

P O L S K A    A K A D E M I A    N A U K

INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE  
INSTYTUTU MASZYN  
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS  
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

88

WARSZAWA - POZNAŃ 1985

PAŃSTWOWE    WYDAWNICTWO    NAUKOWE

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW  
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI  
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER  
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY - CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI  
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN  
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1985

Printed in Poland

ISBN 83-01-07020-X

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340 + 90 egz. Ark. wyd. 13. Ark. druk. 10,875. Papier druk. sat. kl. V, 70 g. 70 × 100 cm. Oddano do składania 3 I 1985 r. Podpisano do druku 5 XI 1985 r.

Druk ukończono w listopadzie 1985 r. Zam. nr 240/107. S-7/712. Cena zł 220,-

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

STEFAN DOERFFER, JAROSŁAW MIKIELEWICZ

Gdańsk

## Wpływ oscylacji ośrodka na przejmowanie ciepła przez płytę pionową

W pracy rozważono wpływ oscylacji harmonicznego ośrodka płynnego na przejmowanie ciepła przez płytę pionową. Zbudowano model matematyczny zjawiska bazujący na równaniach dla laminarnej warstwy przyściennej. Analizę przeprowadzono korzystając z teorii małych zaburzeń. Określono stacjonarne, średnie w czasie zmiany w wymianie ciepła wywołane oscylacjami. Uzyskano zadowalającą zbieżność wyników teoretycznych i eksperymentalnych.

### Wykaz oznaczeń

$a$  – współczynnik wyrównywania temperatury,  
 $A_0$  – amplituda kołysań zbiornika,  
 $b$  – połowa szerokości zbiornika,  
 $L$  – wymiar charakterystyczny, długość ściany,  
 $t$  – czas,  
 $T$  – temperatura,  
 $T^*$  – okres oscylacji,  
 $u, v$  – składowe prędkości w warstwie,  
 $U$  – prędkość przepływu zewnętrznego,  
 $\alpha$  – współczynnik przejmowania ciepła,  
 $\delta$  – grubość warstwy przyściennej,  
 $\theta$  – różnica temperatur,  
 $\lambda$  – współczynnik przewodnictwa cieplnego,

$\nu$  – współczynnik lepkości kinematycznej,  
 $\omega$  – częstotliwość kołowa oscylacji.

### Indeksy dotyczą:

$m$  – wartości średniej wzdłuż ściany,  
 $0$  – składowej stacjonarnej,  
 $T$  – termicznej warstwy przyściennej,  
 $w$  – ściany,  
 $\infty$  – parametrów na zewnątrz warstwy przyściennej,  
 $1$  – składowej pulsacyjnej,  
 $„+”$  – wielkości bezwymiarowych,  
 $\langle \rangle$  – wielkości uśrednionych w czasie jednego okresu drgań.

### Liczby podobieństwa:

$$(Nu) = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \quad \text{– liczba Nusselta,}$$

$$(Sh) = \frac{L}{A_0 \cdot b} \quad \text{– liczba Strouhala,}$$

$$(Re) = \frac{A_0 \cdot \omega \cdot b \cdot L}{\nu} \quad \text{– liczba Reynoldsa,}$$

$$(Pr) = \frac{\nu}{a} \quad \text{– liczba Prandtla,}$$

## 1. Wstęp

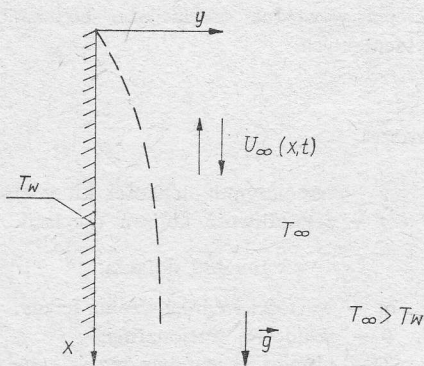
W wielu zastosowaniach praktycznych istotna jest znajomość wpływu oscylacji na wymianę ciepła. Dotyczy to między innymi zbiorników okrętowych, w których transportuje się ciecz wymagające ogrzewania podczas rejsu.

