

P O L S K A A K A D E M I A N A U K

INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

88

WARSZAWA – POZNAŃ 1985

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY - CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1985

Printed in Poland

ISBN 83-01-07020-X

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340 + 90 egz. Ark. wyd. 13. Ark. druk. 10,875. Papier druk. sat. kl. V, 70 g. 70 × 100 cm. Oddano do składania 3 I 1985 r. Podpisano do druku 5 XI 1985 r.

Druk ukończono w listopadzie 1985 r. Zam. nr 240/107. S-7/712. Cena zł 220,-

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

JÓZEF ŚMIGIELSKI

Gdańsk

**Ekstremalne położenie ferromagnetycznego rdzenia otwartego
zawieszonego w polu magnetycznym cewki***

Przedstawiono analizę układu cewki z rdzeniem ferromagnetycznym opartą na zasadzie zachowania energii. Wykazano, że położenie równowagi rdzenia odpowiada minimum energii potencjalnej układu. Ustalono doświadczalnie zależność ekstremalnego położenia rdzenia od jego długości względnej i parametrów geometrycznych cewki. Wyniki te uogólniono opisując je za pomocą aproksymującej zależności analitycznej.

Zasadniczym elementem elektromagnetycznego przepływomierza pływakowego [1] jest rdzeń ferromagnetyczny, który stanowi pływak znajdujący się w przewodzie pomiarowym i zawieszony w polu magnetycznym cewki. Układ podobny występuje również w innych urządzeniach elektromechanicznych, w których znajduje zastosowanie zawieszenie magnetyczne [2].

Siła magnetyczna działająca na rdzeń zależy od jego położenia x względem cewki i określa ją zależność

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x}, \quad (1)$$

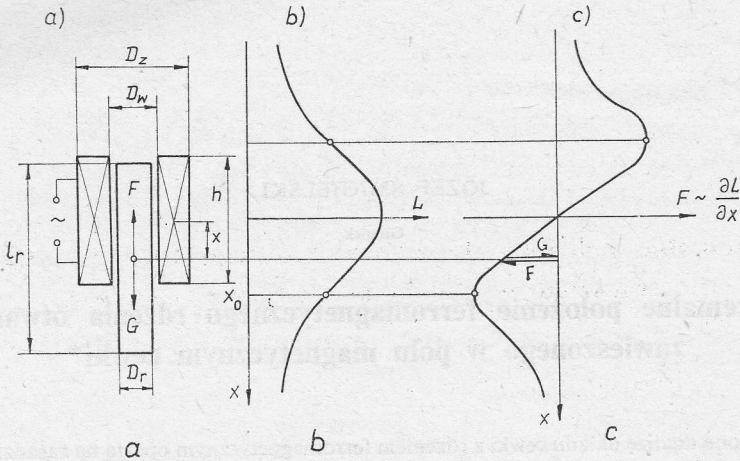
gdzie I – natężenie prądu, L – indukcyjność cewki.

Zależność (1) odnosi się do przypadku, gdy L nie zmienia się z natężeniem prądu. Na rysunku 1 pokazana została zależność indukcyjności L cewki (rys. 1b) oraz jej pochodnej $\partial L/\partial x$ (rys. 1c) od położenia x rdzenia. Ten ostatni wykres obrazuje jednocześnie odpowiednią zależność siły magnetycznej F od x przy stałym natężeniu prądu.

Użyteczne przemieszczenie pływaka mieści się w przedziale $|x| < x_0$ pomiędzy punktami, w których siła magnetyczna osiąga wartości ekstremalne. Dlatego znajomość ogólnej zależności współrzędnej x_0 ekstremum od parametrów geometrycznych układu (rys. 1a) ma istotne znaczenie przy jego racjonalnym projektowaniu i dla optymalizacji.

Położenie jakie zajmuje umieszczony wewnątrz cewki rdzeń ferromagnetyczny, który może się swobodnie przemieszczać, uwarunkowane jest równowagą działających na niego sił. W położeniu poziomym rdzeń w stanie równowagi znajduje się w środku cewki. Przy cewce usytuowanej pionowo na rdzeń działa siła ciężkości, zajmuje on więc takie położenie, przy którym jego ciężar G jest równoważony przez siłę magnetyczną F (rys. 1).

* Praca wykonana w ramach planu C1 (badania własne placówki).



