

P O L S K A A K A D E M I A N A U K
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

87

WARSZAWA - POZNAŃ 1984

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with/special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY - CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1984

Printed in Poland

ISBN 83-01-05677-0

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300 + 90 egz.	Oddano do składania 30 XI 1983 r.
Ark. wyd. 10,25. druk. 9,5	Podpisano do druku 3 IX 1984 r.
Pap. druk. sat. kl. V, 70 g, 70 × 100	Druk ukończono we wrześniu 1984 r.
Cena zł 120,-. A-12/542.	Zamówienie nr 160/36.

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

CEZARY ORLIKOWSKI

Gdańsk

Zastosowanie modeli sieciowych i liczb strukturalnych do analizy układów hydraulicznych. Część II*

W pracy rozważa się możliwość zastosowania metody modeli sieciowych i liczb strukturalnych do analizy układów hydraulicznych. W pierwszej części pracy [4] przedstawiono możliwości i ograniczenia bezpośredniego przeniesienia metody na nowy obszar zastosowań. W niniejszej, drugiej części, zaprezentowano zmodyfikowaną metodę bardziej odpowiednią do topologicznej analizy układów hydraulicznych.

1. Wstęp

W pierwszej części pracy [4] przedstawiono sposób bezpośredniego zastosowania metody modeli sieciowych i liczb strukturalnych do analizy układów hydraulicznych. Ze względu na konieczność zastosowania modeli sieciowych ze źródłami sterowanymi pojawiają się jednak wówczas pewne trudności w konstruowaniu modelu sieciowego dla złożonych układów hydraulicznych oraz trudności związane ze złożonością algorytmu obliczeń. Zmniejsza to wydatnie efektywność metody.

W tej części pracy podjęto próbę zmodyfikowania metody, celem lepszego jej zastosowania do analizy układów hydraulicznych.

W pierwszej kolejności omówiono sposób uproszczenia algorytmu działań nad grafem modelu sieciowego. Dla osiągnięcia tego celu wprowadza się do analizy układów hydraulicznych:

- prosty model sieciowy (ze źródłami sterowanymi),
- bazowy rozkład liczby strukturalnej na czynniki pierwsze jednowierszowe.

Następnie, w celu zmniejszenia nakładu pracy związanego z ustaleniem schematu zastępczego (gdyż wiele elementów hydraulicznych nie ma prostego przedstawienia w schemacie sieciowym), stosuje się model topologiczny w postaci hipersieci [2]. Model ten umożliwi formalizację konstruowania prostego modelu sieciowego dla złożonych układów hydraulicznych.

W niniejszej pracy – podobnie jak w części pierwszej [4] – przedstawiono wyniki zawarte w rozprawie doktorskiej autora [3].

* Praca wykonana w ramach Programu Rządowego PR-8 pt.: „Kompleksowy rozwój energetyki”, kierunek 6.

2. Uproszczenie algorytmu działań nad grafem modelu sieciowego

W pierwszej części pracy [4] rozważano analizę układów hydraulicznych z zastosowaniem modelu sieciowego S' ze źródłami sterowanymi. Obecnie interesować nas będzie szczególna postać modelu — prosty model sieciowy S'_p .

Prostym modelem sieciowym S'_p nazywano taki model S' , w którym wszystkie gałęzie $k \in K$ jego grafu

$$\Gamma = \langle \theta, K, P \rangle$$

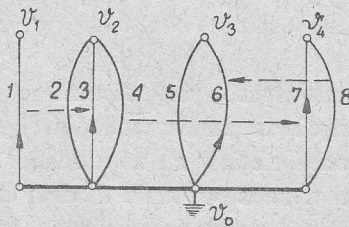
są incydentne z wierzchołkiem odniesienia $v_0 \in \theta$ (K — zbiór gałęzi grafu, θ — zbiór wierzchołków grafu). Innymi słowy relacja

$$P \subset \theta \times \theta \times K,$$

oprócz własności określonych dla modelu S' , musi w tym przypadku posiadać dodatkowo własność

$$\bigwedge_{k \in K} \langle v_1, v_2, k \rangle \in P \Rightarrow v_1 = v_0 \text{ lub } v_2 = v_0.$$

Na rysunku 1 pokazano przykład prostego modelu sieciowego ze źródłami sterowanymi.



Rys. 1. Prosty model sieciowy

Elementy modelu S'_p , a więc człony bilateralne i źródła sterowane można opisać, analogicznie jak w modelu S' , w postaci abstrakcyjnej

$$r' = \langle \langle v_1, v_2, k_1 \rangle, \langle v_3, v_4, k_2 \rangle \rangle, \quad (1)$$

gdzie

$$r' \in P' \subset P \times P, \quad r' = \langle r_1, r_2 \rangle, \\ r_1 = \langle v_1, v_2, k_1 \rangle \in P, \quad r_2 = \langle v_3, v_4, k_2 \rangle \in P$$

i k_1 oznacza gałąź sterowaną, a k_2 — gałąź sterującą.