W pracy rozwiązano jedno z podstawowych zagadnień – przejmowanie ciepła przez pionową płytę, wzdłuż której ma miejsce przepływ oscylacyjny o małych częstotliwościach. Płyta modeluje jedną ze ścian zbiornika. W przeciwieństwie do wielu rozważań literaturowych [1, 2, 4], główny nacisk w pracy położono na określenie średnich w czasie zmian w wymianie ciepła, wywołanych oscylacjami harmonicznymi. Zagadnienie rozwiązano za pomocą metody uśrednień układu równań zachowania.

## 2. Model matematyczny

W celu określenia wpływu oscylacji harmonicznymi na średnią w czasie wymianę ciepła przyjęto:

- płaską pionową płytę pokazaną na rysunku 1.



Rys. 1. Szkic do modelu matematycznego

- istnienie dwuwymiarowej laminarnej warstwy przyściennej, na granicy której panuje przepływ  $U_\infty(x, t)$ ,
  - jednakową i stałą temperaturę płyty  $T_w$  oraz płynu poza warstwą  $T_\infty$ , przy czym  $T_\infty > T_w$ ,
  - płyn nieściśliwy o stałych własnościach,
  - pomijalny wpływ dyssypacji, energii,
  - jako dominujący ruch w warstwie przyściennej, ruch wywołany przepływem  $U_\infty(x, t)$ .
- Przepływ ten wynika ze specyficznych ruchów cieczy w zbiorniku poddanym drganiom harmonicznymi [3].

W myśl przyjętych założeń zjawisko opisuje następujący układ równań:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= U_\infty \frac{\partial U_\infty}{\partial x} + \frac{\partial U_\infty}{\partial t} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

łącznie z warunkami brzegowymi

$$\left. \begin{aligned} y=0, \quad u=v=0, \quad \theta=\theta_w, \\ y \rightarrow \infty, \quad u=U_\infty(x, t), \quad \theta=0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Przepływ oscylacyjny ma postać

$$U_\infty(x, t) = U_0(x) \cdot \cos \omega t, \quad (3)$$

gdzie  $U_0(x) = f$  (geometrii zbiornika,  $A_0$ ,  $\omega$ ,  $x$ ) podaną w [3].

Rozwiązań poszukuje się w postaci

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= u_0(x, y) + u_1(x, y, t), \\ v(x, y, t) &= v_0(x, y) + v_1(x, y, t), \\ \theta(x, y, t) &= \theta_0(x, y) + \theta_1(x, y, t), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

w których funkcje z indeksem „zero” stanowią średnie w czasie wartości tych rozwiązań, a oznaczone „1” są składowymi pulsacyjnymi. Średnia w okresie drgań  $T^*$  wartość składowych pulsacyjnych wynosi zero

$$\langle u_1 \rangle = \langle v_1 \rangle = \langle \theta_1 \rangle = 0.$$

Podstawiając (4) do układu (1) i uśredniając równania w okresie drgań  $T^*$ , otrzymuje się układ równań określający średnie w czasie składowe rozwiązania (4). Równania pozwalające na obliczenie składowych pulsacyjnych otrzymuje się z odjęcia równań uśrednionych w czasie od równań pełnych [4].

Pole prędkości w warstwie przyściennej wywołane oscylacyjnym przepływem  $U_\infty(x, t)$  określa się z uproszczonej postaci równania ruchu dla składowych pulsacyjnych w postaci

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial U_\infty}{\partial t} + \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}, \quad (5)$$

równania ciągłości

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

i warunków brzegowych

$$y=0, \quad u_1=v_1=0, \quad y \rightarrow \infty, \quad u_1=U_\infty(x, t). \quad (7)$$

Uzyskane rozwiązania mają postać

$$u_1 = U_0 \left[ \cos \omega t - e^{-\frac{y}{\delta}} \cos \left( \omega t - \frac{1}{\delta} y \right) \right], \quad (8)$$

$$v_1 = \frac{dU_0}{dx} \left[ -y \cos \omega t + \frac{1}{\sqrt{2}} \delta \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\delta}{\sqrt{2}} e^{-\frac{y}{\delta}} \cos \left( \omega t - \frac{y}{\delta} - \frac{\pi}{4} \right) \right],$$

