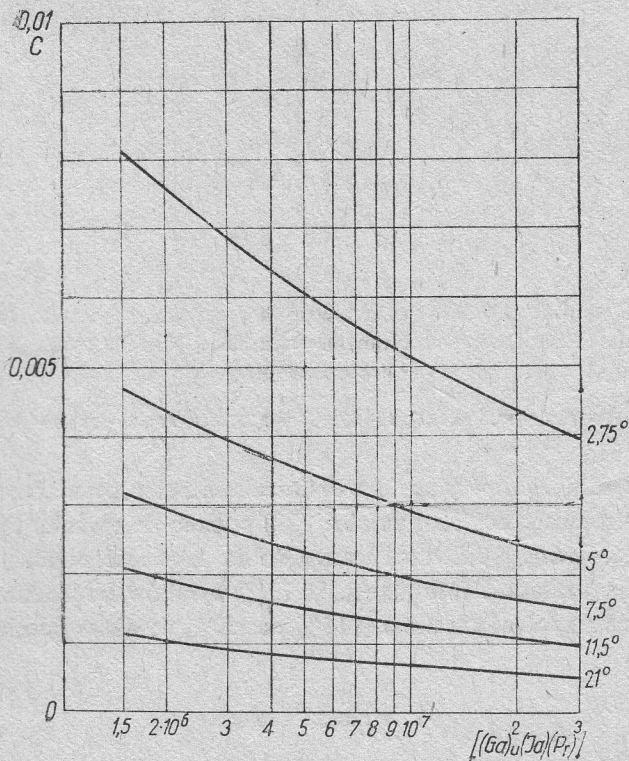
$$(Nu)_u \cong 0,206 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{4}}.$$

Zaznaczono również pole zmienności liczby Nusselta o  $\pm 15\%$ .

Na rysunku 3 przedstawiono wyniki badań kondensacji błonowej dla dolnej powierzchni płyty poziomej, w tym samym co na rysunku 2 układzie współrzędnych. Również na tym wykresie naniesiono linię teoretycznej zależności (zależność (34)) oraz zaznaczono pole zmienności liczby Nusselta o  $\pm 15\%$ .

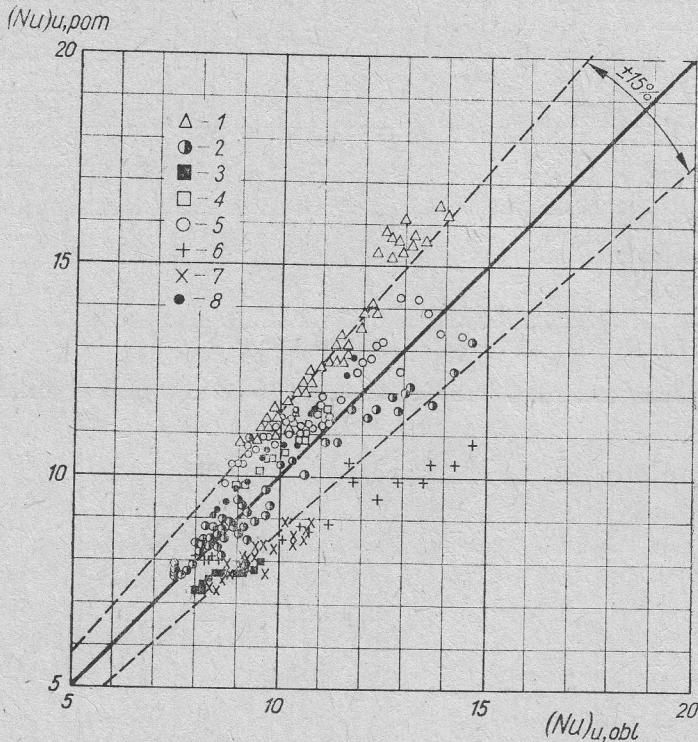


Rys. 3. Wyniki badań kondensacji błonowej dla dolnej powierzchni płaskiej poziomej płyty



Rys. 4. Przebieg zmienności współczynnika  $C$ , opisanego zależnością (33), dla dolnej powierzchni płyty ukośnie ustawionej względem siły ciężkości, w funkcji iloczynu liczb kryterialnych  $(Ga)_u (Ja)(Pr)$  w zależności od kąta pochylenia płyty (mierzonego od poziomu)

Dla wyznaczenia wartości teoretycznej liczby Nusselta  $(Nu)_u$  (zależność (32)), na podstawie zależności (33) na rysunku 4 przedstawiono zmienność współczynnika  $C$  w funkcji iloczynu liczb kryterialnych  $(Ga)_u$   $(Ja)$   $(Pr)$ , przy czym kąt pochylenia płyty  $\gamma$  jest tutaj parametrem.



Rys. 5. Porównanie wyników badań reprezentowanych przez liczbę Nusselta  $(Nu)_{u,pom}$  z wynikami obliczeń według podanej teorii, reprezentowanymi przez liczbę Nusselta  $(Nu)_{u,obl}$ , dla różnych kątów pochylenia płyty

1 -  $0^\circ$ , 2 -  $5^\circ$ , 3 -  $11,5^\circ$ , 4 -  $63,5^\circ$ , 5 -  $2,75^\circ$ , 6 -  $7,5^\circ$ , 7 -  $21^\circ$ , 8 -  $90^\circ$

Porównanie wyników eksperymentu z obliczeniami przeprowadzonymi według wyprowadzonej teoretycznie zależności kryterialnej (32) podano na rysunku 5 w układzie współrzędnych  $(Nu)_{u,pom} - (Nu)_{u,obl}$ . Zwraca uwagę dobra zgodność podanej teorii z eksperymentem. Można ją uzasadnić informacją, iż 73% wyników pomiarowych nie różni się od wyników teoretycznych więcej niż o  $\pm 15\%$ , zaś 50% wyników pomiarowych o  $\pm 10\%$ .