Rys. 1. Cewka z rdzeniem (a) oraz zależność jej indukcyjności (b) i siły magnetycznej (c) od położenia rdzenia

Przy zmniejszaniu siły magnetycznej przez obniżenie natężenia prądu I zasilającego cewkę (por. (1)), współrzędna x rdzenia wzrasta do wartości x_0 , której odpowiada wartość ekstremalna siły magnetycznej. W punkcie tym spełniony jest warunek

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

albo przy $I = \text{const}$ zgodnie z (1)

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

przy czym rdzeń znajduje się w stanie niestabilnym, gdyż niewielka perturbacja obniżająca natężenie prądu albo zwiększająca współrzędną pociąga za sobą wypadnięcie rdzenia z pola cewki. Dotyczy to również górnego punktu, któremu odpowiada ekstremalna wartość siły magnetycznej w przypadku, gdy na rdzeń, stanowiący pływak przepływomierza elektromagnetycznego, działa siła hydrodynamiczna F_h o wartości określonej nierównością

$$F_h \geq 2F_{\max} \quad (4)$$

Przy zmianie sposobu zasilania cewki i utrzymywaniu np. $U = \text{const}$ zamiast $I = \text{const}$, zmienia się również charakterystyka magnetyczna $F(x)$ pokazana na rysunku 1c i współrzędna ekstremum. W tym przypadku równanie (1) przyjmuje postać

$$F = \frac{1}{2} \frac{(U/R)^2}{1 + (\omega L/R)^2} \frac{\partial L}{\partial x}, \quad (5)$$

gdzie R – rezystancja cewki, ω – pulsacja prądu.

Uwzględniając (2) i (5), po wykonaniu różniczkowania i dokonaniu uproszczeń, moż-

na napisać warunek ekstremum w postaci równania

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - \frac{2/L}{[(R/\omega L)^2 + 1]^2} \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)^2 = 0. \quad (6)$$

Drugi składnik w tym równaniu jest dodatni. Biorąc pod uwagę charakter zmian drugiej pochodnej indukcyjności (która zgodnie z (3) zarazem określa ekstremum siły magnetycznej przy $I = \text{const}$) dla $U = \text{const}$ ekstremum siły wystąpi przy większej wartości współrzędnej.

Rdzeń zawieszony w polu magnetycznym zajmuje takie położenie, przy którym energia potencjalna W układu osiąga minimum. Składają się na nią:

– energia pola magnetycznego cewki

$$W_p = \frac{1}{2} I^2 L, \quad (7)$$

– zmiana energii pola magnetycznego związana z przemieszczeniem rdzenia

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} I^2 \Delta L, \quad (8)$$

– energia mechaniczna związana z powolnym przemieszczeniem rdzenia (tj. z pominięciem energii kinetycznej)

$$\Delta W_m = \int F dx. \quad (9)$$

W pozycji poziomej nie występuje energia grawitacyjna i w stanie równowagi rdzeń zajmuje położenie środkowe.

Przemieszczenie rdzenia z położenia środkowego wymaga wykonania pracy mechanicznej (por. (1) i (9)):

$$\Delta W_m = - \int_0^x \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x} dx = \frac{1}{2} I^2 (L_{\max} - L). \quad (10)$$

Towarzyszy temu zmniejszanie energii pola magnetycznego (por. (8))

$$\Delta W_p = \frac{1}{2} I^2 (L_{\max} - L). \quad (11)$$

Jeśli układ jest zachowawczy i jego całkowita energia nie ulega zmianie, to ubytek energii pola magnetycznego ΔW_p i energia doprowadzona z zewnątrz ΔW_m zostają zakumulowane w źródle zasilania. Suma obu tych składników jest równoważna pracy indukowanej siły elektromotorycznej E

$$\Delta W_p + \Delta W_m = \int E I dt. \quad (12)$$

Ponieważ

$$E = - \frac{d}{dt} (LI), \quad (13)$$

więc po uwzględnieniu (13) i scałkowaniu przy $I = \text{const}$, wyrażenie (12) przyjmuje postać

$$\Delta W_p + \Delta W_m = I^2 (L_{\max} - L). \quad (14)$$

Zależność energii potencjalnej W układu oraz poszczególnych jej składników od położenia rdzenia przedstawiono na rysunku 2.

Zwolnienie więzów utrzymujących rdzeń w stanie przemieszczonym powoduje jego powrót do położenia równowagi przy dopływie energii zakumulowanej w źródle zasilania cewki. Nadwyżka energii doprowadzona jako praca mechaniczna zamienia się przy tym w energię kinetyczną rdzenia, który oscyluje wokół położenia równowagi.

