

P O L S K A    A K A D E M I A    N A U K

INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE  
INSTYTUTU MASZYN  
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS  
OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

88

WARSZAWA – POZNAŃ 1985

PAŃSTWOWE    WYDAWNICTWO    NAUKOWE

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW  
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA - EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI  
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER  
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY - CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY - EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER - REDAKTOR - EDITOR  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI  
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA - EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN  
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright

by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1985

Printed in Poland

ISBN 83-01-07020-X

ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 340 + 90 egz. Ark. wyd. 13. Ark. druk. 10,875. Papier druk. sat. kl. V, 70 g. 70 × 100 cm. Oddano do składania 3 I 1985 r. Podpisano do druku 5 XI 1985 r.

Druk ukończono w listopadzie 1985 r. Zam. nr 240/107. S-7/712. Cena zł 220,-

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

JAN KICIŃSKI

Gdańsk

## Wpływ zapowietrzenia filmu smarnego oraz jego przestrzennej i czasowej kompresji na charakterystyki statyczne i dynamiczne łożysk ślizgowych\*

W pracy przedstawiono teoretyczny model zapowietrzonego filmu smarnego w postaci emulsji olejowo-powietrznej oraz sposób jego matematycznego opisu. Odpowiednio zmodyfikowane równanie Reynoldsa opisuje rozkład ciśnienia w emulsji zarówno w strefie nadciśnienia jak i podciśnienia, bez konieczności stosowania dodatkowych warunków brzegowych dla końca strefy dodatniego ciśnienia. Obliczone, w oparciu o ten model, charakterystyki statyczne i dynamiczne łożyska porównano z wynikami uzyskanymi na podstawie modelu tradycyjnego (czysty olej) i warunku brzegowego Reynoldsa. Praca stanowi próbę uwzględnienia w obliczeniach przestrzennej i czasowej kompresji zapowietrzonego filmu smarnego, rozumianej tu jako zmiany w przestrzeni i czasie gęstości emulsji olejowo-powietrznej,

### Wykaz oznaczeń

- |  |  |
|--|--|
| $A_o$ – współczynnik określający objętościową zawartość powietrza w oleju przy ciśnieniu atmosferycznym (nasylenia), | $p_o$ – ciśnienie atmosferyczne,   |
| $D$ – średnica czopa, $D=2R$ ,   | $R$ – promień czopa,   |
| $g$ – przyspieszenie ziemskie,   | $r$ – promień niewyważenia,  |
| $H$ – bezwymiarowa funkcja kształtu szczeliny smarnej, $H=1-\varepsilon \times \cos(\psi-\gamma)$ ,                  | $\Delta R$ – luz promieniowy,  |
| $H_s$ – wysokość szczeliny smarnej w miejscu, w którym zaczyna się strefa ciśnień ujemnych,                          | $P_{st}$ – obciążenie statyczne łożyska,   |
| $k_z, k_s$ – współczynniki zasysania powietrza (ich znaczenie określają zw. (3) i (7)),                              | $S_o$ – liczba Sommerfelda odniesiona do temperatury oleju na wlocie,  |
| $M$ – ilość pęcherzy powietrza w rozpatrywanym elemencie przestrzeni szczeliny smarnej,                              | $t$ – czas,  |
| $L$ – szerokość łożyska,   | $u$ – wielkość tłumienia systemu (dla pierwszej częstości własnej),  |
| $p$ – ciśnienie hydrodynamiczne w szczelinie smarnej,  | $V_{oc}$ – objętość czystego oleju (bez powietrza) zawarta w rozpatrywanym elemencie przestrzeni szczeliny smarnej,                            |
|  | $\bar{V}_{op}$ – objętość pojedynczego pęcherza o promieniu $r_o$ przy ciśnieniu atmosferycznym $p_o$ ,  |
|  | $V_{op}$ – sumaryczna objętość pęcherzy powietrza przy ciśnieniu atmosferycznym $p_o$ w rozpatrywanym elemencie przestrzeni szczeliny smarnej, |

\* Praca wykonana w ramach Programu Rządowego PR-8 pt.: „Kompleksowy rozwój energetyki”, kierunek 6.

$\bar{V}_p$  – objętość pojedynczego pęcherza przy ciśnieniu  $p$ ,  
 $V_p$  – sumaryczna objętość pęcherzy powietrza przy ciśnieniu  $p$  w rozpatrywanym elemencie przestrzeni szczeliny smarnej,  
 $x, y$  – bezwymiarowe współrzędne położenia środka czopa w układzie prostokątnym,  $x = X/\Delta R$ ,  $y = Y/\Delta R$ ,  
 $Z$  – bezwymiarowa współrzędna po szerokości łożyska,  $Z = 2z/L$ ,  
 $\gamma$  – kąt położenia linii środkowej,  
 $\varepsilon$  – mimośrodowość względna,  $\varepsilon = e/\Delta R$ ,  
 $\bar{\mu}$  – lepkość emulsji przy ciśnieniu  $p$ ,  
 $\bar{\mu}_0$  – lepkość emulsji przy ciśnieniu atmosferycznym  $p_0$ ,  
 $\mu_0$  – lepkość czystego oleju (bez powietrza) przy ciśnieniu atmosferycznym  $p_0$ ,

$\pi_0$  – bezwymiarowe ciśnienie atmosferyczne,  
 $\bar{\pi}$  – bezwymiarowa reakcja hydrodynamiczna o składowych  $\bar{\pi}_x$  i  $\bar{\pi}_y$ ,  
 $\tau$  – bezwymiarowy czas,  $\tau = \omega t$ ,  
 $\rho$  – gęstość emulsji przy ciśnieniu  $p$ ,  
 $\rho_0$  – gęstość emulsji przy ciśnieniu  $p_0$ ,  
 $\psi$  – współrzędna kątowa obwodowa,  
 $\psi = l/R$ ,  
 $\omega$  – prędkość kątowa czopa,  
 $\omega_{gr}$  – prędkość kątowa określająca granicę stabilnej pracy systemu,  
 $\omega_0$  – parametr odniesienia,  $\omega_0 = \sqrt{g/\Delta R}$ .

Indeksy:

$\dot{\phantom{x}} = \partial/\partial t$ ,

$\prime = \partial/\partial \tau$ ,

st – w punkcie równowagi statycznej.

## 1. Przedmiot pracy

W badaniach laboratoryjnych prowadzonych w IMP PAN w Gdańsku uzyskiwano stosunkowo trwale emulsje olejowo-powietrzne zawierające przy ciśnieniu atmosferycznym ok. 1% powietrza w stosunku objętościowym [8]. W pewnych przypadkach (układy smarowania łożysk wysokoobrotowych silników spalinowych) stwierdzono objętościową zawartość powietrza w oleju nawet powyżej 10% [9]. Rząd przeciętnej zawartości powietrza w oleju mineralnym pozostającym w dłuższym kontakcie z powietrzem atmosferycznym można ocenić w granicach 0,1 - 1% [1].

Obecność pęcherzy powietrza w oleju powodować może w pewnych warunkach powstanie rozległej strefy skawitowanej\*), a tym samym przerwanie ciągłości filmu smarnego. Ponadto własności fizyczne oleju zapowietrzonego mogą znacznie różnić się od własności czystego oleju.

W literaturze dotyczącej łożysk [4, 5, 6, 10] podejmowane są próby uwzględnienia faktu występowania w filmie smarnym w obszarze obniżonego ciśnienia znacznych ilości powietrza przez oddzielne określanie rozkładów ciśnienia w obszarze przepływu jednofazowego (czysty olej) oraz przepływu dwufazowego (olej-gaz). Zagadnienie polega tu więc na określeniu granic występowania ciągłego filmu smarnego, a więc na określeniu odpowiednich warunków brzegowych dla równania Reynoldsa [10].

Interesującą koncepcję matematycznego opisu własności zapowietrzonego filmu smarnego przedstawił T. Gerlach w pracy [1]. Przyjęty tu model filmu smarnego, w postaci emulsji olejowo-powietrznej, pozwala na wyeliminowanie konieczności wyznaczania granic przepływu jednofazowego i tym samym na opis przebiegu ciśnienia w obu obszarach

\*) W niniejszej pracy rozpatrywana jest wyłącznie tzw. kawitacja gazowa, rozumiana jako proces gwałtownego wzrostu pęcherzy powietrznych w strefie o ciśnieniu mniejszym niż atmosferyczne.

za pomocą tego samego, jednego równania. Wspomnianą emulsję stanowi tu olej z zawartymi kulistymi pęcherzami powietrza o średnim przeciętnym promieniu  $r_o$  (przy ciśnieniu atmosferycznym  $p_o$ ).

Autor założył, że tego rodzaju emulsja ma własności takie same jak rzeczywisty olej z pęcherzami o różnej wielkości. Zgodnie z teorią Floberga [6] o własnościach zapowietrzonego oleju decydują największe pęcherze. Już dla promienia pęcherza  $r_o \geq 100 \mu\text{m}$  wpływ napięcia powierzchniowego cieczy jest pomijalnie mały, a zatem olej nie przenosi naprężenia rozciągającego (ciśnienia mniejszych niż ciśnienie zera absolutnego). Pomijając ponadto procesy dyfuzyjne i ściśliwość czystego oleju (bez powietrza) oraz zakładając, izotermiczny proces przemiany, autor doszedł do następujących zależności:

$$\frac{p}{p_o} = \frac{\bar{V}_{op}}{\bar{V}_p} = \frac{M \bar{V}_{op}^*}{M \bar{V}_p} = \frac{V_{op}}{V_p}$$

oraz

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \frac{V_{oc} + V_{op}}{V_{oc} + V_p} \cong \frac{p(1 + A_o)}{p + A_o p_o} \quad (1)$$

Gęstość emulsji jest więc jednoznacznie zdeterminowana przez ciśnienie w obu obszarach (nadciśnienia i podciśnienia) filmu smarnego.

