

P O L S K A   A K A D E M I A   N A U K  
I N S T Y T U T   M A S Z Y N   P R Z E P Ł Y W O W Y C H

P R A C E  
I N S T Y T U T U   M A S Z Y N  
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S  
O F   T H E   I N S T I T U T E   O F   F L U I D - F L O W   M A C H I N E R Y

89

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń 1989

---

P A Ń S T W O W E   W Y D A W N I C T W O   N A U K O W E

**PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH**

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

**THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY**

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

---

**RADA REDAKCYJNA — EDITORIAL BOARD**

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI  
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER  
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY — CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

**KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS**

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI  
ANDRZEJ ŻABICKI

**REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE**

Instytut Maszyn Przepływowych PAN  
ul. Gen. Józefa Fiszerza 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright  
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1989

Printed in Poland

ISBN 83-01-07072-2  
ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300 + 90 egz. Ark. wyd. 13,25. Ark. druk. 10,5. Papier offsetowy kl. IV, 71g.

B-1. Oddano do składania w kwietniu 1987 r. Podpisano do druku w marcu 1989 r.

Druk ukończono w grudniu 1989 r. Zam. 90/89 K-8/66

SKŁAD WYKONANO W ZAKŁADACH GRAFICZNYCH im. KEN w BYDGOSZCZY  
DRUK ZAKŁAD POLIGRAFII WSP W ZIELONEJ GÓRZE

IZYDOR KAFAR

Gdynia\*

## Wymiana ciepła i masy w prostych przypadkach układów: kropla cieczy — otaczający gaz

W pracy dokonano analizy odparowywania pojedynczych kropeł w dwóch przypadkach układów, a mianowicie: pojedyncza kropla otoczona fazą gazową o nieograniczonej objętości i pojedyncza kropla otoczona fazą gazową o ograniczonej stałej objętości. W wyniku uzyskano zależności określające przebiegi procesów parowania kropeł i parametrów czynnika otaczającego kroplę. Wskazuje się na możliwość wykorzystania otrzymanych zależności w obliczeniach numerycznych procesów sprężania w maszynach tłokowych gazów z rozpyloną cieczą.

### Wykaz oznaczeń

$c_p$ — ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem,	$y$ — masowe stężenie składnika,
$c_v$ — ciepło właściwe w stałej objętości,	$z$ — współczynnik ściśliwości,
$D_{pg}$ — dyfuzyjność pary w układzie para — inny gaz,	$\alpha_m$ — współczynnik przejmowania masy,
$h_p$ — ciepło parowania,	$\alpha_q$ — współczynnik przejmowania ciepła,
$i$ — entalpia właściwa,	$\lambda$ — przewodność cieplna,
$j$ — gęstość strumienia masy,	$\dot{Q}$ — strumień ciepła,
$m$ — masa czynnika,	$\rho$ — gęstość,
$p$ — ciśnienie,	$\tau$ — czas.
$r$ — promieniowa odległość od środka kropli,	Dodatkowe wskaźniki
$r_k$ — promień kropli,	$c$ — ciecz,
$R$ — indywidualna stała gazowa,	$g$ — gaz,
$T$ — temperatura,	$p$ — para,
$V$ — objętość,	$k$ — powierzchnia kropli.

### Wstęp

W wielu urządzeniach technicznych realizuje się proces sprężania gazu przy obecności w nim kropeł cieczy. W tym przypadku występuje intensywne wymiana ciepła oraz masy między kroplami a otaczającym ich gazem i silny wpływ tych procesów na przebieg parametrów sprężanego gazu.

\* Wyższa Szkoła Marynarki Wojennej.



Proces sprężania gazu przy obecności w nim kropeł cieczy spotyka się między innymi w silnikach spalinowych tłokowych z zapłonem iskrowym, a także z zapłonem samoczynnym. Występuje on także w sprężarkach tłokowych gazów, w których wtryskuje się do cylindra wodę aby zbliżyć proces sprężania do procesu izotermicznego i uzyskać zmniejszenie energii zużywanej na napęd sprężarki. Niska temperatura końca sprężania, w przypadku zastosowania takiego sprężania w obiegach z odzyskiwaniem ciepła, daje także zwiększenie pozytywnych rezultatów odzyskiwania ciepła. Pojawia się w związku z powyższym potrzeba opracowania efektywnych dla praktyki inżynierskiej metod obliczeń takich procesów.