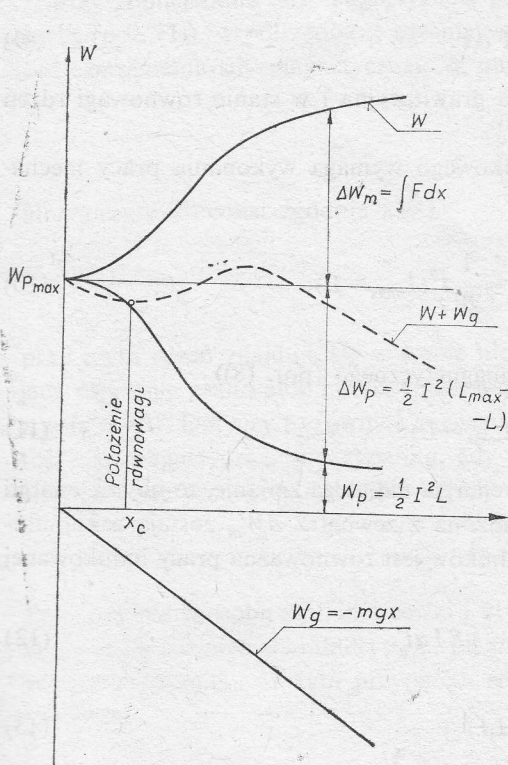
W układzie z cewką w pozycji pionowej w bilansie występuje także energia grawitacyjna

$$W_g = -m g x, \quad (15)$$

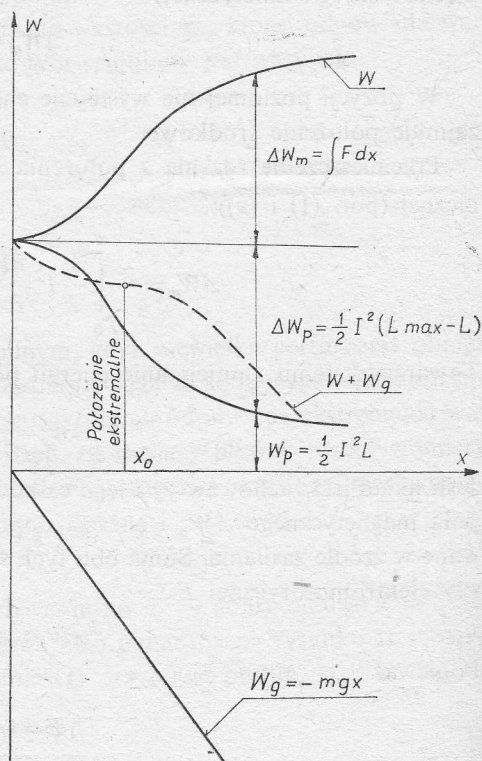
gdzie m – masa rdzenia, g – przyspieszenie grawitacyjne.

Zmniejsza się ona wraz z obniżeniem położenia rdzenia. Zmianę energii potencjalnej układu z uwzględnieniem energii grawitacyjnej przedstawiono na rysunku 2 linią przerywaną. Lokalne minimum energii określa położenie równowagi rdzenia x_0 . Przy odchyleniu rdzenia od położenia równowagi układ zyskuje nadwyżkę energii. Ujawnia się ona jako energia kinetyczna rdzenia, kiedy umożliwi się jego powrót do położenia równowagi, który ma charakter oscylacyjny.

Przy zmniejszeniu natężenia prądu zasilającego albo wzroście masy rdzenia zwiększa



Rys. 2. Zależność różnych składników energii układu cewki z rdzeniem od położenia rdzenia



Rys. 3. Zależność różnych składników energii układu cewki z rdzeniem od położenia rdzenia, który osiąga położenie ekstremalne

się współrzędna położenia równowagi do wartości x_0 odpowiadającej ekstremum siły magnetycznej, a zarazem punktowi przegięcia na krzywej określającej energię potencjalną układu (por. rys. 3, na którym uwzględniono wzrost masy rdzenia). W położeniu określonym współrzędną x_0 rdzeń znajduje się w stanie niestabilnym. Dalszy wzrost jego masy nie może być zrównoważony przez siłę magnetyczną, a tym samym niemożliwe jest utrzymywanie rdzenia w stanie zawieszenia przy danej wartości natężenia prądu.

W przypadku zasilania przy $I \neq \text{const}$ energię akumulowaną w źródle przy przemieszczaniu rdzenia określa wyrażenie (por. (12) i (13))

$$\int_{I_x=0}^{I_x} I d(LI) = \int_{I_x=0}^{I_x} LI dI + \int_{L_x=0}^{L_x} I^2 dL, \quad (16)$$

przy czym dla $U = \text{const}$ natężenie prądu i indukcyjność wiąże zależność

$$I = \frac{U}{R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}. \quad (17)$$

W tym przypadku krzywe obrazujące zależność indukcyjności cewki od położenia rdzenia ze względu na $I \neq \text{const}$ nie reprezentują zmian energii pola magnetycznego. Złożona postać funkcji aproksymujących zależności empiryczne siły magnetycznej oraz indukcyjności cewki od położenia rdzenia [3] powoduje, że analityczne wyznaczanie ekstremalnego położenia rdzenia okazuje się nieracjonalne. Z tego względu przeprowadzone zostały badania doświadczalne ekstremalnego położenia rdzenia, które ujawniły ogólne prawidłowości i pozwoliły na ustalenie odpowiednich zależności empirycznych. Wstępne badania [1] wskazywały, że współrzędna x_0 ekstremalnego położenia rdzenia jest proporcjonalna do jego długości l_r . Dalsze pomiary przeprowadzone przy większym zakresie zmian względnej długości rdzenia l_r/D_w wykazały, że zależność ta jest bardziej złożona. Badania te wykonano tylko przy zasilaniu prądem o stałym natężeniu, gdyż w innym przypadku wyniki zależą od wartości stosunku rezystancji i reaktancji badanej cewki (por. (6)).