Jak stwierdzono w pierwszej części [4], w przypadku układów hydraulicznych na ogół mamy do czynienia właśnie z prostym modelem sieciowym. Model sieciowy nie będący prostym modelem sieciowym można przekształcić do tej szczególnej postaci. Mianowicie każdy element (1), dla którego jest

$$v_1, v_2, v_3, v_4, \neq v_0, \quad \varphi'_g(r') = g$$

można zastąpić czterema elementami spełniającymi warunki prostego modelu sieciowego

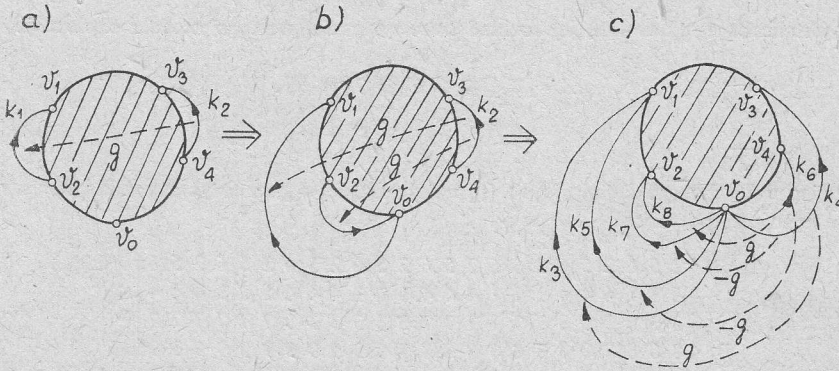
$$r'_1 = \langle \langle v_1, v_0, k_3 \rangle \langle v_3, v_0, k_4 \rangle \rangle \text{ i } \varphi'_g(r'_1) = g,$$

$$r'_2 = \langle \langle v_1, v_0, k_5 \rangle \langle v_4, v_0, k_6 \rangle \rangle \text{ i } \varphi'_g(r'_2) = -g,$$

$$r'_3 = \langle \langle v_2, v_0, k_7 \rangle \langle v_3, v_0, k_4 \rangle \rangle \text{ i } \varphi'_g(r'_3) = -g,$$

$$r'_4 = \langle \langle v_2, v_0, k_8 \rangle \langle v_4, v_0, k_6 \rangle \rangle \text{ i } \varphi'_g(r'_4) = g,$$

gdzie funkcja $\varphi'_g: P' \rightarrow G$ przyporządkowuje elementom $r' \in P'$ admittance $g \in G$. Wynika to z równoważności układów a) i c) przedstawionych na rysunku 2.



Rys. 2. Przekształcenie modelu sieciowego w prosty model sieciowy

W dalszej części pracy przedstawiono sposób bezpośredniego otrzymywania prostego modelu sieciowego dla układów hydraulicznych. Obecnie wykaże się, że stosując takie modele sieciowe można uprościć działania na odpowiadających im liczbach strukturalnych. W tym celu konieczne jest zastosowanie bazowego rozkładu liczby strukturalnej na czynniki pierwsze.

Bazowym rozkładem liczby strukturalnej A na czynniki pierwsze jednowierszowe nazwano taki rozkład

$$A = T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_{n-1}, \quad (2)$$

w którym żaden czynnik T_i ($i=1, \dots, n-1$) nie jest zbiorem gałęzi incydentnych z wierzchołkiem odniesienia v_0 grafu $\Gamma=(A)$, gdzie n jest liczbą wierzchołków w Γ .

Następujące własności liczby strukturalnej prostego modelu sieciowego umożliwiają uproszczenie obliczania pochodnych algebraicznych i funkcji jednoczesności.

Własność 1: Czynniki pierwsze, jednowierszowe bazowego rozkładu liczby strukturalnej, której obrazem graficznym jest graf prostego modelu sieciowego, są zbiorami rozłącznymi. Własność ta wynika wprost z definicji rozkładu bazowego liczby strukturalnej oraz z definicji prostego modelu sieciowego.

Własność 2: Pochodna algebraiczna $\partial A / \partial k$ liczby strukturalnej A o rozkładzie bazowym (2) jest równa iloczynowi $n-2$ czynników pierwszych rozkładu bazowego, z pominięciem tego T_i ($i=1, \dots, n-1$), dla którego zachodzi $k \in T_i$. Powyższa własność wynika z interpretacji graficznej pochodnej algebraicznej liczby strukturalnej [1], której obrazem jest dany graf. Mianowicie, pochodna algebraiczna względem gałęzi k jest równa

liczbie strukturalnej, której obrazem geometrycznym jest graf ze zwartą gałęzią k . Uwzględniając dodatkowo fakt rozłączności zbiorów będących czynnikami pierwszymi rozkładu bazowego otrzymuje się uzasadnienie własności 2. W dwóch szczególnych przypadkach nie jest jednak możliwa interpretacja graficzna pochodnej algebraicznej. Mianowicie, gdy nie istnieje T_i , dla którego $k \in T_i$ oraz, gdy A jest jednowierszowa, czyli $A = T$, a zarazem $k \in T$. W pierwszym przypadku $\partial A / \partial k = 0$, w drugim $\partial A / \partial k = 1$.

Przykład

Dana jest liczba strukturalna (jej rozkład bazowy) grafu prostego modelu sieciowego

$$A = [1 \ 4][2 \ 5 \ 6][3 \ 7][8 \ 9]. \quad (3)$$

Należy obliczyć $\frac{\partial^2 A}{\partial 1 \partial 2}$.

Postępując według reguł definicyjnych [1] należy najpierw pomnożyć czynniki pierwsze i badać liczbę w następującej postaci:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 & 1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 & 1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \end{bmatrix}.$$

Otrzymujemy

$$\frac{\partial A}{\partial 1} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 & 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial 1 \partial 2} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 3 & 7 \\ 8 & 8 & 9 & 9 \end{bmatrix}.$$

Natomiast wykorzystując własność 2 można badać liczbę strukturalną w postaci (3). Wówczas mamy

$$\frac{\partial A}{\partial 1} = [2 \ 5 \ 6][3 \ 7][8 \ 9]$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial 1 \partial 2} = [3 \ 7][8 \ 9]$$

Obliczanie pochodnej algebraicznej sprowadzono więc w ten sposób do badania zbioru o liczności $\prod_{i=1}^{n-1} \bar{T}_i$. Stosowanie definicyjnych reguł wymaga badania zbioru o liczności $(n-1) \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \bar{T}_i$ (\bar{T}_i — liczność zbioru T_i).