Wychodząc z postulatu równości prac tarcia w odpowiedniej strefie rzeczywistego łożyska i przyjętego modelu, autor przyjął, iż lepkość emulsji jest wprost proporcjonalna do jej gęstości

$$\frac{\bar{\mu}}{\mu_o} = \frac{\rho}{\rho_o} \quad (2)$$

Przedstawiony wyżej model zakłada, że w obszarach podciśnienia wpływa z zewnątrz przez brzegi łożyska smar, a nie powietrze. Przypadek taki zachodzi jednak stosunkowo rzadko. Na ogół mamy do czynienia z zasysaniem powietrza w strefie ujemnych ciśnień co odpowiednio zwiększa stopień zapowietrzenia emulsji. Ponadto, stopień ten nie jest już wielkością stałą, lecz zmienia się stosownie do zmian ciśnienia w tej strefie. W niniejszej pracy przedstawiono próbę uwzględnienia faktu zasysania powietrza przez odpowiednią modyfikację modelu Gerlacha.

Idea jednolitego matematycznego opisu rozkładu ciśnienia w całym filmie smarnym stwarza, w przypadku zmiennych obciążeń łożyska, dogodną możliwość oceny wpływu zjawisk jakie zachodzą w filmie smarnym w chwili bezpośrednio poprzedzającej rozpatrywany moment czasu (wpływ tzw. „prehistorii”) na właściwości dynamiczne łożyska. Wpływ „prehistorii” odzwierciedlają bowiem w tym przypadku zmiany gęstości emulsji w czasie (w dalszych rozważaniach zmiany te określane są mianem czasowej kompresji filmu smarnego).

Stosowana powszechnie metoda wyznaczania wspólnych granic obszarów przepływów jedno- i dwufazowych daje wyniki prawidłowe tylko w przypadku, gdy granice te są stałe lub są znanymi funkcjami czasu. Na ogół jednak granice te są zmienne w czasie, a zmienność ta nie jest z góry znana. W takich przypadkach czas w równaniu Reynoldsa staje się trzecią zmienną niezależną (obok współrzędnych geometrycznych) i nie może być traktowany jako parametr.

Przedmiot niniejszej pracy stanowi próba opisu podstawowych własności statycznych i dynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych przeprowadzona za pomocą odpowiednio zmodyfikowanego modelu Gerlacha. Obliczone na podstawie tego modelu charakterystyki, przez ich porównanie z analogicznymi charakterystykami obliczonymi na podstawie modeli tradycyjnych i z zastosowaniem powszechnie przyjmowanego warunku brzegowego Reynoldsa, stwarzają podstawę do oceny wpływu zarówno stopnia zapowietrzenia, jak i przestrzennej i czasowej kompresji filmu smarnego na podstawowe własności łożyska ślizgowego.

## 2. Model teoretyczny filmu smarnego

Zjawisko zasysania powietrza w strefie ujemnych ciśnień szczeliny smarnej możemy w obliczeniach uwzględnić zakładając, że mieszanina oleju i powietrza zassanego równoważna jest emulsji olejowo-powietrznej z pewną dodatkową ilością pęcherzy powietrznych, a więc równoważna jest emulsji o innym, większym współczynniku  $A_o$ .

Wprowadźmy do dalszych rozważań następujące wielkości bezwymiarowe:

– bezwymiarowe ciśnienie hydrodynamiczne

$$\pi = (p - p_o) \frac{(\Delta R/R)^2}{\mu_o \omega}$$

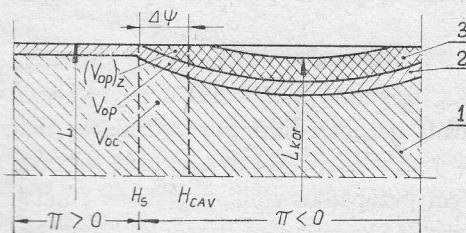
– bezwymiarowe ciśnienie atmosferyczne

$$\pi_o = p_o \frac{(\Delta R/R)^2}{\mu_o \omega}$$

oraz ponadto:

$$\psi = \frac{l}{R}, \quad Z = \frac{z}{L/2}, \quad H = \frac{h}{\Delta R}, \quad \tau = \omega t.$$

Dla każdego dowolnie małego elementu przestrzeni szczeliny smarnej  $V_E = L H_{CAV} \Delta \psi$  (rys. 1), w którym następuje zasysanie powietrza, objętością zawartość powietrza w emul-



Rys. 1. Emulsja olejowo-powietrzna w pogładowej rozłożonej formie

1 - czysty olej (bez powietrza), 2 - powietrze będące uprzednio w oleju, 3 - powietrze zassane

sji możemy określić następująco:

$$A_{oz} = \frac{V_{op} + (V_{op})_z}{V_{oc}}$$

Ilość powietrza zassanego  $(V_{op})_z$  zależna jest od rodzaju i konkretnych warunków pracy łożyska. Z braku lepszych danych założmy, że powietrze zassane wypełnia całkowicie, lub częściowo, objętość  $V_z = V_E - (V_{op} + V_{oc})$ , tak, jak to pogładowo ilustruje rysunek 1.

Z warunku ciągłości przepływu otrzymujemy zatem

$$A_{oz} = A_o + k_z \left( \frac{H_{CAV}}{H_s} - 1 - A_o \right). \quad (3)$$

Współczynnik zasysania  $k_z$  przyjmować może różne wartości z przedziału  $k_z = 0$  (brak zasysania) oraz  $k_z = 1$  (zasysanie maksymalne).

Maksymalna wartość współczynnika objętościowej zawartości powietrza  $A_{oz}$  ograniczona jest fizyczną zdolnością oleju do tworzenia emulsji i nie przekracza pewnej wartości granicznej  $A_{gr}$  (np.  $A_{gr} = 0,3$ ). W dalszych rozważaniach przyjęto, że  $A$  oznacza objętościową zawartość powietrza w emulsji obliczoną w następujący sposób:

$$\begin{aligned} A &= A_o & \text{dla } \pi \geq 0, \\ A &= A_{oz} \leq A_{gr} & \text{dla } \pi < 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Przy wyższych wartościach  $\varepsilon$  może zdarzyć się, że medium smarne, z uwagi na ograniczoną zdolność oleju do tworzenia emulsji ( $A = A_{gr}$ ), nie wypełnia szczeliny smarnej na całej szerokości. Fakt ten możemy uwzględnić, wprowadzając w takich przypadkach do obliczeń skorygowaną (obliczeniową) szerokość łożyska  $L_{kor}$  (rys. 1)

$$L_{kor} = L \frac{1 + A_{gr}}{1 + A_o} \frac{H_s}{H_{CAV}} \leq L. \quad (5)$$

Zasysanie dodatkowych ilości powietrza powoduje, że gęstość początkowa emulsji  $\rho_{oz}$  (przy ciśnieniu atmosferycznym) jest inna niż  $\rho_o$ , co możemy przedstawić za pomocą wyrażenia

$$\frac{\rho_{oz}}{\rho_o} = \frac{V_{oc} + V_{op}}{V_{oc} + V_{op} + (V_{op})_z} = \frac{1 + A_o}{1 + A_{oz}}. \quad (6)$$

Zasysanie powietrza prowadzi też na ogół (zwłaszcza w zagadnieniach statyki) do stopniowego ustalania się ciśnienia w strefie skawitowanej do poziomu ciśnienia nasycenia, które z reguły odpowiada ciśnieniu atmosferycznemu. Załóżmy, że najniższe ciśnienie w filmie smarnym nie przekracza pewnej wielkości  $\Delta\pi_o$ , która może dowolnie mało różnić się od ciśnienia atmosferycznego. Wielkość  $\Delta\pi_o$  wygodnie jest więc przedstawić w postaci

$$\Delta\pi_o = \pi_o(1 - k_s), \quad (7)$$

gdzie  $0 \leq k_s < 1$ .

Związek (1), wyrażający zmianę gęstości emulsji w zależności od zmiany ciśnienia, możemy teraz, uwzględniając (3), (4), (6) i (7), odpowiednio zmodyfikować i przedstawić w postaci

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \frac{1 + A_o}{1 + A} \left[ 1 + \frac{\pi A}{\pi + \Delta\pi_o(1 + A)} \right] = \frac{(\pi + \Delta\pi_o)(1 + A_o)}{\pi + \Delta\pi_o(1 + A)}. \quad (8)$$

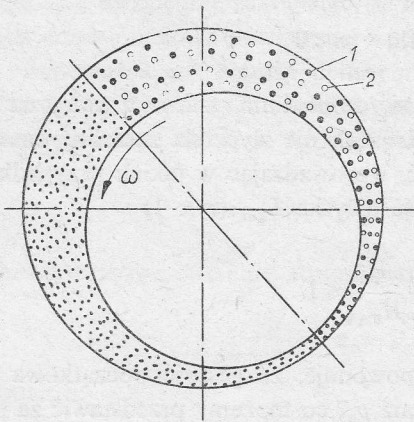
Związek pomiędzy efektywną lepkością emulsji  $\bar{\mu}_o$  a lepkością czystego oleju  $\mu_o$  – przy

ciśnieniu atmosferycznym  $\pi=0$  – może być określony w przybliżeniu przez wyrażenie [9]:

$$\frac{\bar{\mu}_o}{\mu_o} \cong 1 + kA. \quad (9)$$

Literatura [7, 9] podaje również inne zależności. Wartość współczynnika  $k$  zawiera się na ogół w granicach  $k = -1 \div 2,5$  [9]. Traktując pęcherze zawarte w oleju jako kuliste ciała stałe, to w myśl prawa Einsteina [11] otrzymamy  $k=2,5$ . Natomiast dla dużych owalnych pęcherzy można przyjąć  $k=-1$ . W niniejszej pracy przyjęto  $k=-1$ , co z uwagi na możliwą deformację pęcherzy przy wyższych wartościach współczynnika  $A$  wydaje się uzasadnione.

Rysunek 2 przedstawia w sposób poglądowy przyjęty model filmu smarnego w postaci emulsji olejowo-powietrznej. Emulsję tę stanowi olej z rozszianymi w całej szczelinie smar-



Rys. 2. Model teoretyczny filmu smarnego

1 – pęcherze powietrza zawarte uprzednio w oleju,  
2 – pęcherze powietrza zassane

nej pęcherzami powietrza, zarówno tymi będącymi tam uprzednio jak i zassanymi, o średnim, odniesionym do ciśnienia atmosferycznego promieniu  $r_o$ . Ilość tych pęcherzy, obrazująca sumaryczną objętościową zawartość powietrza w oleju, określona jest współczynnikami  $A_o$  i  $A_{oz}$ , wyznaczającymi gęstość początkową emulsji  $\rho_o$  i  $\rho_{oz}$ . Współczynnik  $A_o$  traktowany jest w obliczeniach jako parametr. Zmiany ciśnienia w filmie smarnym powodują zmiany wielkości tych pęcherzy i odpowiednią zmianę gęstości emulsji, zgodnie z zależnością (8).