Rezultaty pomiaru ekstremalnego położenia x_0 rdzenia można przedstawić w różny sposób. Uwidoczniono to na rysunkach 4a, b, c, przy czym z oznacza odległość górnej krawędzi pływaka w położeniu ekstremalnym od środka cewki i wynosi

$$z = \frac{1}{2} l_r - x_0. \quad (18)$$

Dla cewek o różnej wysokości otrzymuje się rodziny krzywych wykazujących te same ogólne prawidłowości. Uwzględniając charakterystyczny przebieg krzywej przedstawionej na rysunku 4a (asymptoty i występowanie ekstremum) najbardziej wierne jej odwzorowanie zapewnia funkcja o postaci

$$y = y_\infty + \frac{b}{\lambda} + \frac{c}{\lambda(\lambda + \lambda_0)}, \quad (19)$$

jeśli

$$y = \frac{x_0}{l_r} \quad (20)$$

oraz

$$\lambda = l_r/D_w. \quad (21)$$

Okazuje się przy tym, że niezależnie od wysokości cewki wszystkie krzywe zdążają do asymptoty określonej wartością

$$y_\infty = 0,5. \quad (22)$$

Stałe parametry b i c można wyznaczyć z warunku ekstremum

$$\frac{dy}{d\lambda} = 0 \quad \text{dla} \quad x = x_e, \quad (23)$$

$$y = y_e \quad \text{dla} \quad \lambda = \lambda_e. \quad (24)$$

Parametr λ_0 i postać ostatniego składnika w równaniu (19) uwzględniają stwierdzoną eksperymentalnie wartość początkową z/D_w dla $\lambda \rightarrow 0$.

Ostatecznie równanie (19) przybiera postać

$$\frac{y - y_\infty}{y_e - y_\infty} = \frac{\lambda_e + \lambda_0}{\lambda} \left(1 + \frac{\lambda_e}{\lambda_e + \lambda_0} - \frac{\lambda_e + \lambda_0}{\lambda + \lambda_0} \right). \quad (25)$$

Współrzedną ekstremalną z końca rdzenia (rys. 1 i (18)) po uwzględnieniu podstawień (20) i (21) można określić równaniem

$$\frac{z}{D_w} = \lambda \left(\frac{1}{2} - y \right). \quad (26)$$

Przy zmniejszaniu się l_r/D_w do zera wpływ obecności materiału ferromagnetycznego na konfigurację pola magnetycznego maleje, a zatem rozkład indukcji magnetycznej B nie powinien różnić się od tego, który odpowiada cewce bez rdzenia.

Ponieważ różnica sił działających na obie powierzchnie czołowe rdzenia, przy założeniu jednorodnego rozkładu B i rdzenia ferromagnetycznego, wynosi [4]

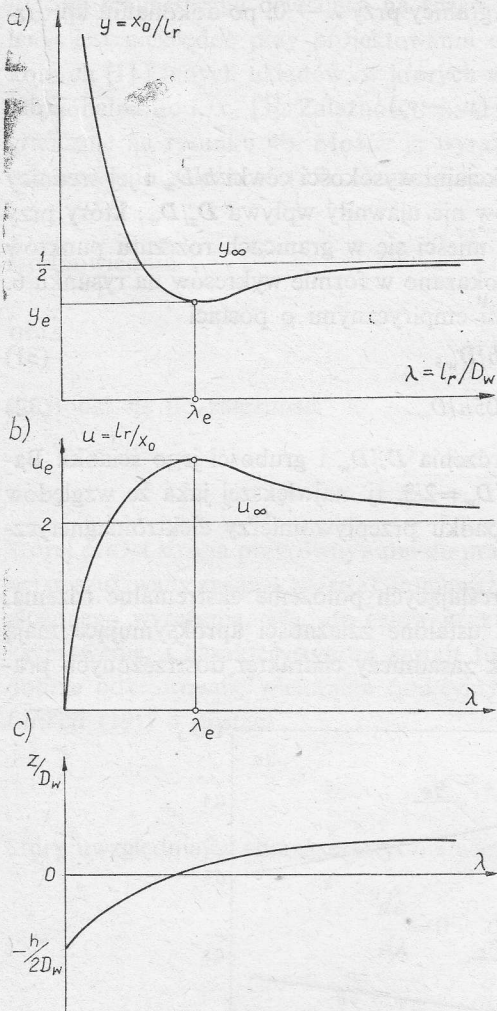
$$\Delta F = \frac{1}{2} A \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \Delta(B^2), \quad (27)$$

gdzie A – przekrój rdzenia, μ_0 – przenikalność magnetyczna powietrza, μ – przenikalność magnetyczna materiału rdzenia, więc w granicy