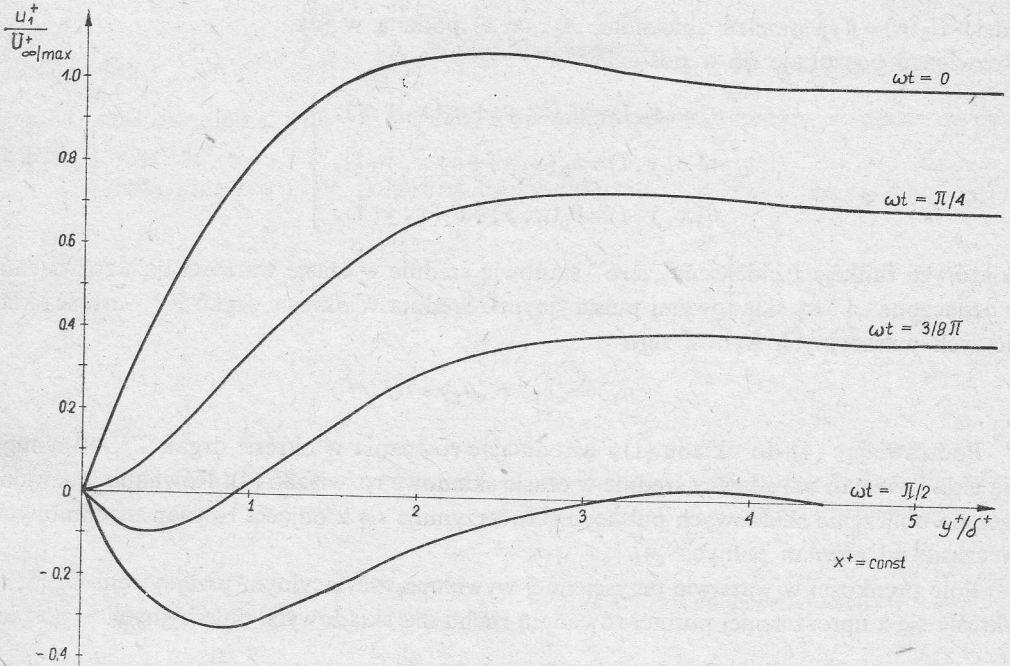
gdzie  $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$  może być traktowana jako grubość hydraulicznej warstwy przyściennej przy wzdłużnym opływie oscylacyjnym płaskiej płyty.

Zmienność składowej  $u_1^+/U_{\infty}^+_{\max}$  w funkcji odległości od ściany przedstawiono na rysunku 2.

Poszukiwane pole temperatury określa się z równań:

– dla składowej pulsacyjnej  $\theta_1$  w postaci:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial x} + u_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} - \left\langle u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right\rangle = a \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2}, \quad (9)$$



Rys. 2. Rozkład względnej prędkości  $u_1^+/U_{\infty}^+_{\max}$  w warstwie przyściennej

– dla składowej średniej w czasie  $\theta_0$  w postaci:

$$u_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial y} + \left\langle u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right\rangle = a \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial y^2} \quad (10)$$

i warunków brzegowych:

$$\left. \begin{aligned} y=0, \quad \theta_0 = \theta_w, \quad \theta_1 = 0, \\ y = \delta_T, \quad \theta_0 = 0, \quad \theta_1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Rozwiązania (9) i (10) z warunkami (11) poszukuje się w sposób przybliżony zakładając, że

$$\theta_0(x, y) = \theta'_0(x, y) + \theta''_0(x, y), \quad (12)$$

gdzie  $\theta'_0$ , jako pierwsze przybliżenie, stanowi rozkład temperatury dla swobodnej konwekcji, a  $\theta''_0$  uwzględnia wpływ oscylacji. Przyjmuje się ponadto

$$\theta''_0 \gg \theta'_0$$

oraz, że średnie w czasie pole prędkości w warstwie przyściennej  $u_0, v_0$  pochodzi od swobodnej konwekcji.