Przedstawiony wyżej model nie opisuje bezpośrednio faktu spontanicznego łączenia się, po przekroczeniu pewnej krytycznej wartości podciśnienia, drobnych kulistych pęcherzy w duże owalne „palcowate” pęcherze o wyrównanym, zbliżonym do atmosferycznego, ciśnieniu. Zjawisko to jest typowe w zagadnieniach statyki łożysk ślizgowych. Przyjmując w takich przypadkach wartości współczynników  $k_s$  i  $k_z$  bliskie jedności, można założyć, iż przyjęty model nie będzie wprowadzał do obliczeń większych błędów.

W zagadnieniach dynamiki łożysk ślizgowych, w warunkach szybkiego przemieszczania się środka czopa, zawarte w oleju powietrze nie ma możliwości do tworzenia rozległych „palcowatych” pęcherzy. Wartości współczynników  $k_s$  i  $k_z$  prawdopodobnie bliskie są tu zeru. Ich dokładne wartości mogą być określone tylko na podstawie eksperymentu. W dalszych obliczeniach współczynniki te potraktowane zostały jako parametry.



Uwzględniając związki (2), (8), (9) oraz przyjęte wielkości bezwymiarowe, równanie Reynoldsa przyjmie następującą, zmodyfikowaną postać:

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left( H^3 \frac{\partial \pi}{\partial \psi} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left( H^3 \frac{\partial \pi}{\partial Z} \right) =$$

$$= 6(1-A) \left[ \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial H}{\partial \psi} + H \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) + 2 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial H}{\partial \tau} + 2H \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) \right], \quad (10)$$

gdzie  $\rho/\rho_0$  określa związek (8), natomiast  $A$  związki (4) i (3).

Równanie (10) jest równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego dla trzech zmiennych niezależnych  $\psi$ ,  $Z$ ,  $\tau$  oraz, z uwagi na charakter zmian gęstości emulsji, silnie nieliniowe względem ciśnienia  $\pi$ . W porównaniu z tradycyjną postacią równania Reynoldsa, równanie (10) zawiera po prawej stronie dwa nowe człony, a mianowicie:

$$H \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) \quad \text{oraz} \quad 2H \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right),$$

a więc człony wyrażające przestrzenną oraz czasową kompresję emulsji, która jest źródłem dodatkowego ciśnienia hydrodynamicznego.

Rozkład ciśnienia, będący rozwiązaniem tego równania, nie jest już więc w ogólnym przypadku zdefiniowany wyłącznie przez współrzędne położenia środka czopa  $\varepsilon$ ,  $\gamma$  i szybkość zmian tych współrzędnych  $\dot{\varepsilon}$ ,  $\dot{\gamma}$ , a więc nie jest już zdefiniowany dla danego  $H$ ,  $\partial H/\partial \psi$  oraz  $\partial H/\partial \tau$ . Rozkład ten zależy bowiem jeszcze od początkowego rozkładu gęstości emulsji w chwili  $\tau_0$ , bezpośrednio poprzedzającej chwilę  $\tau$ . Możemy więc napisać (dla zadanej geometrii łożyska oraz danych współczynników  $k_s$  i  $k_z$ ):

$$\pi(\psi, Z, \tau) = f \left[ \varepsilon, \gamma, \dot{\varepsilon}, \dot{\gamma}, \pi_0, A_0, \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)_{\tau=\tau_0} \right].$$

### 3. Charakterystyki statyczne łożyska

W zagadnieniach statyki opuszcza się dwa ostatnie człony prawej strony równania (10). Mamy wówczas

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left( H^3 \frac{\partial \pi}{\partial \psi} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left( \frac{\partial \pi}{\partial Z} \right) =$$

$$= 6(1-A) \left\{ \frac{(\pi + \Delta \pi_0)(1 + A_0)}{\pi + \Delta \pi_0(1 + A)} \frac{\partial H}{\partial \psi} + H \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{(\pi + \Delta \pi_0)(1 + A_0)}{\pi + \Delta \pi_0(1 + A)} \right] \right\}. \quad (11)$$

Postać równania (11) nadaje się do obliczania rozkładów ciśnienia w łożyskach o dowolnym kształcie szczeliny smarnej. Warunki brzegowe stanowią tu wartości ciśnienia na zewnętrznych, naturalnych krawędziach szczeliny smarnej. W przypadku, gdy ciśnienie na wszystkich zewnętrznych krawędziach szczeliny równe jest ciśnieniu atmosferycznemu,

warunki brzegowe dla równania (11) możemy sformułować w postaci:

$$\begin{aligned}\pi(\psi, Z = \pm 1) &= 0, & \pi(\psi = \psi_p, Z) &= 0, \\ \pi(\psi = \psi_k, Z) &= 0,\end{aligned}\quad (12)$$

gdzie  $\psi_p, \psi_k$  są współrzędnymi położenia krawędzi zewnętrznych szczeliny smarnej. Całkowanie równania (11) następuje więc zarówno w obszarze ciśnień dodatnich jak i ujemnych, bez konieczności określania dodatkowych warunków brzegowych dla końca strefy dodatniego ciśnienia. Fakt ten stanowi istotną zaletę powyższej metody.

Równanie (11) rozwiązano numerycznie specjalnie w tym celu zmodyfikowaną metodą iteracyjną. Oznaczając przez  $\pi_{I,J}$  wartość ciśnienia w węźle  $I, J$  siatki prostokątnej, ogólny przepis iteracyjny tej metody można przedstawić w postaci

$$\pi_{I,J}^{v+1} = \pi_{I,J}^{v-1} + \delta(\pi_{I,J}^v - \pi_{I,J}^{v-1})$$

oraz

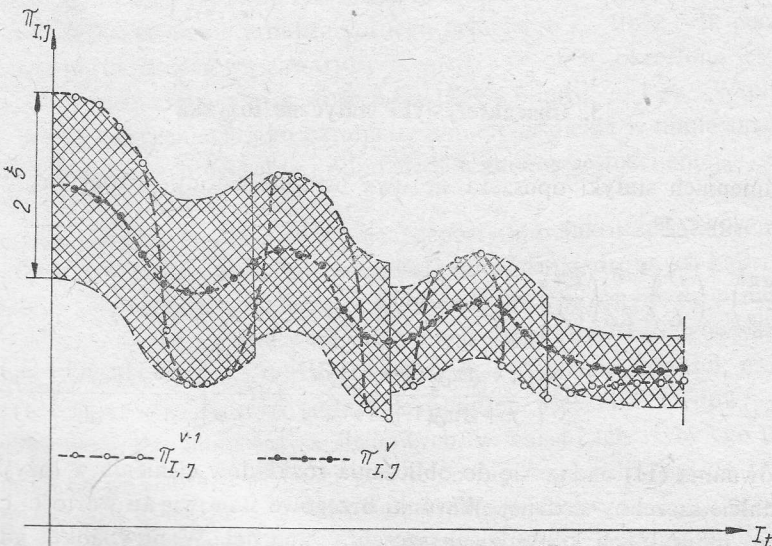
$$\pi_{I,J}^{v-1} - \zeta \leq \pi_{I,J}^v \leq \pi_{I,J}^{v-1} + \zeta.$$

Wartości współczynników relaksacji  $\delta$  i oscylacji  $\zeta$  nie są wartościami stałymi, lecz zmieniane są w sposób umożliwiający uzyskanie możliwie szybkiej zbieżności procesu iteracyjnego. Przykład zmiany wartości  $\pi_{I,J}^v$  dla kolejnych iteracji  $I$ , przedstawia rysunek 3.

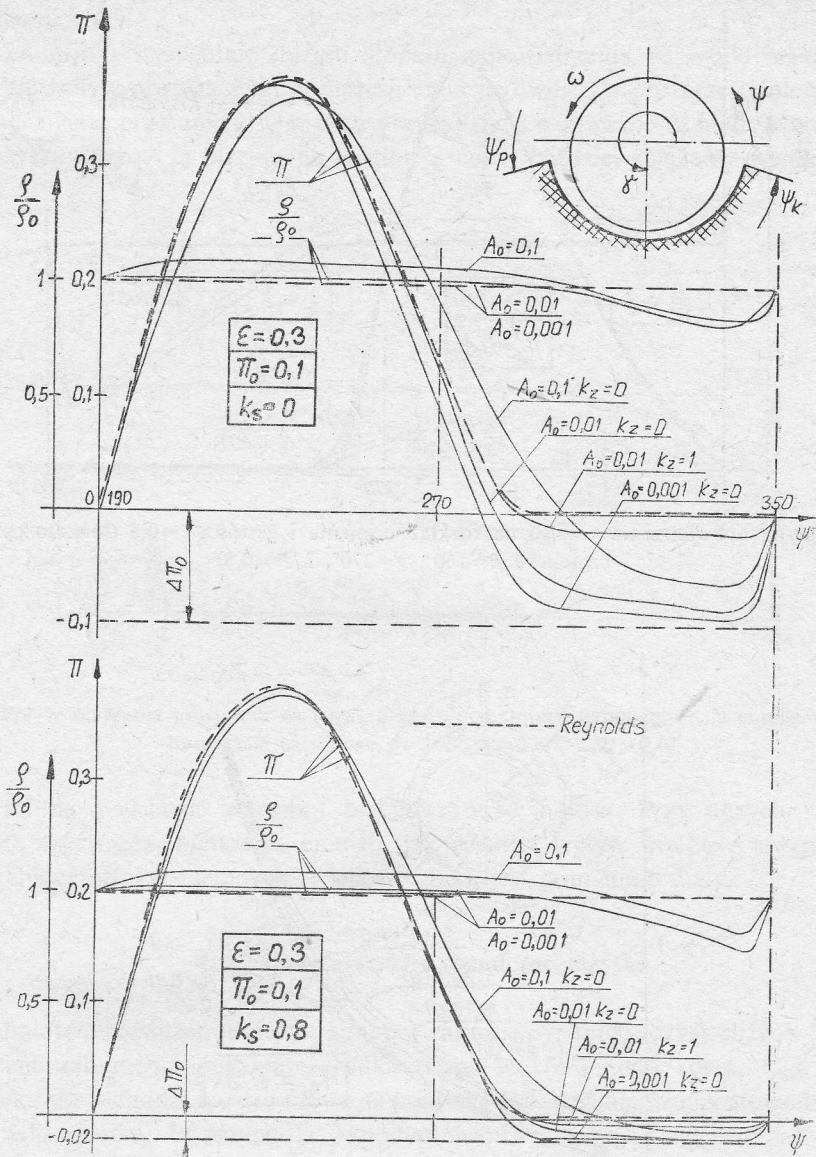
Przykładowe wyniki obliczeń rozkładów ciśnienia i gęstości emulsji dla łożyska cylindrycznego częściowego ( $\beta = 160^\circ$ ) przedstawiają rysunki 4 i 5. Na rysunku 6 przedstawiono zależność bezwymiarowej nośności łożyska (liczby Sommerfelda), zdefiniowanej jako

$$S_o = \frac{P_{st}(\Delta R/R)^2}{LD\mu_o\omega},$$

od mimośrodowości względnej  $\varepsilon$  łożyska cylindrycznego z kieszeniami smarnymi. Po-