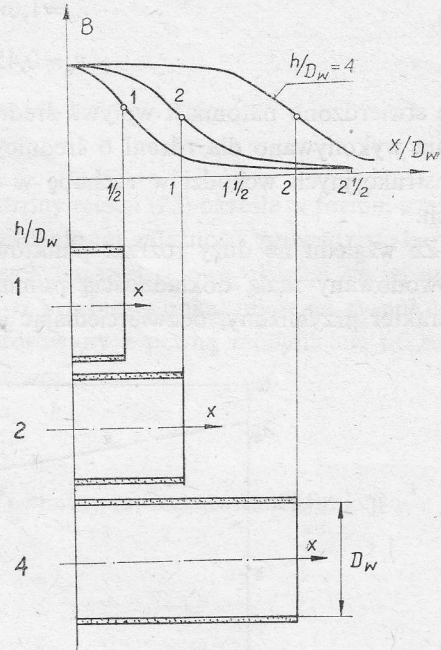
$$\frac{dF}{dx} = \frac{1}{2} A \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) 2B \frac{dB}{dx}. \quad (28)$$

A zatem maksimum siły, a zarazem graniczne położenie rdzenia, odpowiada punktowi przegięcia funkcji $(B(x))^2$.

Jak wynika z dostępnych danych dla cewek jednowarstwowych [5], rozkład natężenia pola magnetycznego i zarazem indukcji magnetycznej w osi jest taki jak pokazano na rysunku 5. Wynika z niego, że maksimum dB/dx występuje na końcu cewki, a jak wynika z postaci wyrażenia $d(B^2)/dx$ ekstremum jego jest nieznacznie przesunięte w kierunku większych wartości x .



Rys. 4. Zależność ekstremalnego położenia środka rdzenia (a, b) oraz ekstremalnego położenia górnej krawędzi rdzenia (c) względem środka cewki od długości względnej rdzenia



Rys. 5. Rozkład indukcji pola magnetycznego w osi cewek jednowarstwowych o różnej długości względnej

Biorąc pod uwagę, że rozkład osiowy natężenia pola magnetycznego dla cewek jednowarstwowych i wielowarstwowych niewiele się różni, a rozkład poprzeczny jest prawie równomierny [6] można przyjąć, że przy długości rdzenia malejącej do zera współrzędna ekstremalnego położenia jego górnej powierzchni czołowej będzie zdychać do $z = -h/2$ (rys. 4c), więc

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{z}{D_w} = -\frac{h}{2D_w}. \quad (29)$$

Równanie (29) stanowi warunek, który determinuje wartość parametru λ_0 w równaniu (19) i (25).

Podstawiając do (26) za y wyrażenie (25) w granicy przy $\lambda \rightarrow 0$, po dokonaniu uproszczeń dochodzi się do zależności

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_e^2}{h/2D_w + y_e} (y_\infty - y_e). \quad (30)$$

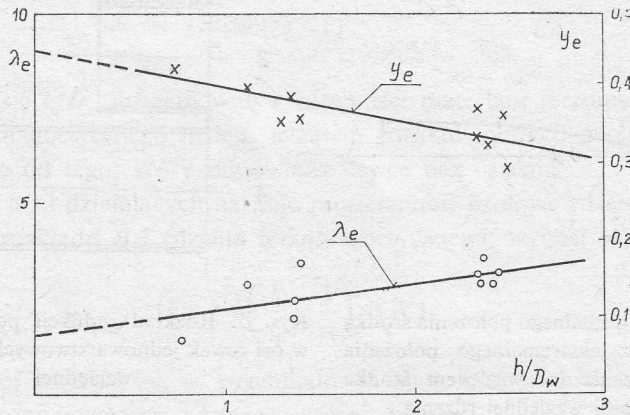
Stałe parametry λ_e i y_e są, ogólnie biorąc, funkcjami wysokości cewki h/D_w i jej średnicy zewnętrznej D_z/D_w . Uzyskane wyniki pomiarów nie ujawniły wpływu D_z/D_w , który przy ograniczonym zakresie zmian tego parametru mieści się w granicach rozrzutu punktów pomiarowych. Stwierdzone zależności λ_e i y_e pokazano w formie wykresów na rysunku 6. Można je aproksymować liniowymi formułami empirycznymi o postaci

$$\lambda_e = 1,6 + 0,7h/D_w, \quad (31)$$

$$y_e = 0,45 - 0,05h/D_w. \quad (32)$$

Nie stwierdzono natomiast wpływu średnicy rdzenia D_r/D_w i grubości jego ścianki. Badania wykonywano dla rdzeni o średnicy $D_r/D_w = 2/3$, tj. największej jaka ze względów konstrukcyjnych wchodzi w rachubę w przypadku przepływomierzy elektromagnetycznych.