W rezultacie otrzymuje się profil temperatury, a następnie zależność na lokalną liczbę Nusselta opisującą wymianę ciepła dla rozważanego zjawiska

$$(Nu)_{x^+, t^+} = (Nu'_0)_{x^+} + (Nu''_0)_{x^+} + (Nu_1)_{x^+, t^+} \quad (13)$$

W zależności (13) pierwszy człon opisuje wymianę ciepła przy czystej, swobodnej konwekcji. Natomiast

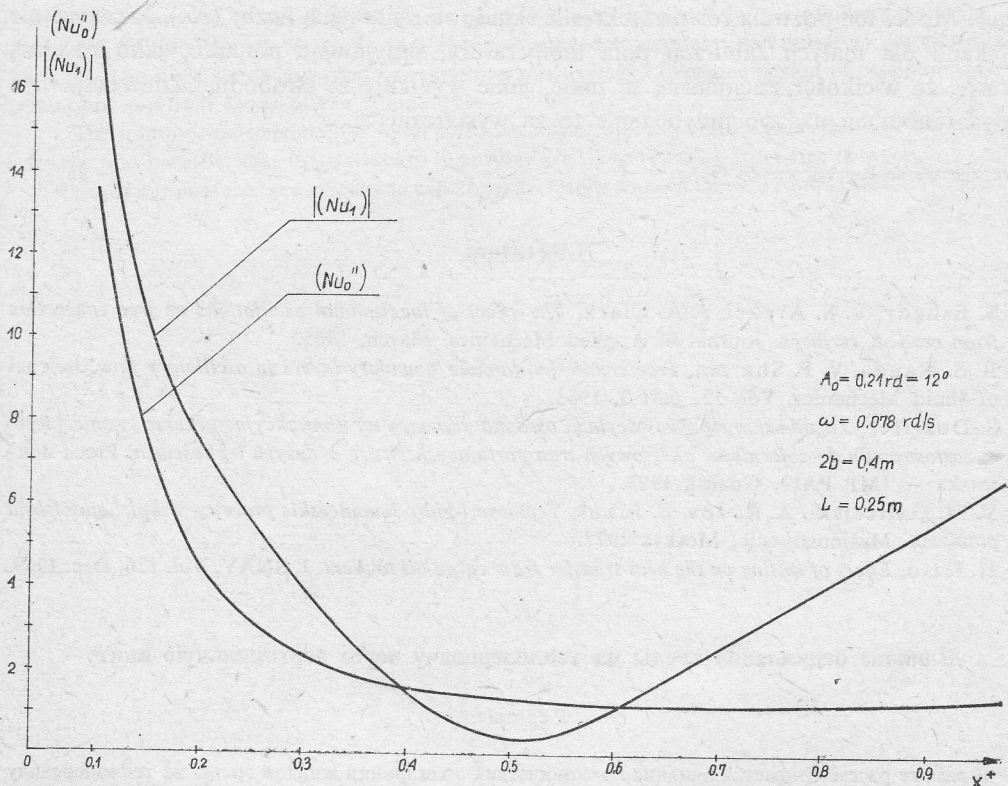
$$(Nu'_0) = - \frac{\partial(\theta''_0)^+}{\partial y^+} \Big|_{y^+=0} = f_1[(Sh), (Re), (Pr), x^+]$$

stanowi poszukiwany, stacjonarny przyrost liczby  $(Nu)$  spowodowany oscylacjami przepływu.

$$(Nu_1) = \frac{\partial \theta_1^+}{\partial y^+} \Big|_{y^+=0} = f_2[(Sh), (Re), (Pr), x^+, t^+]$$

jest składową pulsacyjną liczby  $(Nu)$ . Funkcje  $f_1, f_2$  stanowiące złożone wyrażenia analityczne, podane są w pracy [3].

Dla ilustracji pokazano na rysunku 3 zmienność  $(Nu'_0)$  i  $|(Nu_1)|$  – amplitudy składowej pulsacyjnej  $(Nu_1)$  w funkcji współrzędnej  $x^+$ , obliczone na emc.