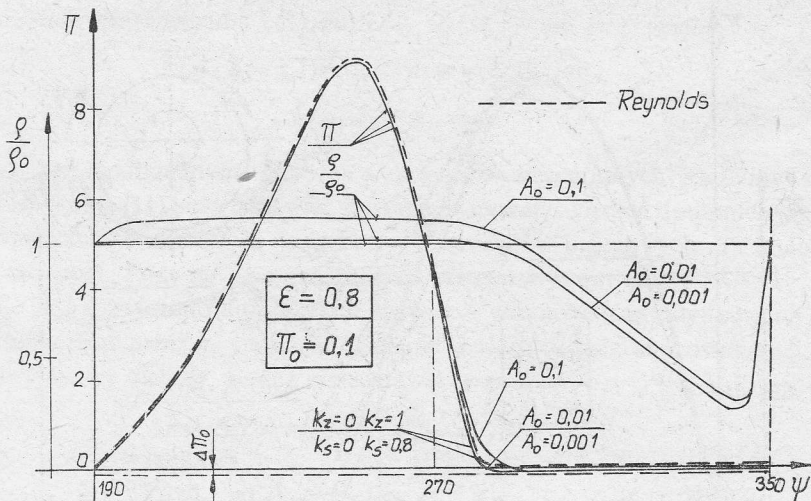


Rys. 3. Przykład zmian wartości  $\pi_{I,J}^v$  oraz  $\pi_{I,J}^{v-1}$  w metodzie iteracyjnej ze zmiennymi granicami oscylacji

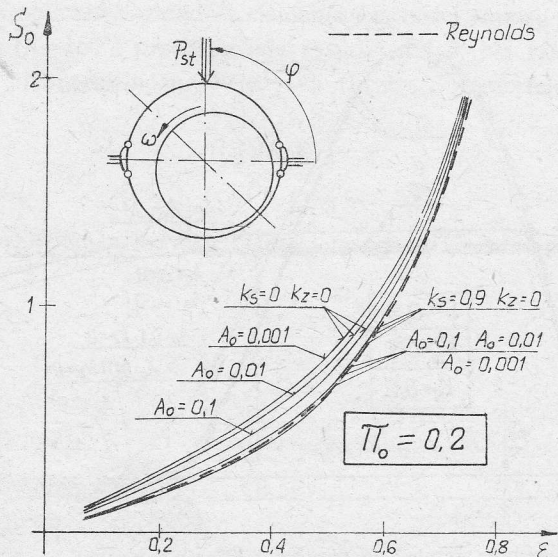


Rys. 4. Wpływ zapowietrzenia emulsji na rozkład ciśnienia i gęstości  $\epsilon=0,3$  (łożysko cylindryczne częściowe  $\beta=160^\circ$ ,  $\gamma=270^\circ$ ,  $L/D=0,8$ )

wyższe rysunki przedstawiają rozkłady ciśnienia, gęstości oraz nośność łożyska obliczone dla różnych stopni zapowietrzenia emulsji oraz różnych wartości współczynników  $k_s$  i  $k_z$ , w porównaniu z analogicznymi rozkładami obliczonymi na podstawie modeli tradycyjnych (czysty olej) oraz na podstawie powszechnie stosowanego warunku brzegowego Reynoldsa. Jak z rysunków tych wynika, istotne różnice występują przy małych wartościach mimośrodowości względnej  $\epsilon$  oraz małych wartościach współczynników  $k_s$  i  $k_z$ .



Rys. 5. Wpływ zapowietrzenia emulsji na rozkład ciśnienia i gęstości  $\varepsilon=0,8$  (łożysko cylindryczne częściowe  $\beta=160^\circ$ ,  $\gamma=270^\circ$ ,  $L/D=0,8$ )



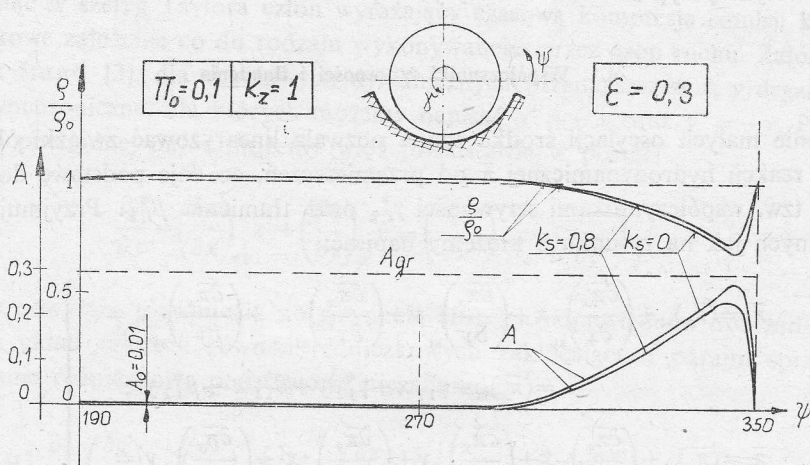
Rys. 6. Wpływ zapowietrzenia emulsji na bezwymiarową nośność  $S_0$  (łożysko cylindryczne z kieszeniami smarnymi  $\varphi=90^\circ$ ,  $L/D=0,8$ )

(mała wartość  $k_s$ , przy jednocześnie dużym  $\pi_0$ , oznacza możliwość uwzględnienia w obliczeniach dużych wartości ciśnień ujemnych).

Uwzględnienie zasysania powietrza  $k_z=1$  prowadzi do znacznego zmniejszenia się wartości ciśnień ujemnych, co zgodne jest z oczekiwaniami. Stopień zapowietrzenia emulsji w strefie podciśnienia w takim przypadku znacznie wzrasta. Przykład zmiany wartości współczynnika  $A$  oraz gęstości emulsji wskutek zasysania powietrza przedstawiony jest

na rysunku 7. Zwraca tu uwagę stosunkowo mała zależność wartości  $A$  i  $\rho/\rho_0$  od wartości współczynnika  $k_s$ .

Dla emulsji o szczególnie dużym stopniu zapowietrzenia ( $A_0=0,1$ ) wyraźnie uwiadczenia się wpływ przestrzennej kompresji emulsji również w obszarze ciśnień dodatnich (krzywe ciśnienia przesunięte są w tych przypadkach w prawo). W miarę wzrostu obciążenia łożyska (wzrost  $\varepsilon$ ) otrzymane wyniki są coraz bardziej zbliżone z wynikami otrzy-



Rys. 7. Wpływ zasysania powietrza na rozkład gęstości i stopień zapowietrzenia emulsji (łożysko cylindryczne częściowe  $\beta=160^\circ$ ,  $\gamma=270^\circ$ ,  $L/D=0,8$ )

mywanymi na podstawie warunku brzegowego Reynoldsa. Przy dużych wartościach  $\varepsilon$  ( $\varepsilon \geq 0,8$ ) wpływ zapowietrzenia emulsji, jak również wpływ wielkości uwzględnianych w obliczeniach ciśnień ujemnych (wielkość  $\Delta\pi_0$ ), jest pomijalnie mały.

#### 4. Charakterystyki dynamiczne łożyska

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy w zakresie dynamiki łożysk ślizgowych są małe periodyczne zaburzenia położenia środka czopa wokół punktu równowagi statycznej. Przypadek taki zachodzi bardzo często w praktyce (np. drgania czopa spowodowane niewyważeniem wirnika). W przypadku periodycznego ruchu czopa względem panwi możliwe jest uzyskanie rozwiązania jednoznacznego (a więc niezależnego od warunku początkowego) równania (10). Dla zadanego kształtu szczeliny smarnej

$$H(\psi, \tau) = H(\psi, \tau + T)$$

oraz dowolnego warunku początkowego  $(\rho/\rho_0)_{\tau=\tau_0}$  otrzymamy w postępowaniu iteracyjnym

$$\pi(\psi, Z, \tau) = \pi(\psi, Z, \tau + T),$$

$$\frac{\rho}{\rho_0}(\psi, Z, \tau) = \frac{\rho}{\rho_0}(\psi, Z, \tau + T),$$

a zatem (dla przyjętych  $k_s$  i  $k_z$ )

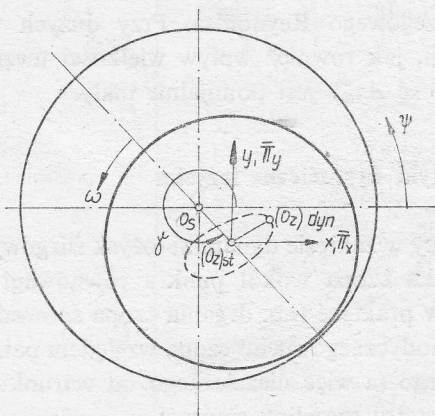
$$\pi(\psi, Z, \tau) = f(\varepsilon, \gamma, \dot{\varepsilon}, \dot{\gamma}, \pi_0, A_0).$$

Powyższy zapis oznacza, że dla ustalonych i okresowych przemieszczeń środka czopa zmiany gęstości emulsji w czasie (czasowa kompresja emulsji) dają się zdefiniować za pomocą parametrów związanych wyłącznie z ruchem czopa. Czas w równaniu (10) może być więc w tym przypadku traktowany jako parametr.