Następująca własność liczby strukturalnej grafu prostego modelu sieciowego pozwala uprościć obliczanie funkcji jednoczesności występujących we wzorach (25) w [4].

Własność 3: Jeśli obrazem geometrycznym liczby strukturalnej A jest graf prostego modelu sieciowego, to funkcja jednoczesności $\text{sim}(A_{\alpha_1 \dots \alpha_k}, A_{\beta_1 \dots \beta_k})$ jest różna od zera wtedy i tylko wtedy, gdy $A_{\alpha_1 \dots \alpha_k} = A_{\beta_1 \dots \beta_k}$. Tę własność można wykazać na podstawie własności 1 i 2.

Przykład

Weźmy pod uwagę ponownie liczbę strukturalną z ostatniego przykładu. Załóżmy, że $\alpha_1=1$, $\alpha_2=2$, $\beta_1=4$, $\beta_2=5$. Należy obliczyć $B=A_{\alpha_1\alpha_2} \cap A_{\beta_1\beta_2}$ (patrz wzory 26 i 27 w [4])

$$A_{\alpha_1\alpha_2} = [3 \ 7] [8 \ 9], \quad A_{\beta_1\beta_2} = [3 \ 7] [8 \ 9].$$

$$A_{\alpha_1\alpha_2} = A_{\beta_1\beta_2} = [3 \ 7] [8 \ 9]$$

Założmy teraz, że $\alpha_1=1$, $\alpha_2=2$, $\beta_1=4$, $\beta_2=3$

$$A_{\alpha_1\alpha_2} = [3 \ 7] [8 \ 9], \quad A_{\beta_1\beta_2} = [2 \ 5 \ 6] [8 \ 9],$$

więc w tym przypadku

$$A_{\alpha_1\alpha_2} \cap A_{\beta_1\beta_2} = 0.$$

Wykorzystując własność 3 nie zachodzi więc potrzeba przeszukiwania zbiorów $A_{\alpha_1} \dots \alpha_k$ i $A_{\beta_1 \dots \beta_k}$ w celu obliczenia przekroju B tych zbiorów.

3. Hipersieć układu hydraulicznego

Budowa modelu sieciowego złożonego układu wymaga pewnego nakładu pracy, co uwidacznia się szczególnie gdy zachodzi potrzeba zastosowania schematów zastępczych ze źródłami sterowanymi. Wynika to przede wszystkim stąd, iż model sieciowy na ogół nie jest zgodny ze strukturą układów nieelektrycznych i jego konstruowanie wymaga dodatkowych operacji. W związku z tym będzie teraz zaproponowany inny model topologiczny, odpowiedni do odwzorowania układów hydraulicznych. Modelem tym będzie hipersieć, której topologia będzie zgodna z topologią badanych układów. Ponadto będzie on umożliwiawał sformalizowaną konstrukcję prostego modelu sieciowego, który będzie podstawą do analizy układów hydraulicznych metodą liczb strukturalnych. Proces analizy układów z zastosowaniem hipersieci będzie przebiegać następująco:

- określenie założeń upraszczających,
- konstruowanie hipersieci układu,
- konstruowanie prostego modelu sieciowego,
- wykonanie działań nad prostym modelem sieciowym.

Teraz omówimy pojęcia związane z hipersiecią układów hydraulicznych. Złożony układ fizyczny można podzielić na człony składowe. Miejsca podziału są miejscami wzajemnych oddziaływań i nazywa się je wrotami energetycznymi. We wrotach energetycznych wyróżnia się pary wielkości fizycznych x i y , gdzie x – wielkość wierzchołkowa, y – wielkość przepływowa. Człon posiadający n wrót energetycznych (n -wrotnik) może być więc scharakteryzowany przez $2n$ zmiennych. Posiada on opis admitancyjny, gdy istnieje równanie

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

oraz opis impedancyjny, gdy istnieje jego opis w postaci

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad (5)$$

gdzie G jest macierzą admitancyjną, zaś R – macierzą impedancyjną.

Człon posiadający n wrotów energetycznych będzie nazywany członem węzłowym, gdy spełnione są następujące warunki:

$$x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_n(t) \neq \text{const}, \quad n \geq 1. \quad (6)$$

Człony, dla których zachodzi

$$x_1(t) \neq x_2(t) \neq \dots \neq x_n(t) \neq \text{const}, \quad n \geq 1, \quad (7)$$

będą nazywane członami przekształcającymi. Oprócz członów węzłowych i przekształcających nie wyróżnia się innych członów. Tak więc dla odwzorowania układów w hiper sieci nie interesują nas np. człony, dla których zachodzi

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \text{const}, \\ x_2(t) &= \text{const}, \\ &\vdots \\ x_n(t) &= \text{const}. \end{aligned} \quad (8)$$

Przedstawiając graficznie człony (węzłowe i przekształcające) w postaci kontynuów dwuwymiarowych z wyróżnionymi punktami reprezentującymi wrota energetyczne, można układ przedstawić w postaci hipergrafu Γ_H

$$\Gamma_H = \langle \theta, H, P_H \rangle, \quad (9)$$

gdzie θ jest zbiorem jego wierzchołków, H — zbiorem hipergałęzi, zaś P_H — relacją

$$P_H \subset \bigcup_{\tau=1}^{\infty} (\theta^{\tau} \times H), \quad (10)$$

przy czym θ^{τ} jest to τ -krotny produkt kartezyjański zbioru θ . Relacja P_H powinna posiadać własności gwarantujące spójność hipergrafu, a każdy wierzchołek $v \in \theta$ winien być incydentny co najwyżej z dwoma hipergałęziami, a także wszystkie hipergałęzie $\eta \in H$ winny być wyłącznie hiperkrawędziami lub hiperpętlami.