Rys. 3. Zmienność stacjonarnego przyrostu  $(Nu'_0)$  i amplitudy składowej pulsacyjnej  $|(Nu_1)|$  w funkcji współrzędnej  $x^+$

### 3. Porównanie wyników teoretycznych i eksperymentalnych

Jedynymi, znanymi badaniami eksperymentalnymi nad wpływem oscylacyjnego przepływu, o charakterze rozważanym w niniejszej pracy, na laminarną swobodną konwekcję są badania opisane w opracowaniu [5]. Służyć one mogą za materiał do weryfikacji przedstawionej teorii. Teoria opracowana została dla małych zaburzeń, stąd jej zasięg obejmuje jedynie dolny zakres badań [5]. Porównanie wyników dla dwóch zbadanych cieczy przedstawiono w poniższym zestawieniu

Czynnik	Eksperyment		Teoria
	$Nu$	$\Delta Nu$	$Nu'_0$
Woda	14,54	0,672	0,677
Olej	18,92	0,258	0,255

### 4. Zakończenie

Przedstawiony model teoretyczny pozwala określić wpływ oscylacji harmonicznego przepływu wzdłuż pionowej ściany zbiornika okrętowego na konwekcję swobodną. Porównanie jego wyników z eksperymentem [5] przedstawione w zestawieniu jest zadowalające. Model ten pozwala również określić składową pulsacyjną liczby ( $Nu$ ). Rozwiązanie uzyskano dla małych zaburzeń pola temperatury, przyjmując ponadto, jako pierwszą iterację, że wielkości stacjonarne są takie, jakie wynikają ze swobodnej konwekcji. Dla małych zaburzeń uznano przybliżenie to za wystarczające.

Praca wpłynęła do Redakcji w maju 1983 r.

### Lite ratura

- [1] S. Eshghy, V. S. Arpaci, J. A. Clark, *The effect of longitudinal oscillations on free convection from vertical surfaces*. Journal of Applied Mechanics, March, 1965.
- [2] R. S. Nanda, V. P. Sharma, *Free convection laminar boundary layers in oscillatory flow*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 15, part 3, 1963.
- [3] S. Doerffer, *Zagadnienia wpływu oscylacji ośrodka płynnego na konwekcyjne przekazywanie ciepła w zastosowaniu do zbiorników okrętowych transportujących ciecze o dużych lepkościach*. Praca doktorska — IMP PAN, Gdańsk 1983.
- [4] V. M. Galicejski, A. Ryžov, E. Jakuš, *Teplovye i gidrodinamičeskie processy w kolebajuščichsia potokach*. Mašinostroenie, Moskva 1977.
- [5] H. Kato, *Effect of rolling on the heat transfer from cargo oil tankers*. J. SNAY, Vol. 126, Dec. 1969.

### Влияние осцилляции среды на теплопередачу через вертикальную плиту

#### Резюме

В работе рассматривается влияние гармонических осцилляций жидкой среды на теплопередачу через вертикальную плиту. Плита моделирует борт судового бака, в котором транспортируются нефть или ее продукты. Целью работы является определение влияния осцилляции жидкости на сред-



ние по времени величины описывающие теплообмен. Эти величины получены путем формулировки и решения соответственной математической модели явления. Принято в нее выступание у двухразмерной плиты ламинарного пограничного слоя, на границе которого происходит течение вследствие осцилационных движений бака [3]. Проводились поиски решений в виде суммы составных средних по времени и пульсационных составных. Основная система уравнений сохранения осреднялась по времени одного периода осцилляции, получая уравнения для обоих видов искаемых составных.

Решение достигнуто для малых волнений поля температуры, принимая кроме того, как первую итерацию, что стационарные величины таки, какие следуют из свободной конвекции.

Теоретические результаты сравнены с экспериментальными, получая удовлетворительную сходимость.

## The Effect of Oscillations of the Medium on the Heat Transfer to a Vertical Plate

### Summary

The influence of harmonic oscillations of a liquid medium on the heat transfer to a vertical plate is considered. The plate models the side (tank-wall) of a ship carrying crude oil or oil products. The work has been aimed at determining the influence of oscillations of the liquid on time-averaged quantities describing the heat exchange. To obtain these quantities an appropriate mathematical model of the phenomenon was developed and solved. The presence at the plate of a two-dimensional laminar boundary layer was assumed, the flow at the layer border governed by the oscillatory motion of the tank [3]. Solutions in the form of a sum of time-averaged components and pulsatory components were sought. The basic set of conservation equations was averaged over one period of oscillations to yield solutions for both kinds of the components.

The solution was obtained for small perturbations of the temperature field. Besides, it was assumed for the first iteration that the stationary quantities are those resulting from free convection.

Comparison of the theoretical and experimental results showed them to be in satisfactory agreement.