#### 4.1. Współczynniki sztywności i tłumienia

Założenie małych oscylacji środka czopa pozwala linearyzować związki określające zależność reakcji hydrodynamicznej  $\bar{\pi}$  od przemieszczeń, co daje podstawę do posługiwania się tzw. współczynnikami sztywności  $\gamma_{i,k}^*$  oraz tłumienia  $\beta_{i,k}^*$ . Przyjmując układ współrzędnych jak na rysunku 8 możemy napisać:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\pi}_x &= (\bar{\pi}_x)_{st} + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_x}{\partial x} \right)_{st} x + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_x}{\partial y} \right)_{st} y + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_x}{\partial x'} \right)_{st} x' + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_x}{\partial y'} \right)_{st} y' = \\ &= (\bar{\pi}_x)_{st} + \gamma_{11}^* x + \gamma_{12}^* y + \beta_{11}^* x' + \beta_{12}^* y', \\ \bar{\pi}_y &= (\bar{\pi}_y)_{st} + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_y}{\partial x} \right)_{st} x + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_y}{\partial y} \right)_{st} y + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_y}{\partial x'} \right)_{st} x' + \left( \frac{\partial \bar{\pi}_y}{\partial y'} \right)_{st} y' = \\ &= (\bar{\pi}_y)_{st} + \gamma_{21}^* x + \gamma_{22}^* y + \beta_{21}^* x' + \beta_{22}^* y'. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$



Rys. 8. Układ współrzędnych

Celem obliczenia współczynników  $\gamma_{i,k}^*$  oraz  $\beta_{i,k}^*$  posłużymy się rachunkiem perturbacji. Zgodnie z rysunkiem 8 parametrami zakłócającymi będą tu  $x, y, x', y'$ . Rozwijając w szereg Taylora w punkcie równowagi statycznej według parametrów  $x, y, x', y'$  oraz ograniczając się do pierwszej pochodnej, otrzymamy

— dla ciśnienia  $\pi$

$$\pi = \pi_{st} + \left( \frac{\partial \pi}{\partial x} \right)_{st} x + \left( \frac{\partial \pi}{\partial y} \right)_{st} y + \left( \frac{\partial \pi}{\partial x'} \right)_{st} x' + \left( \frac{\partial \pi}{\partial y'} \right)_{st} y',$$

– dla funkcji kształtu szczeliny smarnej  $H$

$$H = H_{st} + \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{st} x + \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{st} y = H_{st} - x \cos \psi - y \sin \psi.$$

Podobne wyrażenia otrzymamy rozwijając pozostałe człony równania (10). Natomiast, aby rozwinąć w szereg Taylora człon wyrażający czasową kompresję emulsji konieczne jest dodatkowe założenie co do rodzaju wykonywanego przez czop ruchu. Założmy, podobnie jak Lund [3], dla składowych dynamicznych przemieszczeń  $x, y$  drgania sinusoidalne synchroniczne, dla których możemy napisać  $x'' = -x$  oraz  $y'' = -y$ . Potrzebną tu wartość pochodnej  $\partial\pi/\partial\tau$  możemy więc przedstawić w postaci

$$\frac{\partial\pi}{\partial\tau} = \left( \frac{\partial\pi}{\partial x} \right)_{st} x' + \left( \frac{\partial\pi}{\partial y} \right)_{st} y' - \left( \frac{\partial\pi}{\partial x'} \right)_{st} x - \left( \frac{\partial\pi}{\partial y'} \right)_{st} y. \quad (14)$$

Wstawiając powyższe rozwinięcia do równania (10), po odpowiednim uporządkowaniu, otrzymamy układ czterech równań różniczkowych zakłócających parami sprzężonych oraz równanie różniczkowe podstawowe niezaburzone

$$\left. \begin{aligned} H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial x} \right)_{st} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial x} \right)_{st} + a(\psi, Z) \frac{\partial}{\partial\psi} \left( \frac{\partial\pi}{\partial x} \right)_{st} + \\ + b(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial x} \right)_{st} = R_x(\psi, Z) - R_t(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial x'} \right)_{st}, \\ H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial x'} \right)_{st} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial x'} \right)_{st} + a(\psi, Z) \frac{\partial}{\partial\psi} \left( \frac{\partial\pi}{\partial x'} \right)_{st} + \\ + b(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial x'} \right)_{st} = R_x(\psi, Z) + R_t(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial x} \right)_{st}, \end{aligned} \right\} \quad (15a)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial y} \right)_{st} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial y} \right)_{st} + a(\psi, Z) \frac{\partial}{\partial\psi} \left( \frac{\partial\pi}{\partial y} \right)_{st} + \\ + b(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial y} \right)_{st} = R_y(\psi, Z) - R_t(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial y'} \right)_{st}, \\ H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial y'} \right)_{st} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 H_{st}^3 \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \left( \frac{\partial\pi}{\partial y'} \right)_{st} + a(\psi, Z) \frac{\partial}{\partial\psi} \left( \frac{\partial\pi}{\partial y'} \right)_{st} + \\ + b(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial y'} \right)_{st} = R_y(\psi, Z) + R_t(\psi, Z) \left( \frac{\partial\pi}{\partial y} \right)_{st}, \end{aligned} \right\} \quad (15b)$$

$$H_{st}^3 \frac{\partial^2 \pi_{st}}{\partial\psi^2} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 H_{st}^3 \frac{\partial^2 \pi_{st}}{\partial Z^2} + 3H_{st}^2 \frac{\partial \pi_{st}}{\partial\psi} = R_{st}, \quad (16)$$

przy czym

$$a(\psi, Z) = 3H_{st}^2 \frac{\partial H_{st}}{\partial \psi} - \frac{6(1-A)}{\partial \pi_{st} / \partial \psi} H_{st} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st},$$

$$b(\psi, Z) = \frac{12(1-A)}{\pi_{st} + \Delta \pi_o(1+A)} H_{st} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} - \frac{6}{\partial \pi_{st} / \partial \psi} \frac{\partial H_{st}}{\partial \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st},$$

$$R_x(\psi, Z) = 6(1-A) \left[ \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{st} + \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \frac{\partial^2 H_{st}}{\partial \psi \partial x} \right] - 3 \left[ \frac{R_{st}}{H_{st}} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{st} + H_{st} \frac{\partial \pi_{st}}{\partial \psi} \left( H_{st} \frac{\partial^2 H_{st}}{\partial \psi \partial x} - \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{st} \frac{\partial H_{st}}{\partial \psi} \right) \right],$$

$$R_y(\psi, Z) = 6(1-A) \left[ \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{st} + \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \frac{\partial^2 H_{st}}{\partial \psi \partial y} \right] - 3 \left[ \frac{R_{st}}{H_{st}} \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{st} + H_{st} \frac{\partial \pi_{st}}{\partial \psi} \left( H_{st} \frac{\partial^2 H_{st}}{\partial \psi \partial y} - \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{st} \frac{\partial H_{st}}{\partial \psi} \right) \right],$$

$$R_x(\psi, Z) = 12(1-A) \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{st};$$

$$R_y(\psi, Z) = 12(1-A) \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)_{st};$$

$$R_{st}(\psi, Z) = 6(1-A) \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \frac{\partial H_{st}}{\partial \psi} + H_{st} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st} \right],$$

$$R_t(\psi, Z) = 12(1-A) \frac{H_{st}}{\partial \pi_{st} / \partial \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)_{st}.$$

Równanie (16) ma postać identyczną jak równanie (11), co oznacza, że przy rozwiązywaniu równań (15a) i (15b) możemy wykorzystać obliczone uprzednio z równania Reynoldsa rozkłady ciśnienia i gęstości (w punkcie równowagi statycznej).

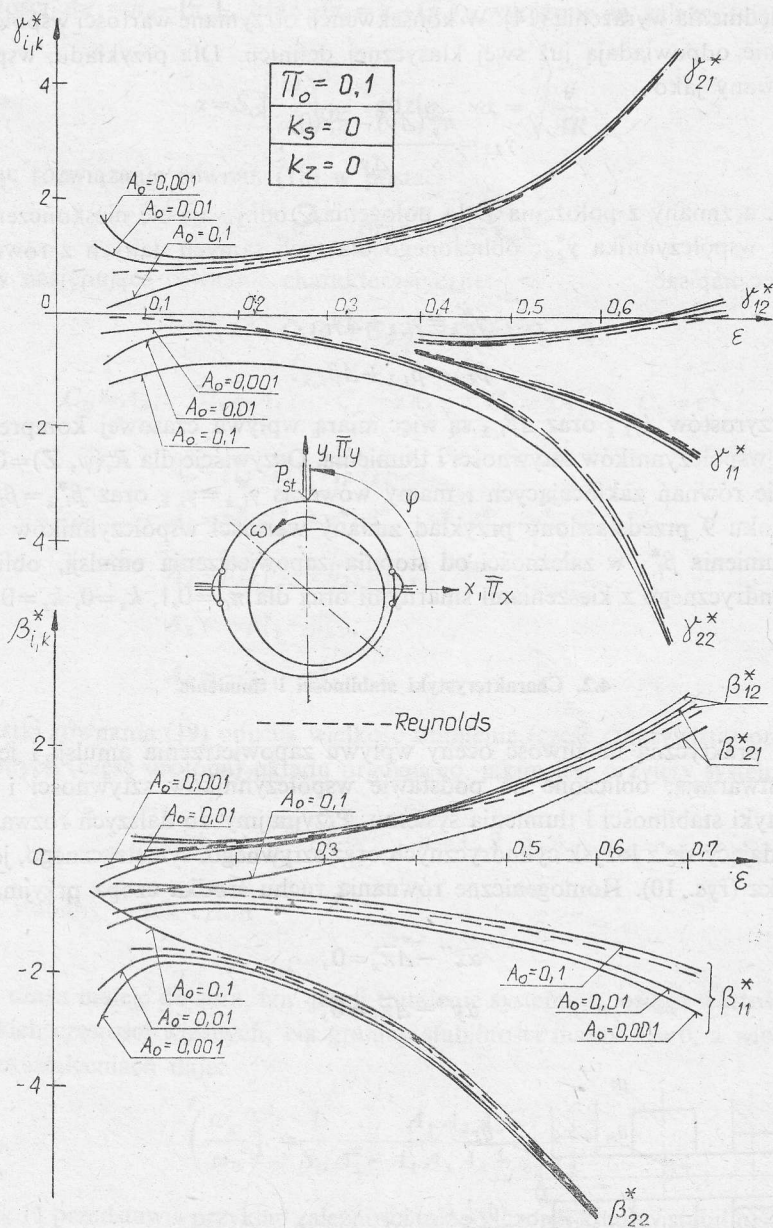
Rozkłady  $(\partial \pi / \partial x)_{st}$ ,  $(\partial \pi / \partial y)_{st}$ ,  $(\partial \pi / \partial x')_{st}$  oraz  $(\partial \pi / \partial y')_{st}$  będące rozwiązaniem równań różniczkowych zakłócających, przez ich scałkowanie w całym obszarze występowania ciśnień dodatnich i ujemnych (warunki brzegowe analogiczne jak (12)), wyznaczają poszukiwane wartości współczynników sztywności i tłumienia. Mamy więc