Ponieważ wierzchołki $v \in \theta$ reprezentują wrota energetyczne należy im przyporządkować pary wielkości fizycznych x, y

$$\varphi_{x,y}: \theta \rightarrow X \times Y. \quad (11)$$

Własności członów reprezentowanych przez hipergałęzie $\eta \in H$ określone są przez przypisane im macierze admitancyjne $G \in \mathcal{E}_G$ lub impedancyjne $Z \in \mathcal{E}_Z$

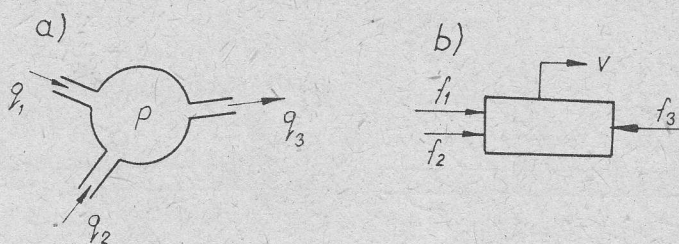
$$\psi: H \rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}_G \cup \mathcal{E}_Z. \quad (12)$$

Trójka uporządkowana

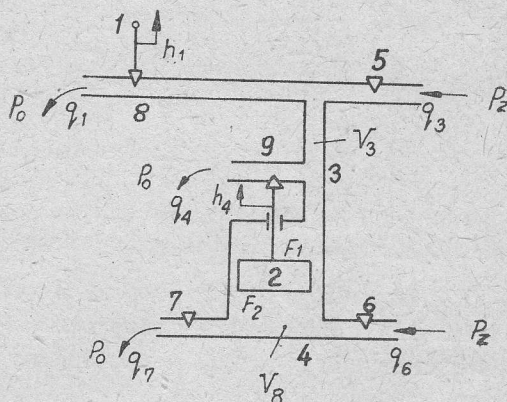
$$S_H = \langle \Gamma_H, \varphi_{x,y}, \psi \rangle \quad (13)$$

będzie nazywana hipersiecią układu. Przyporządkowanie wielkości fizycznych wrotom energetycznym musi się odbyć według ustalonych reguł określania znaków (zorientowania) tych wielkości. Wśród sygnałów wierzchołkowych występują wielkości skalarne (ciśnienie, potencjał elektryczny) oraz wielkości wektorowe (prędkość kątowna, prędkość liniowa). Przed przystąpieniem do analizy należy dla wielkości wektorowych ustalić zwroty, które

będą traktowane jako dodatnie. Natomiast odnośnie do dodatnich zwrotów wielkości przepływowych przyjmujemy umowę, iż za dodatnie będą uważane te zwroty sygnałów przepływowych, których wzrost pociąga za sobą wzrost sygnału wierzchołkowego w odpowiednim członie węzłowym. Przykładowo, dla hydraulicznego członu węzłowego z rysunku



Rys. 3. Ilustracja zasady określania znaku wielkości przepływowych



Rys. 4. Fragment układu hydraulicznego

3a natężenia przepływu q_1 i q_2 mają zwroty dodatnie, zaś q_3 ma zwrot ujemny; dla mechanicznego członu węzłowego z rysunku 3b siły f_1 i f_2 mają zwroty dodatnie, zaś f_3 ma zwrot ujemny.

Sposób postępowania przy konstruowaniu hipersieci (hipergrafu) układu hydraulicznego obrazuje poniższy przykład.

Przykład

Należy wyznaczyć hipersieć układu z rysunku 4. Konstruowanie hipersieci rozpoczynamy od wyszczególnienia członów węzłowych występujących w tym układzie. Ponieważ dla tych członów spełnione są równania (6), to członami tymi są zbiory punktów (obszary) układu charakteryzujące się zmienną w czasie, lecz tą samą wartością x we wszystkich punktach. Dla rozważanego układu wyróżniamy następujące człony węzłowe (zakreskowane na rys. 5a):

- η_1 — suwak: zbiór punktów o prędkości u_1 .
- η_2 — tłok: zbiór punktów o prędkości u_2 ,
- η_3 — I komora z cieczą: zbiór punktów o ciśnieniu p_1 ,
- η_4 — II komora z cieczą: zbiór punktów o ciśnieniu p_2 ,

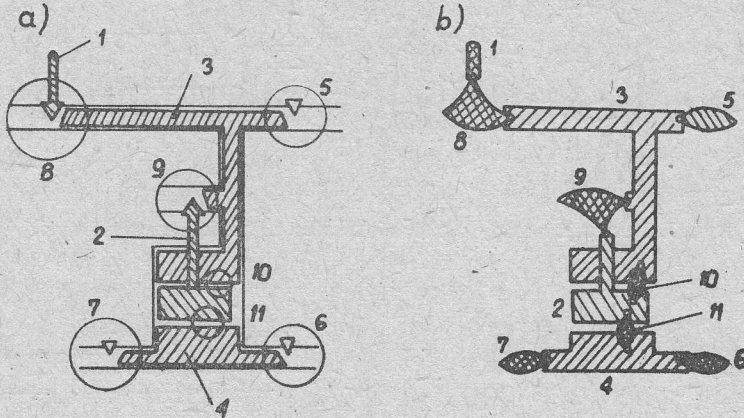
oraz następujące człony przekształcające (oznaczone kołami na rys. 5a):

η_5, η_6, η_7 — rezystancje hydrauliczne,

η_8, η_9 — rezystancje hydrauliczne sterowane przemieszczeniem,

η_{10}, η_{11} — człony przekształcające energię ruchu posuwistego na energię płynu i odwrotnie.

Uwaga: objętości cieczy o ciśnieniu $p_0 = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ nie należą do członów węzłowych (ani do przekształcających), gdyż z założenia wartości tych sygnałów wierzchołkowych są stałe w czasie (porównaj (8)).