Ze względu na duży rozrzut punktów określających położenie ekstremalne rdzenia, spowodowany małą dokładnością pomiarów, ustalone zależności aproksymujące mają charakter przybliżony, odzwierciedlając jednak zasadniczy charakter dostrzeżonych pra-



Rys. 6. Ustalone doświadczalnie zależności stałych parametrów λ_e i y_e od wysokości cewki

widłości i pozwalając na ich uogólnienie. Niekontrolowany wpływ czynników przypadkowych był porównywalny z odchyłkami wynikającymi ze zmian wysokości cewki, który wskutek tego ujawniał się w sposób niejednoznaczny. Rezultaty badań można uściślić zwiększając liczbę pomiarów i uśredniając wyniki. Dla celów praktycznych, związanych z projektowaniem i optymalizacją elektromagnetycznych przepływomierzy pływakowych, uznano za wystarczającą orientacyjną znajomość wartości parametrów λ_e i y_e w równaniu (25), ustalonych przez uśrednienie graficzne na rysunku 6 wielkości odczytanych z wykresów odpowiadających przedstawionym na rysunku 4.

Siła magnetyczna działająca na rdzeń ferromagnetyczny w polu cewki, której określenie jest niezbędne przy projektowaniu elektromagnetycznych przepływomierzy pływakowych [1] i innych układów, w których występuje zawieszenie magnetyczne [2] jest proporcjonalna do l_r/x_0 [3]. Zależność tej wielkości od długości l_r/D_w rdzenia przedstawiono graficznie na rysunku 4b. Można ją wyrazić także w formie analitycznej przekształcając odpowiednio zależność (25). Oznaczając

$$l_r/x_0 = y^{-1} = u \quad (33)$$

i odpowiednio

$$u_e = y_e^{-1} \quad (34)$$

oraz

$$u_\infty = y_\infty^{-1} \quad (35)$$

dochodzi się do zależności

$$\frac{y - y_\infty}{y_e - y_\infty} = \frac{u - u_\infty}{u_e - u_\infty} \frac{u_e}{u}, \quad (36)$$

której prawa strona przyrównywana do prawej strony relacji (25) określa w formie uwikłanej poszukiwany związek $u = u(\lambda)$. Ponieważ rozwikłanie tej zależności prowadzi do bardzo złożonego wyrażenia, więc do celów praktycznych bardziej celowe okazuje się jej aproksymowanie. Charakterystyczny kształt funkcji o przebiegu pokazanym na rysunku 4b dobrze odwzorowuje wielomian funkcyjny (zastosowany z pewną modyfikacją także do funkcji (19)) o postaci

$$u = u_\infty \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{\lambda^i}, \quad (37)$$

który uwzględniając charakterystyczne wartości i punkty reprezentowanej funkcji

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\lambda} &= 0 & \text{dla} & \quad \lambda = \lambda_e, \\ u &= u_e & \text{dla} & \quad \lambda = \lambda_e, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} u = u_\infty$$

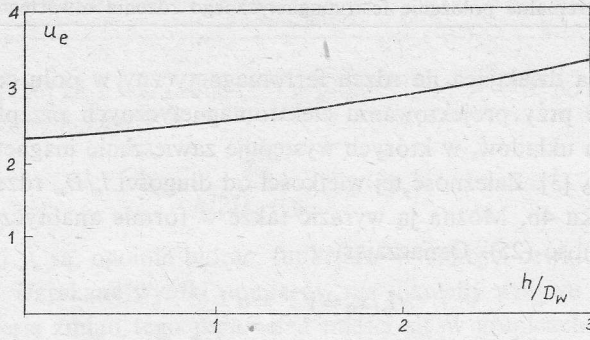
można zredukować do wyrażenia

$$\frac{u - u_\infty}{u_e - u_\infty} \cong \frac{3}{2} \frac{\lambda_e}{\lambda} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\lambda_e}{\lambda} \right)^2 \right], \quad (39)$$