Kropla otoczona fazą gazową była przedmiotem zainteresowań wielu autorów [4, 7, 11, 12, 14, 15]. Najczęstszym przypadkiem, przedstawianym w literaturze zagadnienia, jest pojedyncza kropla otoczona fazą gazową o nieograniczonej objętości, w których poszukuje się zależności określających prędkość odparowywania kropli. Prędkość odparowywania kropli może być wyrażona za pomocą równań wymiany masy lub równań wymiany ciepła. Dla przypadku kropli nieruchomej i przy założeniu, że składniki fazy gazowej są gazami doskonałymi, na strumień masy z kropli podane zależności, między innymi przez Grevesa [15], mają postać:

$$\dot{m} = \frac{4\pi\lambda r_k}{h_p}(T - T_k)\Phi, \quad (1)$$

$$\dot{m} = \frac{4\pi D_{pg} r_k}{R_p T} (p_{pk} - p_p) \frac{p}{p_{BM}}, \quad (2)$$

gdzie

$$\Phi = \frac{\ln\left(1 + \frac{c_{pp}(T - T_k)}{h_p}\right)}{\frac{c_{pp}(T - T_k)}{h_p}},$$

$$p_{BM} = \frac{p_{pk} - p_p}{\ln\left(\frac{p - p_{pk}}{p - p_p}\right)}$$

W przypadku, gdy zmiana entalpii pary między powierzchnią kropli a otoczeniem kropli jest mała oraz gdy ciśnienie składnikowe pary na powierzchni kropli jest małe w porównaniu do ciśnienia otoczenia kropli, parametry  $\Phi$  oraz  $p_{BM}$  są bliskie jedności, a zależności (1) i (2) odpowiednio się upraszczają.

W zależnościach (1) i (2) nie uwzględniono istnienia podczas odparowywania kropli ruchu gazu suchego i pary w sensie konwekcyjnym od kropli, ważność czego podkreśla Łyków [1, 2] przy rozpatrywaniu odparowywania cieczy z płaskiej powierzchni. W rozważaniach ruch ten będzie uwzględniony oraz składniki otaczającej kroplę fazy gazowej będą traktowane jako gazy rzeczywiste. Będą rozpatrywane procesy wymiany ciepła i masy w dwóch prostych przypadkach układów: kropla cieczy — otaczający gaz. Jednym z nich jest kropla cieczy w otoczeniu gazu o nie-



ograniczonej objętości, a w drugim kropla cieczy otoczona gazem o ograniczonej stałej objętości. W pierwszym przypadku rozpatruje się proces stacjonarny, w drugim niestacjonarny. Zakłada się, że kropla jest kulista, nie przemieszcza się względem otaczającej fazy gazowej i występuje sferyczna symetria transportu ciepła i masy w jej otoczeniu. Przyjęcie prostych modeli fizycznych układów: kropla — otaczający gaz, pozwala na łatwe sformułowanie warunków brzegowych. Dążyć się będzie do tego, aby rezultaty analizy zjawisk były przydatne dla obliczeń numerycznych procesów sprężania w maszynach tłokowych gazów z rozpyloną cieczą. Ze względu na to, że otaczająca kroplę faza gazowa składa się z gazu suchego i pary cieczy odparowującej, przyjmuje się dla niej określenie: parogaz.

### 1. Kropla cieczy otoczona fazą gazową o nieograniczonej objętości

W ogólnym przypadku kropli umieszczonej w parogazie temperatura powierzchni kropli wynika z tego, że strumień ciepła zużyty na odparowanie cieczy równy jest sumie strumienia ciepła z otaczającego parogazu i strumienia ciepła z wnętrza kropli

$$\dot{Q}_h = \dot{Q}_a + Q_\lambda. \quad (3)$$

W zależności od stanu początkowego parogazu, określonego przez temperaturę  $T$ , ciśnienie  $p$  i stopień zawilżenia  $X$  oraz od temperatury powierzchni kropli  $T_k$ , strumień ciepła z wnętrza kropli  $\dot{Q}_\lambda$  może mieć zarówno znak plus jak i minus. W momencie, gdy  $\dot{Q}_a + \dot{Q}_\lambda$  będzie większe od zera, rozpocznie się odparowywanie kropli. Natomiast, gdy cała kropla osiągnie temperaturę równą temperaturze termometru mokrego dla otaczającego parogazu,  $\dot{Q}_\lambda$  będzie równy zero, a odparowywanie będzie zachodziło dzięki strumieniowi ciepła  $\dot{Q}_a$  [12, 14]. Od tego momentu odparowywanie będzie przebiegać przy stałej temperaturze kropli  $T_k$ , a w nieograniczonej objętości parogazu będzie mieć charakter stacjonarny. Rozważania poniższe dotyczą właśnie tej sytuacji.