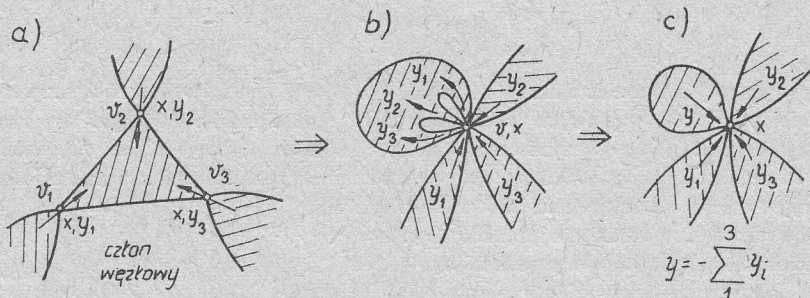
Rys. 5. Konstruowanie hipergrafu układu z rys. 4

Hipergraf układu przedstawiono na rysunku 5b. Wierzchołki reprezentujące wrota energetyczne symbolizują miejsca oddziaływań między członami węzłowymi i przekształcającymi.

W dalszym ciągu rozważane są nadal wyłącznie układy posiadające opis admitancyjny. Można jednak zauważyć, że człony węzłowe nie posiadają opisu admitancyjnego. Mianowicie, człon taki (n -wrotnik, $n > 1$) opisany jest n równaniami

$$\frac{1}{g} \sum_{i=1}^n y_i = x_j \quad j=1, \dots, n$$

posiadającymi identyczne lewe strony (patrz równanie (6)), skąd wynika niemożliwość sprowadzenia tego układu równań do postaci admitancyjnej. Z tego też powodu należy dokonać przekształcenia hipergrafu Γ_H , polegającego na zwarciu wierzchołków wszystkich hipergałęzi reprezentujących człony węzłowe (rys. 6). Otrzymuje się wówczas hiperpętle.



Rys. 6. Otrzymywanie hipersieci zredukowanej

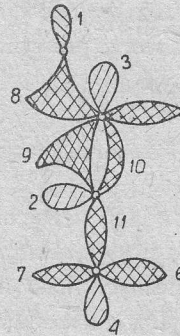
Oznacza to, iż wszystkie człony węzłowe będziemy traktować jak jednowrotniki (które posiadają opis admitancyjny). Jedynym wrotom takiego członu przyporządkowuje się sumę wielkości przepływowych występujących w jego wrotach przed zwarcie (rys. 6c). Wierzchołki tak przekształconego hipergrafu reprezentują teraz idealne łącza pewnej liczby wrotów energetycznych. Otrzymany w ten sposób hipergraf

$$\Gamma'_H = \langle \theta', H', P'_H \rangle \tag{14}$$

będzie nazywany hipergrafem zredukowanym, a hipersieć

$$S'_H = \langle \Gamma'_H, \{(\varphi_{x,y})_\eta\}, \Psi \rangle \tag{15}$$

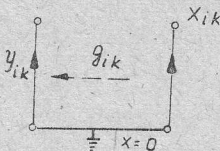
– hipersiecią zredukowaną. Każda funkcja występująca w ciągu funkcji $\{(\varphi_{x,y})_\eta\}$ dla $\eta \in H'$ przyporządkowuje wielkości fizyczne x i y wierzchołkom $v \in \theta$ dla każdego $\eta \in H$. Rysunek 7 przedstawia hipergraf zredukowany układu hydraulicznego z rysunku 4.



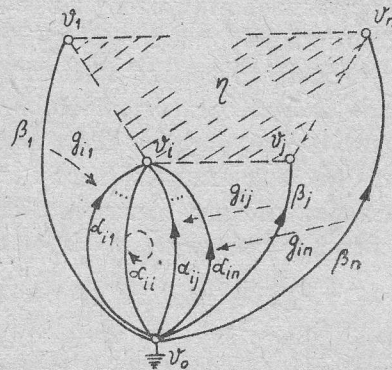
Rys. 7. Hipergraf zredukowany układu z rys. 4

Hipergraf zredukowany Γ'_H może służyć do skonstruowania prostego modelu sieciowego danego układu. Można to uzyskać w następujący sposób. Niech hipergałęzi $\eta \in H'$ odpowiada układ równań wynikający z przyporządkowanej mu macierzy admitancyjnej

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 g_{11} + \dots + x_i g_{1i} + \dots + x_k g_{1k} + \dots + x_n g_{1n}, \\ y_i &= x_1 g_{i1} + \dots + x_i g_{ii} + \dots + x_k g_{ik} + \dots + x_n g_{in}, \\ y_n &= x_1 g_{n1} + \dots + x_i g_{ni} + \dots + x_k g_{nk} + \dots + x_n g_{nn}. \end{aligned} \tag{16}$$



Rys. 8. Źródło sterowane prostego modelu sieciowego



Rys. 9. Konstruowanie prostego modelu sieciowego

W i -tym równaniu ($i=1, \dots, n$) powyższego układu równań występuje n składowych wielkości przepływowej

$$y_i = y_{i1} + \dots + y_{ii} + \dots + y_{ik} + \dots + y_{in}, \quad (17)$$

gdzie k -ta składowa ($k=1, \dots, n$) wyraża się zależnością

$$y_{ik} = x_i g_{ik}. \quad (18)$$

Równanie (18) można uważać za równanie elementu prostego modelu sieciowego (rys. 8). Na rysunku 9 pokazano fragment prostego modelu sieciowego odpowiadającego i -temu równaniu (16). Gałąź α_{ii} reprezentuje element bilateralny, gałęzie $\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{i, i-1}, \alpha_{ij}, \dots, \alpha_{in}$ — źródła sterowane sygnału przepływowego, zaś $\beta_1, \dots, \beta_{i-1}, \beta_j, \dots, \beta_n$ są gałęziami sygnału sterującego (wierzchołkowego). W podobny sposób należy postępować konstruując następne fragmenty modelu sieciowego dla danej hipergałęzi, otrzymując graficzny obraz prostego modelu sieciowego układu. Jest rzeczą oczywistą, że przedstawiono tutaj ogólny tok postępowania. Wykorzystując natomiast praktycznie przedstawiony tutaj związek hipersieci z prostym modelem sieciowym należy pominąć elementy zerowe macierzy admitancyjnej.