#### 4. Wnioski końcowe

Dla zjawiska kondensacji błonowej na płycie ustawionej pod dowolnym kątem względem siły ciężkości, opierając się na założeniach teorii Nusselta, lecz z uwzględnieniem gradientu ciśnienia w warstwie kondensatu, wyprowadzono teoretyczną, ogólną zależność

kryterialną opisującą to zjawisko

$$(Nu)_u = 0,943 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{4}} \varphi_\gamma^{\frac{1}{2}} \varphi_l^{-\frac{1}{2}},$$

gdzie

- parametr uwzględniający kąt pochylenia płyty

$$\varphi_\gamma = \sin \gamma + C \cos \gamma,$$

- współczynnik będący miarą gradientu ciśnienia

$$C = 4^{\frac{1}{4}} [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{-\frac{1}{4}} \varphi_\gamma^{-\frac{1}{2}} \varphi_l^{-\frac{1}{2}},$$

- współczynnik uwzględniający długość płyty  $l$

$$\varphi_l = \left[ \left( \frac{l}{l_u} \sin \gamma \right)^2 + (2\pi)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Liczby kryterialne Nusselta i Galileusza są tutaj zbudowane na podstawie umownego wymiaru charakterystycznego dla kondensacji

$$l_u = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}}.$$

Tak dobrany wymiar charakterystyczny, przy wskazanym uprzednio doborze współczynnika  $\varphi_l$  uwzględniającego długość płyty spowodował, że pomijając kąty znikomo małe, praktycznie biorąc rzędu  $\pi/180^\circ$  (płyta nieznacznie odchyłona od poziomu), dla odpowiednio dużych płyt, ogólną zależność kryterialną można sprowadzić do postaci

$$(Nu)_u = 0,943 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{4}} \cdot (l/l_u)^{-\frac{1}{4}}.$$

Szczególnym przypadkiem ogólnej zależności kryterialnej jest przypadek dotyczący kondensacji na dolnej powierzchni poziomej płyty. Jest on opisany zależnością

$$(Nu)_u = 0,485 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{4}}.$$

Przyjmując, że gradient ciśnienia w warstwie kondensatu jest równy zeru, tzn. współczynnik  $C=0$ , podana uprzednio ogólna zależność kryterialna sprowadza się do wyniku dla przypadku rozwiązanego przez Nusselta (i dotyczącego kondensacji na górnej powierzchni płyty pochylonej)

$$(Nu)_u = 0,943 [(Ga)_u (Ja) (Pr)]^{\frac{1}{4}} \cdot (l/l_u)^{-\frac{1}{4}} \sin^{\frac{1}{2}} \gamma,$$

przy czym kąt  $\gamma$  zawarty jest w granicach

$$\pi/2 \leq \gamma < \pi$$

Kąt  $\pi/2$  odpowiada pionowemu położeniu płyty, zaś kąt  $\pi$  – poziomemu.

Reasumując można twierdzić, że ogólna zależność kryterialna, wyprowadzona teoretycznie z uwzględnieniem gradientu ciśnienia w warstwie kondensatu, dotycząca wymiany ciepła przy kondensacji błonowej, stanowi uściślenie teorii Nusselta na przypadki kondensacji na górnej powierzchni płyty ukośnie ustawionej względem siły ciężkości. Jednocześnie

stanowi ona rozszerzenie tej teorii na przypadki kondensacji na dolnej powierzchni płyty poziomej i ustawionej ukośnie względem siły ciężkości.

Wyniki badań eksperymentalnych tego zjawiska dobrze potwierdzają podaną zależność kryterialną.

Praca wpłynęła do Redakcji w styczniu 1979 r.

### Literatura

- [1] J. Madejski, *Teoria wymiany ciepła*. PWN, Warszawa-Poznań 1963.
- [2] J. Gerstmann, P. Griffith, *The Effect of Surface Instabilities on Laminar Film Condensation*. Massachusetts Institute of Technology, Technical Report No. 5050 - 36, September 30, 1965.
- [3] W. D. Popow, *O ciepłotdazce pri kondensacii para na gorizontalnoj powierzchni*. Trudy KTIPP im. A. T. Mikojana, 1951.

### Конденсация насыщенного пара на плите установленной наискось по отношению к силе тяжести

#### Резюме

Вводится теоретическая критериальная зависимость описывающая явления пленочной конденсации возникающей на верхней и нижней поверхностях плиты установленной под произвольным углом по отношению к силе тяжести. Опирались при этом на предпосылках теории Нуссельта, но с учетом градиента давления в пленке конденсата. Представленная критериальная зависимость представляет собой расширение теории Нуссельта на случаи конденсации происходящей на верхней поверхности плиты поставленной наискось по отношению к силе тяжести. Распространяет она также эту теорию на случаи конденсации происходящие на нижней поверхности горизонтальной плиты и установленной наискось по отношению к силе тяжести.

### Condensation of Saturated Vapor on an Arbitrarily Inclined Plate

#### Summary

A theoretical correlation has been derived that describes the phenomenon of film condensation occurring on the upper and lower surface of an inclined plate. Assumptions of the Nusselt's theory have been applied to the problem, with the pressure gradient in the condensate layer taken additionally into consideration. The correlation defines accurately the Nusselt's theory for the condensation on the upper surface of a plate set up obliquely to the force of gravity. It extends also that theory to the condensation occurring on the lower surface of a horizontal plate or one set up obliquely to the force of gravity.