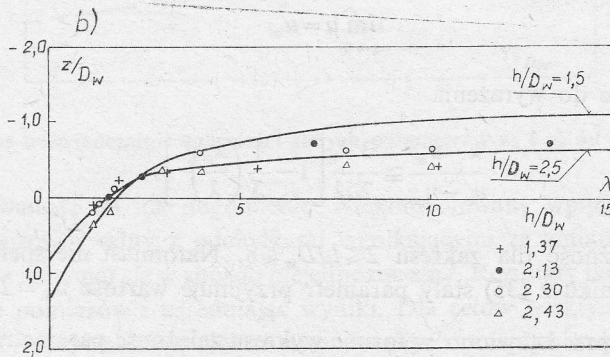
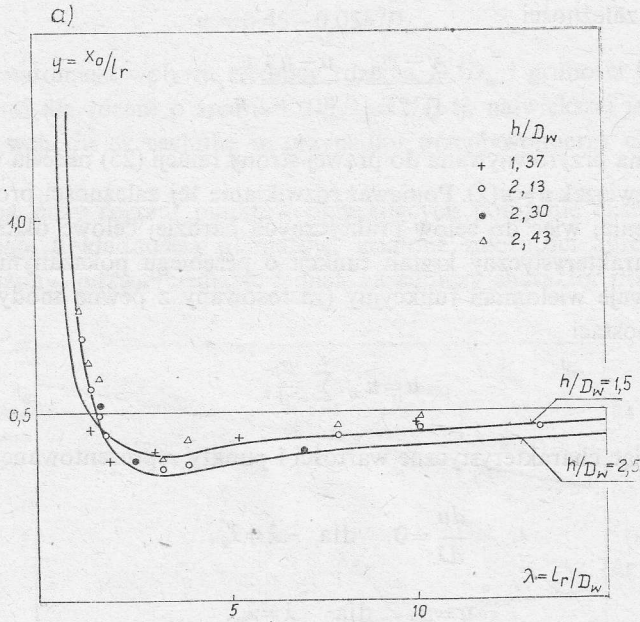
zachowującego ważność dla zakresu $2 \leq l_r/D_w \leq 8$. Natomiast nie spełnia ono warunku $\lim_{\lambda \rightarrow 0} u = \infty$. Jak wynika z (35) stały parametr przyjmuje wartość $u_\infty = 2$.

Na rysunku 7 przedstawiono w formie wykresu zależność parametru u_e od wysokości cewki wynikającą z (32) i (34).

Na rysunku 8a pokazano krzywe $y = y(l_r/D_w)$ odpowiadające równaniu (25) z uwzględnieniem (30), (31) i (32) dla $h/D_w = 1,5$ oraz $h/D_w = 2,5$ zaznaczając punkty pomiarowe



Rys. 7. Zależność parametru u_e od wysokości cewki



Rys. 8. Porównanie współrzędnych ekstremalnego położenia rdzenia ustalonych na drodze obliczeniowej z wynikami pomiarów

dla cewek o wysokościach mieszczących się w przedziale $1,37 \leq h/D_w \leq 2,43$. Na tej podstawie można stwierdzić, że

1) równanie (25) dobrze odwzorowuje charakter zależności położenia ekstremalnego rdzenia od jego długości,

2) wpływ wysokości h/D_w cewki nie jest zbyt silny, więc biorąc pod uwagę wielkość popełnionych błędów i rozrzut punktów pomiarowych – może być pominięty, licząc się z tym, że błędy pomiarowe wzrastają przy małych i dużych długościach rdzenia.

Na rysunku 8b pokazano obliczoną zależność współrzędnej z górnej krawędzi rdzenia dla $h/D_w = 1,5$ i $2,5$ w położeniu ekstremalnym odpowiadającym zależnościom (25) i (36) oraz zaznaczono odpowiednie punkty pomiarowe, co pozwala stwierdzić zadowalającą zgodność. Znajomość ustalonej zależności ekstremalnego położenia rdzenia ferromagnetycznego zawieszono w polu cewki ma istotne znaczenie przy projektowaniu układów, w których stosuje się zawieszenie magnetyczne. Pozwala ona na racjonalny dobór proporcji bez uciekania się do pracochłonnej metody prób oraz na oszacowanie wielkości błędów popełnionych w przypadkach dokonywania uproszczeń. Zależność ta obejmuje cały obszar zmienności długości rdzenia, zastępuje więc poprzednio ustalone zależności wycinkowe, aproksymowane funkcjami o różnej postaci [1,7].

Ograniczając zainteresowanie do wartości parametrów geometrycznych układu spotykanych najczęściej w praktycznych wykonaniach, tj. do przedziałów $2 \leq l_r/D_w \leq 6$ oraz $1,0 \leq h/D_w \leq 2,5$, można równanie (25) sprowadzić do uproszczonej postaci przybliżonej

$$y_\infty - y \cong \frac{1}{\lambda} \left(0,4 - \frac{0,7}{\lambda} \right), \quad (40)$$

która zapewnia wystarczającą dokładność. Znajomość odwrotności względnej wartości ekstremalnego położenia rdzenia $u = (x_0/l_r)^{-1}$ okazuje się przydatną przy ustalaniu wyrażenia określającego zależność siły magnetycznej działającej na rdzeń w polu cewki od parametrów geometrycznych układu [3].