4. Komputerowa analiza układów hydraulicznych

Ze względu na rodzaj i liczbę niezbędnych operacji jakie należy wykonać podczas analizy układów metodą liczb strukturalnych, nadaje się ta metoda głównie do użycia z zastosowaniem elektronicznych maszyn cyfrowych. Na podstawie rezultatów uzyskanych w tej pracy wykonano w Instytucie Maszyn Przepływowych w Gdańsku program LISTR (w języku ALGOL 1204) służący do analizy układów hydraulicznych. Umożliwia on obliczenie transmitancji

$$\kappa_1 = \frac{x_\beta}{x_\alpha}, \quad \kappa_2 = \frac{y_\beta}{y_\alpha}, \quad \kappa_3 = \frac{y_\beta}{x_\alpha}, \quad \kappa_4 = \frac{x_\beta}{y_\alpha} \quad (19)$$

(α — wierzchołek sygnału wejściowego, β — wierzchołek sygnału wyjściowego), przedstawionej w formie wzoru zależnego od admitancji układu lub w formie funkcji wymiernej operatora s . Do budowy programu przyjęto pewne założenia upraszczające. Mianowicie, ograniczono się do układów tworzonych z pewnego zbioru członów składowych. W ten sposób można było uprościć postać danych wyjściowych do obliczeń, które mogą być przedstawione w postaci prostszej od macierzy admitancyjnej. W programie LISTR ograniczono się do pięciu członów, których opis zawiera tabela 1. Ostatnia kolumna tabeli 1 zawiera ciąg znaków, które stanowią wymagany opis członów podany w danych do obliczeń. Pierwsze dwa znaki są literami (literowe oznaczenie pięciu członów), zaś pozostałe znaki są liczbami. Przez v (ewentualnie z indeksami) oznaczono liczby naturalne reprezentujące wierzchołki. Symbol k_g oznacza liczbę rzeczywistą, $s_g = 0, +1$ lub -1 — obydwie te wielkości określają admitancję g w postaci

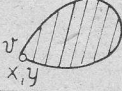
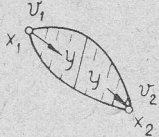
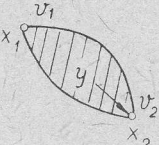
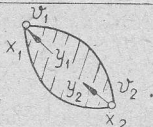
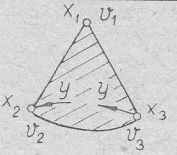
$$g = k_g \cdot s^{s_g}.$$

Pełna postać danych do obliczeń programem LISTR transmitancji w postaci operatorowej jest następująca:

$$i, \langle \text{opis członów wg tabeli 1} \rangle, t, w_e, w_y, k_y, s_y,$$

Tabela 1

Oznaczenia członów do analizy komputerowej

L_p	Nazwa członu	Przyjęte oznaczenia literowe	Postać członu w zredukowanej hipersieci układu	Równanie członu	Wymagany opis członu w danych do obliczeń przegraniami LISTR
1	węzłowy	x_c		$y = g \cdot x$	$x_c \ v \ kg \ sg$
2	bilateralny	y_c		$y = g(x_1, x_2)$	$y_c \ v_1 \ v_2 \ kg \ sg$ lub $y_c \ v_2 \ v_1 \ kg \ sg$
3	źródło sterowane sygnału przepływowego	y_s		$y = g \cdot x_1$	$y_s \ v_2 \ v_1 \ kg \ sg$
4	zyrator	z_r		$y_1 = g \cdot x_2$ $y_2 = g \cdot x_1$	$z_r \ v_2 \ v_1 \ kg \ sg$
5	sterowana zwięzka hydrauliczna	z_s		$y = g_1(x_3, x_2) + g_2 \cdot x_1$	$z_s \ v_3 \ v_2 \ v_1 \ kg \ sg_1 \ kg_2 \ sg_2$

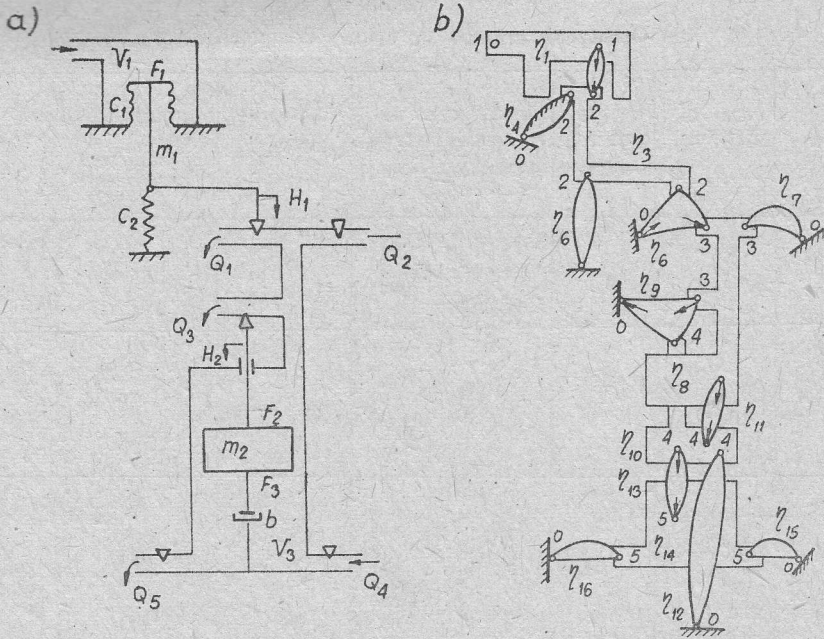
gdzie

 i – liczba członów hipersieci, t – liczba naturalna oznaczająca rodzaj transmitancji ($t=1, 2, 3, 4$ jest indeksem transmitancji (19)), w_e – numer wierzchołka sygnału wejściowego, w_y – numer wierzchołka sygnału wyjściowego, k_y, s_y – określają admitancję gałęzi wyjściowej