$$\gamma_{11}^* = \left( \frac{\partial \bar{\pi}_x}{\partial x} \right)_{st} = -\frac{1}{4} \int_{-1}^{+1} \int_{\psi_p}^{\psi_k} \left( \frac{\partial \pi}{\partial x} \right)_{st} \cos \psi \, d\psi \, dz, \quad (17)$$

$$\gamma_{21}^* = \left( \frac{\partial \bar{\pi}_y}{\partial x} \right)_{st} = -\frac{1}{4} \int_{-1}^{+1} \int_{\psi_p}^{\psi_k} \left( \frac{\partial \pi}{\partial x} \right)_{st} \sin \psi \, d\psi \, dz$$

oraz podobnie pozostałe współczynniki.





Rys. 9. Wpływ zapowietrzenia emulsji na współczynniki sztywności i tłumienia (łożysko cylindryczne z kieszeniami smarnymi  $\varphi = 90^\circ$ ,  $L/D = 0,8$ )

Dla zadanej geometrii łożyska (i danych  $k_s$  i  $k_z$ ) możemy też napisać

$$\left. \begin{matrix} \gamma_{i,k}^* \\ \beta_{i,k}^* \end{matrix} \right\} = f(S_o, \pi_o, A_o).$$

Warto tu zwrócić uwagę na fakt, iż wzajemne sprzężenie równań różniczkowych zakłócających jest wynikiem uwzględnienia w obliczeniach czasowej kompresji emulsji,

a więc uwzględnienia wyrażenia (14). W konsekwencji otrzymane wartości współczynników sztywności nie odpowiadają już swej klasycznej definicji. Dla przykładu, współczynnik  $\gamma_{22}$  zdefiniowany jako

$$\gamma_{22} = \frac{\bar{\pi}_y^{\textcircled{2}}(\Delta y) - \bar{\pi}_y^{\textcircled{1}}(0)}{\Delta y},$$

gdzie  $\Delta y \rightarrow 0$ , a zmiany z położenia ① do położenia ② odbywają się nieskończenie wolno, różni się od współczynnika  $\gamma_{22}^*$ , obliczonego dla tych samych danych z równań (15b). Możemy więc napisać

$$\gamma_{i,k}^* = \gamma_{i,k} + \Delta\gamma_{i,k},$$

$$\beta_{i,k}^* = \beta_{i,k} + \Delta\beta_{i,k}.$$

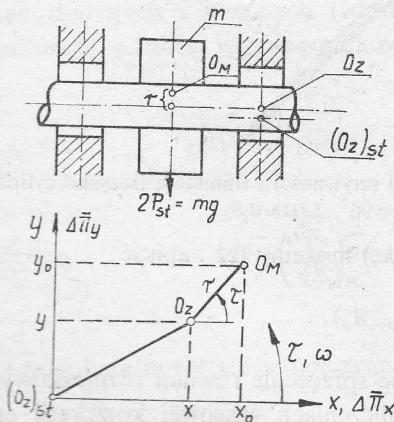
Wartości przyrostów  $\Delta\gamma_{i,k}$  oraz  $\Delta\beta_{i,k}$  są więc miarą wpływu czasowej kompresji emulsji na wielkość współczynników sztywności i tłumienia. Oczywiście dla  $R_t(\psi, Z) = 0$  następuje rozsprężenie równań zakłócających i mamy wówczas  $\gamma_{i,k}^* = \gamma_{i,k}$  oraz  $\beta_{i,k}^* = \beta_{i,k}$ .

Na rysunku 9 przedstawiono przykład zmiany wartości współczynników sztywności  $\gamma_{i,k}^*$  oraz tłumienia  $\beta_{i,k}^*$  w zależności od stopnia zapowietrzenia emulsji, obliczony dla łożyska cylindrycznego z kieszeniami smarnymi oraz dla  $\pi_0 = 0,1$ ,  $k_s = 0$ ,  $k_z = 0$ .

#### 4.2. Charakterystyki stabilności i tłumienia

Bardziej praktyczną możliwość oceny wpływu zapowietrzenia emulsji i jej czasowej kompresji stwarzają, obliczone na podstawie współczynników sztywności i tłumienia, charakterystyki stabilności i tłumienia systemu. Przyjmijmy do dalszych rozważań prosty system składający się z łożysk cylindrycznych oraz sztywnego, symetrycznego, jednomasowego wirnika (rys. 10). Homogeniczne równania ruchu środka czopa przyjmą wówczas postać

$$\begin{aligned} \alpha x'' - \Delta\bar{\pi}_x &= 0, \\ \alpha y'' - \Delta\bar{\pi}_y &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$



Rys. 10. Model systemu wirnik-łożysko

gdzie wartości  $\Delta\bar{\pi}_x = \bar{\pi}_x - (\bar{\pi}_x)_{st}$  oraz  $\Delta\bar{\pi}_y = \bar{\pi}_y - (\bar{\pi}_y)_{st}$  wyrażone są zależnością (13), natomiast

$$\alpha = S_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2, \quad \text{gdzie} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta R}}.$$

Przewidując rozwiązanie równań (18) w postaci

$$x = x_w e^{\lambda \tau} \quad \text{oraz} \quad y = y_w e^{\lambda \tau}$$

otrzymamy następujące równanie charakterystyczne:

$$C_4 \lambda^4 + C_3 \lambda^3 + C_2 \lambda^2 + C_1 \lambda + C_0 = 0, \quad (19)$$

gdzie

$$C_0 = A_0, \quad C_1 = A_1, \quad C_2 = \alpha A_4, \quad C_3 = \alpha A_3, \quad C_4 = \alpha^2,$$

natomiast

$$A_0 = \gamma_{11}^* \gamma_{22}^* - \gamma_{12}^* \gamma_{21}^*,$$

$$A_1 = \gamma_{11}^* \beta_{22}^* + \gamma_{22}^* \beta_{11}^* - \gamma_{12}^* \beta_{21}^* - \gamma_{21}^* \beta_{12}^*,$$

$$A_2 = \beta_{11}^* \beta_{22}^* - \beta_{21}^* \beta_{12}^*,$$

$$A_3 = -\beta_{11}^* - \beta_{22}^*,$$

$$A_4 = -\gamma_{11}^* - \gamma_{22}^*.$$

Pierwiastki równania (19) opisują wielkość tłumienia (część rzeczywista) oraz częstotści drgań własnych (część urojona) układu drgającego, jakim jest przyjęty system

$$\lambda_n = -\frac{u_n}{\omega} + i \frac{v_n}{\omega}, \quad n = 1, 2, 3, 4.$$

Układ jest stabilny, jeżeli człon

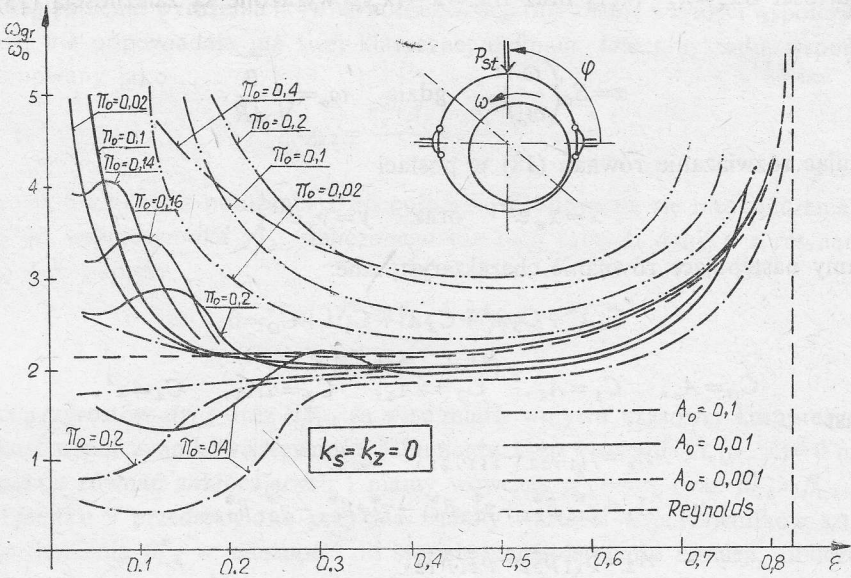
$$e^{-u_n \tau}$$

z upływem czasu maleje do zera, tzn. jeżeli tłumienie systemu  $u_n$  osiąga wartości dodatnie dla wszystkich częstotści własnych. Na granicy stabilności mamy  $u_n = 0$ , a więc  $\lambda_{gr} = iV_{gr}$ , co po przekształceniach daje:

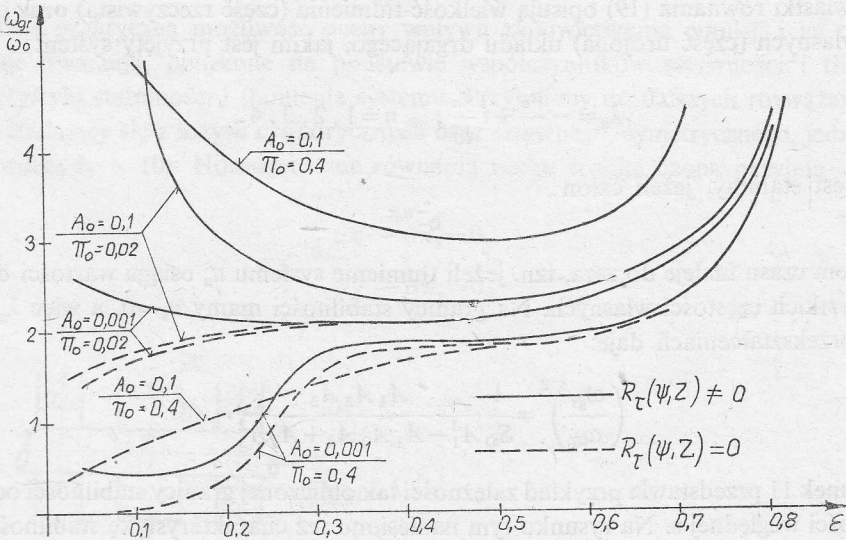
$$\left( \frac{\omega_{gr}}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{S_0} \frac{A_1 A_2 A_3}{A_1^2 - A_1 A_3 A_4 + A_0 A_3^2}. \quad (20)$$

Rysunek 11 przedstawia przykład zależności tak obliczonej granicy stabilności od mimośrodowości względnej  $\varepsilon$ . Na rysunku tym naniesiono też charakterystykę stabilności obliczoną na podstawie modelu tradycyjnego i warunku brzegowego Reynoldsa. Widać stąd, iż w miarę wzrostu zapowietrzenia emulsji oraz spadku wartości współczynnika  $k_s$  otrzymywane wyniki coraz bardziej odbiegają od wyników tradycyjnych. Różnice te są szczególnie widoczne dla małych wartości  $\varepsilon$ .

Na rysunku 12 uwidoczniło, przez naniesienie krzywych obliczonych dla  $R_\tau(\psi, Z) = 0$ , wpływ czasowej kompresji emulsji na charakterystyki stabilności systemu. Charakterystyczne jest, iż uwzględnienie w obliczeniach tego rodzaju kompresji podwyższa granicę



Rys. 11. Zmiana charakterystyk stabilności  $\omega_{gr}/\omega_0 = f(\epsilon, \pi_o, A_o)$  wskutek zapowietrzenia oleju (łożysko cylindryczne z kieszeniami smarnymi  $\varphi = 90^\circ$ ,  $L/D = 0,8$ )

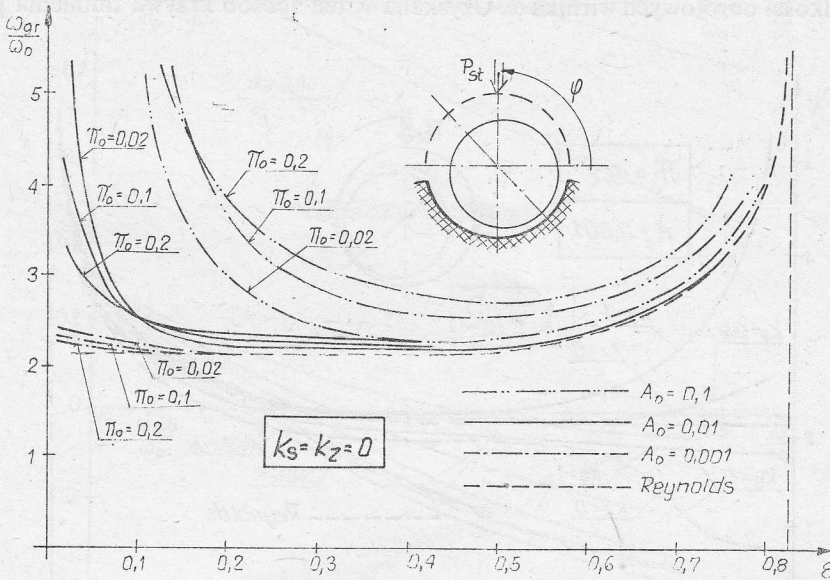


Rys. 12. Wpływ czasowej kompresji na charakterystyki stabilności

stabilnej pracy systemu. Wzrost jest tym większy, im większy jest stopień zapowietrzenia emulsji. Jest to wynikiem przyjętego modelu teoretycznego, w którym wzrost zapowietrzenia powoduje znaczny wzrost „elastyczności” emulsji, natomiast niewielki tylko spadek jej lepkości. Film smarny zachowuje się tu podobnie jak guma, stąd też gradienty wyrażające jego przestrzenną i czasową kompresję mogą już wywierać duży wpływ.

Uwzględnienie natomiast w obliczeniach ujemnych wartości ciśnienia w każdym przypadku powoduje pogorszenie własności stabilnych systemu. Stąd też, dla małych  $A_0$  i małych wartości  $k_s$  (przeważa wpływ ciśnień ujemnych) uzyskane wartości granicy stabilności są niższe niż obliczone z warunku brzegowego Reynoldsa, natomiast dla dużych  $A_0$  i dużych  $k_s$  (przeważa wpływ czasowej kompresji emulsji) wyższe.

Na rysunku 13 przedstawiono charakterystyki stabilności obliczone dla łożyska cylindrycznego częściowego, dla którego możemy przyjąć, iż strefa podciśnienia nie istnieje



Rys. 13. Wpływ zapowietrzenia emulsji na charakterystyki stabilności (łożysko cylindryczne częściowe  $\beta=160^\circ$ ,  $\phi=90^\circ$ ,  $L/D=0,8$ )

(niewielka strefa podciśnienia pojawia się tu dopiero przy większych wartościach  $\epsilon$ ). Porównanie rysunków 11 i 13 stanowi więc może ilustrację wpływu ujemnych wartości ciśnienia na charakterystyki stabilności, tym bardziej, że charakterystyki te obliczone (dla obu przedstawionych na powyższych rysunkach łożysk) na podstawie warunku brzegowego Reynoldsa są identyczne.

Na rysunku 14 przedstawiono przykład wpływu zasysania powietrza na charakterystyki stabilności. Widać stąd, iż fakt zasysania powietrza w strefie podciśnienia ma większe znaczenie jedynie przy małych wartościach  $\epsilon$ .

Wprowadźmy, podobnie jak Glienicke [2], pojęcie odniesionej liczby Sommerfelda

$$S_{O_0} = S_0 \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{P_{st}(\Delta R/R)^2}{LD\mu_0\omega_0}$$

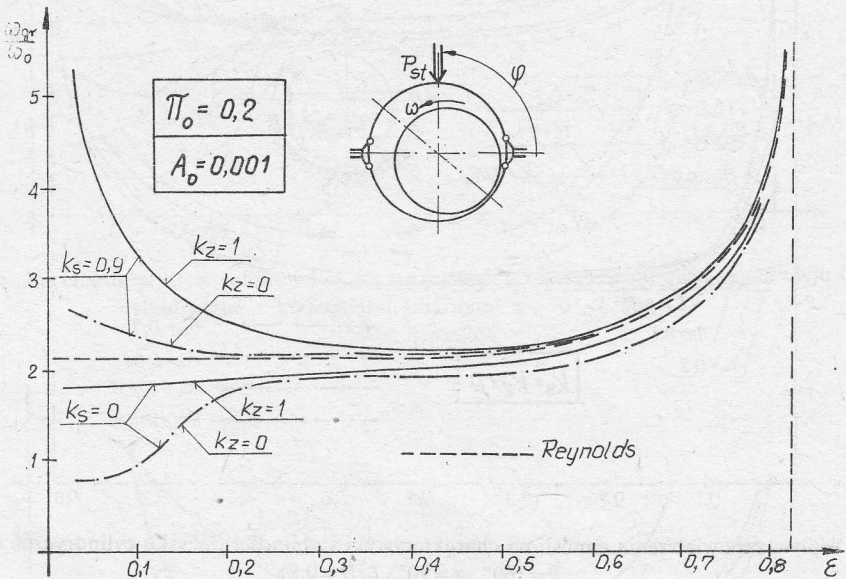
oraz konsekwentnie odniesionego bezwymiarowego ciśnienia atmosferycznego

$$\pi_{O_0} = \pi_0 \frac{\omega}{\omega_0} = p_0 \frac{(\Delta R/R)^2}{\mu_0\omega_0}$$

Obliczeniową, odniesioną wartość tłumienia przyjętego systemu  $u/\omega_0$  można wówczas przedstawić jako funkcję (dla zadanego kształtu szczeliny smarnej i danych  $k_s$  i  $k_z$ )

$$\frac{u}{\omega_0} = f\left(S_{o_0}, \pi_{o_0}, A_o, \frac{\omega}{\omega_0}\right). \quad (21)$$

Dla zadanego obciążenia zewnętrznego i zadanej konstrukcji łożyska, a więc dla danych  $S_{o_0}$ ,  $\pi_{o_0}$  oraz  $A_o$  możemy prześledzić rozkład wartości tłumienia systemu  $u$  dla różnych prędkości obrotowych wirnika  $\omega$ . Uzyskana w ten sposób krzywa tłumienia pozwala