Praca wpłynęła do Redakcji w październiku 1983 r.

Literatura

- [1] J. Śmigielski, *Elektromagnetyczne plywakowe przetworniki wydatku i ciśnienia*. PWN, Warszawa 1980.
- [2] O. G. Kacnelson, A. S. Edel'shtejn, *Awtomatičeskie izmeritelnye pribory s magnitnoj podveskoj*. Energia, Moskwa 1970.
- [3] J. Śmigielski, *Charakterystyka magnetyczna cewki z ferromagnetycznym rdzeniem otwartym*. Prace IMP, z. 88, 1985.
- [4] K. Simonyi, *Grundgesetze des elektromagnetischen Feldes*. Deutsch. Verl. der Wiss., Berlin 1963.
- [5] E. Durand, *Magnetostatique*. Masson, Paris 1968.
- [6] F. X. Eder, *Moderne Messmethoden der Physik*, cz. III. Deutsch. Verl. der Wiss., Berlin 1972.
- [7] A. Jaworek, *Błędy przetwarzania elektromagnetycznego przepływomierza plywakowego i ich eliminacja*. Rozprawa doktorska, IMP PAN Gdańsk 1982.

Экстремальное расположение ферромагнитного открытого сердечника подвешенного в магнитном поле катушки

Резюме

Систему катушки с ферромагнитным сердечником можно считать установившейся. Определяя и балансируя различные формы энергии можно доказать, что положение равновесия сердечника определяется минимальным значением потенциальной энергии.

Экспериментально происследована зависимость экстремального расположения сердечника от его относительной длины и геометрических параметров катушки. Полученные результаты обобщено, представляя их в форме аппроксимирующей аналитические зависимости.

Обсужден также предельный случай, когда длина сердечника уменьшается к нулю. Полученные результаты могут быть использованы как директивные конструкционные указания и оптимизационные данные по отношению к электромагнитным преобразователям и другим электромеханическим устройствам, в которых находит применение катушка с сердечником.

Extreme Position of a Ferromagnetic Core Suspended in the Magnetic Field of a Coil

Summary

A system comprising a coil with a ferromagnetic movable core may be considered as conservative. Determining and balancing different forms of energy makes possible general estimation of the extreme position of the core to which corresponds the minimum value of the potential energy.

The dependence of the extreme position of the core on its length has been investigated experimentally for the entire range of variation and for coils of different geometrical proportions. The results obtained have been generalized by analytical approximate formulas.

The limiting values of the core length have been taken into account and discussed.

The estimated relations have been simplified for practical purposes and for a limited range of parameters variation. They may be useful in process of optimum design of devices utilizing magnetic suspension and in particular for rational dimensioning of electromagnetic float-flowmeters.

JÓZEF ŚMIGIELSKI

Gdańsk

Zależność siły działającej na rdzeń w polu magnetycznym cewki od jego położenia*

Zaprezentowano i przedyskutowano ogólny opis matematyczny zależności siły magnetycznej od położenia rdzenia. Przedstawiono wyniki pomiarów i uogólniono je przez wprowadzenie odpowiednio dobranych funkcji aproksymujących, uwzględniając wpływ długości rdzenia.

Ciśnienie wywierane na powierzchnię rdzenia ferromagnetycznego w polu magnetycznym, przy równomiernym rozkładzie indukcji B , określa zależność Maxwella [1]

$$p = \frac{1}{2} B^2 \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right), \quad (1)$$

gdzie B – indukcyjność magnetyczna, μ_0 – przenikalność magnetyczna powietrza (próżni), μ – przenikalność magnetyczna materiału. Siłę magnetyczną można wyznaczyć wówczas z relacji

$$F = \frac{1}{2} \int B^2 dA \quad (2)$$

jeśli A oznacza powierzchnię.

W układzie kołowo-symetrycznym, jaki stanowi cewka z rdzeniem cylindrycznym, siła wypadkowa działająca na rdzeń jest różnicą sił działających na obie jego powierzchnie czołowe. Jest ona skierowana do środka cewki. Określa ją relacja [2]

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x}, \quad (3)$$

gdzie I – natężenie prądu płynącego przez cewkę, L – indukcyjność cewki, x – położenie rdzenia względem cewki. Przy stałym natężeniu prądu siła ta zmienia się tak jak pochodna indukcyjności, co pokazują rysunki 1a, b i c. Pomiar sił działających na każdą z powierzchni czołowych krótkiego rdzenia nastęrcza trudności. Można jednak wydedukować ich zależność od współrzędnej x , biorąc pod uwagę rdzeń o dużej długości, którego jedna z powierzchni czołowych znajduje się w obszarze zanikającego pola magnetycznego, więc wytwarzana przez nie siła ma pomijalną wartość. Zależności działających na rdzeń

* Praca wykonana w ramach planu C1 (badania własne placówki).