$$g = k_y \cdot s^{s_y} \quad (\text{tylko dla } t=2, 3).$$

Przykład

Dany jest układ jak na rysunku 10a. Należy obliczyć jego transmitancję $\kappa = h_2/h_1$. Admitancje członów układu podane są w tabeli 2, a hipergraf tego układu pokazany jest na rysunku 10b. W celu uniknięcia rysowania hipergrafu zredukowanego przyporządkowano wszystkim wierzchołkom każdego członu węzłowego ten sam numer. Na podstawie hipergrafu układu można zauważyć, że poszukiwana



Rys. 10. Przykład układu dynamicznego i jego hipergraf

jest transmitancja typu $\kappa_1 = x_4/x_1$. Dane wyjściowe do obliczeń tej transmitancji w postaci operatorowej z wykorzystaniem programu LISTR są następujące:

1		$6,4_{10^{-8}}$	1
1	2	10^{-3}	0
2		0,05	1
2	0	$6,0_{10^2}$	-1
2	0	$1,5_{10^2}$	-1
3	0	$2,2_{10^{-9}}$	0
3		10^{-11}	1
4		0,6	1
3	4	$12,5_{10^4}$	0
4	5	$11,0_{10^{-4}}$	0
4	0	$0,016_{10^3}$	0
5	0	$0,75_{10^{-11}}$	1
5	0	$0,5_{10^{-9}}$	0
0	3	$0,6_{10^{-9}}$	0 4,3 -1
3	0	$1,1_{10^{-9}}$	0 5,0 -1
1	1	4	

W wyniku obliczeń otrzymano transmitancję układu w postaci następującej funkcji wymiernej:

$$\text{licznik funkcji} = 5,375 \cdot 10^{-6} s + 4,031 \cdot 10^{-8} s^2$$

$$\text{mianownik funkcji} = 4,688 + 3,890 \cdot 10^{-2} s + 3,320 \cdot 10^{-4} s^2 + 2,608 \cdot 10^{-6} s^3 + 1,334 \cdot 10^{-9} s^4 +$$

$$+ 9,900 \cdot 10^{-11} s^5 + 2,250 \cdot 10^{-15} s^6.$$

Tabela 2

Dane do przykładu

Oznaczenie członu	Nazwa członu	Parametry (s-sekunda)	Admitancje członu (s-operator Laplace'a)
η_1	przestrzeń gazowa	objętość $V_1 = 0,01 \text{ m}^3$ ciśnienie $p = 13,10^5 \text{ N/m}^2$ wykładnik politropy $n = 1,2$	$g = \frac{V_1}{n \cdot p} \cdot s = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
η_2	człon przekształt. hydr.- mech.	powierzchnia człotowa mieszka $F_1 = 10^{-3} \text{ m}^2$	$g = F_1 = 10^{-3}$
η_3	łącznik	masa $m_1 = 0,05 \text{ kg}$	$g = m_1 \cdot s = 0,05 \text{ s}$
η_4	sprężystość mieszka	współczynnik sprężystości $C_1 = 6 \cdot 10^2 \text{ N/m}$	$g = C_1 \cdot s^{-1} = 6 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$
η_5	sprężyna	współczynnik sprężystości $C_2 = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N/m}$	$g = C_2 \cdot s^{-1} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$
η_6	z węzła sterowana	zlinearyzowana zależność nat. przepływu od różnicy ciśnień $\frac{\partial Q_1}{\partial p} = 0,6 \cdot 10^{-9} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{Ns}} \right]$ zlinearyzowana zależność nat. przepływu od przemieszczenia łącznika $\frac{\partial Q_2}{\partial H_2} = 4,3 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	$g_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial p} = 0,6 \cdot 10^{-9}$ $g_2 = \frac{\partial Q_1}{\partial H_2} = 4,3 \text{ s}^{-1}$
η_7	z węzła	$\frac{\partial Q_2}{\partial p} = 2,2 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^3}{\text{Ns}}$	$g = \frac{\partial Q_2}{\partial p} = 2,2 \cdot 10^{-9}$
η_8	przestrzeń olejowa	objętość $V_2 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ moduł ścisłości cieczy $B = 2000 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$g = \frac{V_2}{B} \cdot s = 1 \cdot 10^{-11} \text{ s}$
η_9	z węzła sterowana	$\frac{\partial Q_3}{\partial p} = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{Ns}$ $\partial Q_3/\partial H_2 = 5,0 \text{ m}^2/\text{s}$	$g_1 = \frac{\partial Q_3}{\partial p} = 1,1 \cdot 10^{-9}$ $g_2 = \frac{\partial Q_3}{\partial H_2} \cdot s^{-1} = 5,0 \text{ s}^{-1}$
η_{10}	tłok	masa tłoka $m_2 = 0,6 \text{ kg}$	$g = m_2 \cdot s = 0,6 \text{ s}$
η_{11}	człon przekształt. hydr.- mech.	powierzchnia $F_2 = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$g = F_2 = 12,5 \cdot 10^{-4}$
η_{12}	tłumik mechaniczny	wsp. tłumienia $b = 0,016 \cdot 10^3 \text{ Ns/m}$	$g = b = 0,016 \cdot 10^3$
η_{13}	człon przekształt. hydr.- mech.	powierzchnia $F_3 = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$g = F_3 = 12,5 \cdot 10^{-4}$
η_{14}	przestrzeń olejowa	$V_3 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ $B = 2000 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$g = \frac{V_3}{B} \cdot s = 0,75 \cdot 10^{-11} \text{ s}$
η_{15}	z węzła	$\frac{\partial Q_4}{\partial p} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{Ns}$	$g = \frac{\partial Q_4}{\partial p} = 0,5 \cdot 10^{-9}$
η_{16}	z węzła	$\frac{\partial Q_5}{\partial p} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{Ns}$	$g = \frac{\partial Q_5}{\partial p} = 0,5 \cdot 10^{-9}$