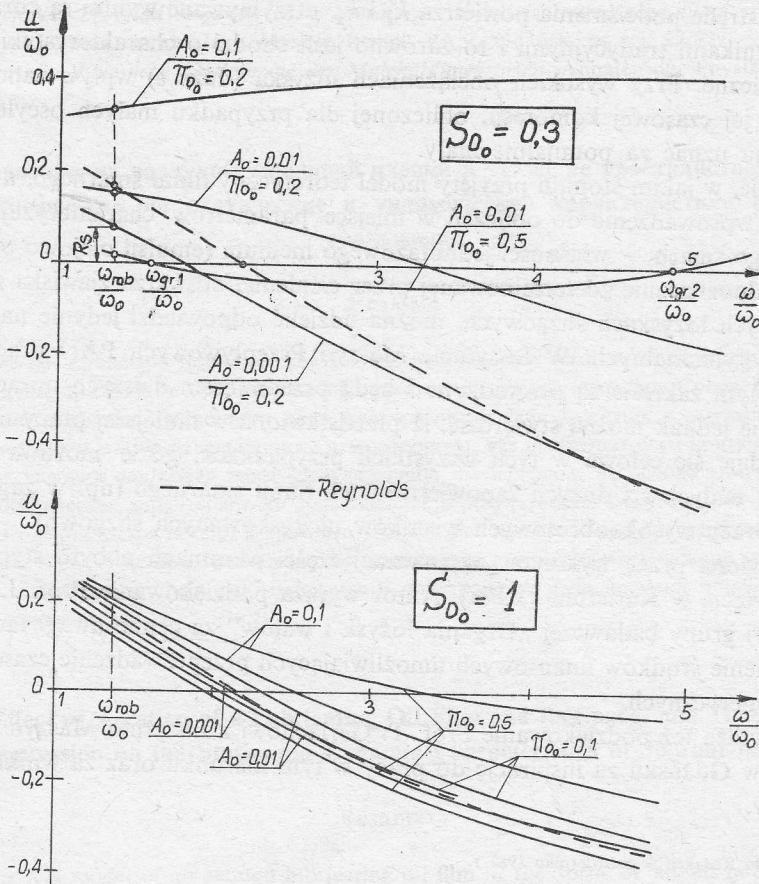


Rys. 14. Wpływ nasycenia powietrza na charakterystyki stabilności (łożysko cylindryczne z kieszeniami smarnymi  $\varphi = 90^\circ$ ,  $L/D = 0,8$ )

nie tylko na określenie granicy stabilności (punkt osiągnięcia jej zerowej wartości), ale również na określenie dla danej roboczej prędkości  $\omega_{rob}$ , tzw. rezerwy stabilności. Możliwość określania takiej rezerwy może mieć duże praktyczne znaczenie w badaniach dynamicznych własności łożysk ślizgowych.

Rysunek 15 przedstawia przebieg krzywych tłumienia systemu obliczonych dla różnych wartości  $S_{o_0}$ ,  $\pi_{o_0}$  oraz  $A_o$ . Dla małych wartości  $S_{o_0}$  uwidacznia się silny wzrost wartości tłumienia systemu w miarę wzrostu zapowietrzenia emulsji. Dla  $A_o = 0,1$  granica stabilności nie istnieje; system w tym przypadku jest absolutnie stabilny. Z drugiej strony możliwe są przypadki, dla których istnieją dwie granice stabilności (np. dla  $S_{o_0} = 0,3$ ,  $\pi_{o_0} = 0,5$  oraz  $A_o = 0,01$ ).

Przy większych wartościach  $S_{o_0}$  wielkość zapowietrzenia emulsji w znacznie mniejszym już stopniu wpływa na wartość tłumienia systemu, co potwierdza wnioski wypływające z rysunków 11, 13 i 14.



Rys. 15. Wpływ zapowietrzenia emulsji na charakterystyki tłumienia systemu (łożysko cylindryczne z kieszeniami smarnymi  $\varphi = 90^\circ$ ,  $L/D = 0,8$ ).

### 5. Uwagi końcowe

Przedstawione w pracy przykłady obliczeniowe wskazują, iż przy małych wartościach mimośrodowości względnej  $\varepsilon$  przyjęty model teoretyczny filmu smarnego oraz zaproponowany sposób obliczeń dają w efekcie wyniki znacznie różniące się od wyników uzyskanych za pomocą modelu tradycyjnego i warunku brzegowego Reynoldsa. Dotyczy to zwłaszcza charakterystyk dynamicznych łożyska. Interesujące jest, iż uwzględnienie w obliczeniach czasowej kompresji filmu smarnego poprawia własności stabilne systemu i to tym bardziej im większy jest stopień zapowietrzenia filmu. Należy jednak zaznaczyć, iż przedstawione w pracy przykłady odnoszące się do emulsji szczególnie wysoko zapowietrzonych ( $A_0 = 0,1$ ) mogą odbiegać od rzeczywistości, ponieważ mało prawdopodobne jest, aby tak wysoce zapowietrzona emulsja mogła istnieć w strefie ciśnień dodatnich (duże pęcherze zostają bowiem natychmiast wyciśnięte).

W miarę wzrostu  $\varepsilon$ , lub też w miarę wzrostu współczynników określających wielkość

zassanego w strefie podciśnienia powietrza  $k_z$  i  $k_s$ , otrzymywane wyniki są coraz bardziej zbieżne z wynikami tradycyjnymi i to zarówno jeśli chodzi o charakterystyki statyczne, jak i dynamiczne. Przy wysokich obciążeniach łożyska (duże  $\varepsilon$ ) wpływ zapowietrzenia emulsji oraz jej czasowej kompresji, obliczonej dla przypadku małych oscylacji środka czopa, można uznać za pomijalnie mały.

Na pytanie, w jakim stopniu przyjęty model teoretyczny filmu smarnego, a więc w jakim stopniu wprowadzenie do obliczeń w miejsce parametrów charakteryzujących własności ciekłego smaru – własności jednofazowego medium (emulsji olejowo-powietrznej) o gęstości jednoznacznie zdeterminowanej przez ciśnienie, odtwarza zjawiska zachodzące w rzeczywistych łożyskach ślizgowych, można udzielić odpowiedzi jedynie na podstawie danych eksperymentalnych. W Instytucie Maszyn Przepływowych PAN prace eksperymentalne w tym zakresie są prowadzone i będą przedmiotem dalszych opracowań.

Generalnie jednak można stwierdzić, iż przedstawiona w niniejszej pracy modyfikacja obliczeń wydaje się celowa w tych wszystkich przypadkach, gdzie możliwa jest praca łożyska przy małych  $\varepsilon$  i dużych zapowietrzeniach filmu smarnego (np. w zagadnieniach stabilności pracy wysokoobrotowych wirników łożyskowych ślizgowo).

Przedstawioną pracę wykonano w znacznej części w ramach pobytu stypendialnego na Uniwersytecie w Karlsruhe (RFN). Autor wyraża podziękowanie Prof. J. Glienicke, kierownikowi grupy badawczej „Drgania łożysk i wałów” za cenne uwagi fachowe oraz za udostępnienie środków finansowych umożliwiających przeprowadzenie czasochłonnych obliczeń numerycznych.

Autor wyraża też podziękowanie Prof. T. Gerlachowi z Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku za inspirację do pracy w tym kierunku oraz za wnikliwą dyskusję wyników.

Praca wpłynęła do Redakcji w październiku 1982 r.

## Literatura

- [1] T. Gerlach, *Próba modyfikacji równania Reynoldsa dla potrzeb związanych z obliczaniem łożysk ślizgowych*. Szkoła „Inżynieria łożyskowania”, Politechnika Gdańska, 1976.
- [2] J. Glienicke, D. C. Han, M. Leonhard, *Eigenschaften von Gleitlagern bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten*. Konstruktion 33/1981, H. 11, S. 441 - 448.
- [3] J. W. Lund, *Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings*. Journal of Lubrication Technology, October 1968, 793.
- [4] J. W. Coyne, H. G. Elrod, *Conditions for the Rupture of a Lubricating Film*. Part I – Theoretical Model. Journal of Lubrication Technology, July 1970, 451.
- [5] W. A. Crosby, E. N. Badawy, *On the Performance of Journal Bearings under Conditions of Film Rupture*. Part I, II. Journal of Lubrication Technology, October 1975, 585.
- [6] L. Floberg, *On Journal Bearing Lubrication Considering the Tensile Strength of the Liquid Lubricant*. Trans. of Machine Elements Division, Lund, 1973.
- [7] H. Ott, W. Lanz, *Experimentelle Untersuchung über die Viskosität von lufthaltigem Schmieröl*. ZAMP, vol. 24, 1973.
- [8] W. Drabowicz, *Ultradźwiękowa metoda pomiaru małych przemieszczeń dynamicznych*. Rozprawa doktorska, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk 1972.



- [9] H. Peeken, J. Benner, *Scheinbare Gemischviskosität verschäumter Schmierstoffe*. Oprac. wewn. RWTH, Aachen 1981.
- [10] J. Kiciński, *Przegląd stosowanych w literaturze modeli izotermicznego filmu smarnego łożysk ślizgowych*. Oprac. wewn. Inst. Maszyn Przepł. PAN, Gdańsk, nr rej. 22/82.
- [11] A. Einstein, *Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen*. Annalen der Physik 19, 1906.

### **Влияние наполнения воздухом масляной пленки а также ее пространственной и „временной” компрессии на статические и динамические характеристики подшипников скольжения**

#### **Резюме**

В работе представлены теоретическая модель наполненной воздухом масляной пленки в виде масляновоздушной эмульсии, а также способ ее математического описания. Соответственно модифицированное уравнение Рейнольдса описывает распределение давления в эмульсии так в зоне сверхдавления как и в зоне давления ниже атмосферного, без необходимости применения добавочных краевых условий для конца зоны сверхдавления. Вычисленные на основе этой модели статические и динамические характеристики сравнивались с результатами полученными на основе традиционной модели (чистое масло) и краевого условия Рейнольдса. Труд представляет собой также попытку учета в расчетах пространственной и временной компрессии наполненной воздухом масляной пленки, понимаемой здесь как изменения в пространстве и по времени плотности масляно-воздушной эмульсии.

### **The Effect of Aeration of a Lubricating Oil Film and Its Space- and Time-Related Compression on the Static and Dynamic Characteristics of Journal Bearings**

#### **Summary**

A theoretical model of an aerated lubricating oil film in the form of an air-in-oil emulsion is presented in this paper; a method for describing it mathematically is given. The appropriately modified Reynolds equation describes the pressure distribution in the emulsion, both in the positive and in the negative pressure zones, without the need to apply any additional boundary conditions for the end of the positive pressure zone. The static and dynamic characteristics of a bearing, calculated on the basis of the model presented, were compared with the results obtained on the basis of the classical model (pure oil) and the Reynolds boundary conditions. An attempt to consider in the calculations a space- and time-dependent compression of the aerated oil film, interpreted as space- and time-related variations in the air-in-oil emulsion density, is also presented.