5. Zakończenie

W pracy rozważano możliwość zastosowania modeli sieciowych i liczb strukturalnych do analizy układów hydraulicznych.

Ze względu na specyfikę tych układów wymagane jest zastosowanie modeli sieciowych ze źródłami sterowanymi. Bezpośrednie zastosowanie tej metody do analizy układów hydraulicznych [4] implikuje niedogodności związane z konstruowaniem takiego modelu i czasem obliczeń w przypadku złożonych układów. Z uwagi na to powiązано metodę modeli sieciowych z topologią układów hydraulicznych przez wprowadzenie modelu topologicznego w postaci hipersieci, który to model topologiczny jest odpowiedni do układów tego typu, a ponadto umożliwia formalizację budowy modelu sieciowego. Następnie zmodyfikowano algorytm działań nad grafem modelu sieciowego wprowadzając do analizy jego szczególną postać – prosty model sieciowy. Praktyczne wykorzystanie uzyskanych wyników jest możliwe poprzez zastosowanie wykonanego, na podstawie wyników uzyskanych w tej pracy, programu do obliczeń komputerowych.

Rozważano wyłącznie układy posiadające opis admitancyjny. Jednak praktyczna przydatność algorytmu odnoszącego się do analizy takich układów jest w przypadku urządzeń hydraulicznych dość znaczna i zdecydowanie małe znaczenie praktyczne miałyby wzory oparte na opisie impedancyjnym. Z tego powodu nie zamieszczono ich w pracy. Natomiast celowe będzie opracowanie formuł topologicznej analizy układów nie posiadających opisu wyłącznie admitancyjnego lub impedancyjnego.

Na zakończenie warto jeszcze poczynić uwagę na temat zakresu zastosowań metod topologicznych. Otóż stosowanie metod topologicznych jest celowe wówczas, gdy chcemy otrzymać wynik w postaci wzoru, w którym występują literowe oznaczenia wszystkich lub niektórych zmiennych (parametrów) badanego układu. (Jedną z powszechnie stosowanych w automatyce symbolicznych postaci wyniku jest transmitancja operatorowa.) Gdy parametry układu nie są zadane w postaci liczbowej, nie mogą być stosowane znane, numeryczne metody rozwinięcia wyznacznika i wówczas optymalnymi okazują się metody topologiczne.

Podstawową wadą metod topologicznych jest duża liczba składników wyniku jakie należy obliczyć w trakcie analizy. W przeciwieństwie do nich metody numeryczne nie sprawiają tego typu trudności – liczba niezbędnych działań jest w tym przypadku zdecydowanie mniejsza. Wspomniane trudności sprawiają, że metody topologiczne nie są odpowiednie do opracowania na ich podstawie algorytmów przedstawiających wynik w postaci liczbowej; mogą być stosowane do układów, których graf posiada najwyżej kilkanaście węzłów.

W kontekście wyszczególnionych zalet oraz ograniczeń w stosowaniu metod topologicznych celowe wydaje się dalsze ich doskonalenie.

Praca wpłynęła do Redakcji w październiku 1982 r.

Literatura

- [1] S. Bellert, H. Woźniacki, *Analiza i synteza układów elektrycznych metodą liczb strukturalnych*. WNT, Warszawa 1968.
- [2] B. Korzan, *Elementy teorii grafów i sieci*. WNT, Warszawa 1978.

- [3] C. Orlikowski, *Zastosowanie metody liczb strukturalnych do analizy hydraulicznych układów regulacji automatycznej turbozespołów*. Praca doktorska, IMP PAN, Gdańsk 1980.
- [4] C. Orlikowski, *Zastosowanie modeli sieciowych i liczb strukturalnych do analizy układów hydraulicznych. Część I*. Prace IMP, z. 87, 1984.

Применение сетевых моделей и структуральных чисел к анализу гидравлических систем. Часть II

Резюме

Представлен модифицированный вариант метода обсужденного в I части этой работы [4], т.е. топологический метод для анализа гидравлических систем требующих применения управляемых источников.

Вознамеренный эффект достигнут путем упрощения алгоритма действий над графом сетевой модели, а также путем сделания метода конструирования графа формальным на основе предложенного моделирования систем в форме гиперсети. В заключении труда обсуждена программа на ЭВМ расчета трансмитации некоторого типа механическо-гидравлических систем.

Application of Network Models and Structural Numbers to Analysis of Hydraulic Systems. Part II

Summary

A topological method for analysis of hydraulic systems requiring application of controlled sources has been presented. This is a modified version of the method discussed in Part I of this paper [4]. The endeavoured result has been achieved by simplifying the algorithm of operations to which the network model graph is subjected, together with simultaneous formalizing of the method of graph construction based on system modeling in the form of hypernetwork. In the end of the paper a computer code for transmittance calculation of a certain class of mechano-hydraulic systems has been discussed.