W dużej odległości od kropli występuje ciśnienie parogazu

$$p = p_g + p_p = \text{idem} \quad (4)$$

oraz temperatura parogazu  $T = \text{idem}$ , przy czym także ciśnienia składnikowe gazu suchego  $p_g$  i pary  $p_p$  są niezmiennie.

Gęstość parogazu jest sumą gęstości gazu i pary

$$\rho = \rho_g + \rho_p. \quad (5)$$

Stężenie masowe pary w parogazie wyraża stosunek  $\rho_p$  do  $\rho$

$$y_p = \rho_p / \rho. \quad (6)$$

Kropla ma stałą temperaturę  $T_k$ , a na granicy ciecz—parogaz występuje równość temperatur, równość strumieni masy oraz równość strumieni ciepła [1, 12, 14].

Ciśnienie składnikowe pary na powierzchni kropli jest równe ciśnieniu nasyce-  
nia dla temperatury  $T_k$

$$p_{pk} = p_p(T_k). \quad (7)$$

Gęstość pary na powierzchni kropki jest równa gęstości pary suchej nasyconej

$$\rho_{pk} = \rho_p(T_k, p_{pk}) \quad (8)$$

a stężenie pary

$$y_{pk} = \rho_{pk}/\rho. \quad (9)$$

Strumień masy z powierzchni kropki możemy wyrazić równaniem

$$\dot{m} = -dm_k/d\tau = F_k j_p = 4\pi r_k^2 \alpha_m (y_{pk} - y_p), \quad (10)$$

gdzie  $\alpha_m$  jest współczynnikiem wnikania masy od kropki do parogazu. W ogólnym przypadku  $\alpha_m$  określa zależność [12]

$$\alpha_m = Sh D_{pg} \rho / 2r_k. \quad (11)$$

W rozpatrywanym przypadku, to jest dla warunku zerowej prędkości kropki względem parogazu, liczba Sherwooda ma wartość 2.

Wynika to z następującego rozumowania

$$\dot{m} = -D_{pg} 4\pi r^2 (d\rho_p/dr), \quad (12)$$

stąd

$$-d\rho_p = \frac{\dot{m}}{4\pi D_{pg} r^2} dr. \quad (13)$$

Po przeprowadzeniu całkowania lewej strony równania (13) w granicach od  $r_k$  do  $\infty$ , a prawej od  $\rho_{pk}$  do  $\rho_p$ , otrzymuje się

$$\dot{m}/(4\pi D_{pg} r_k) = \rho_{pk} - \rho_p, \quad (14)$$

a dalej po podzieleniu przez  $\rho$  i przekształceniu

$$\dot{m} = 4\pi r_k D_{pg} \rho (y_{pk} - y_p). \quad (15)$$

Z porównania (10) i (15) i wzięciu pod uwagę wyrażenia (11) na  $\alpha_m$  otrzymuje się  $Sh = 2$ .

W układzie dwuskładnikowym: gaz suchy — para, dyfuzja pary wywołuje przeciwnie skierowaną dyfuzję gazu suchego. Gęstości obydwu strumieni są sobie równe co do bezwzględnej wartości, lecz przeciwnie skierowane

W przypadku obecności w układzie kropeł cieczy, para swobodnie dyfunduje w otaczający gaz, natomiast dla gazu powierzchnia kropki jest granicą przemieszczania. W rezultacie nad powierzchnią kropki ilość gazu suchego rosnęła nieprzerwanie.

Ponieważ ciśnienie parogazu pozostaje stałe, to dla spełnienia tego warunku konieczny jest ruch całego parogazu w sensie konwekcyjnym od kropki. Tym konwekcyjnym ruchem odprowadzane są od powierzchni kropki w kierunku normalnym jednocześnie gaz i para do otoczenia.

Oznaczmy prędkość tego konwekcyjnego ruchu przez  $w_n$ . Sumaryczna gęstość strumienia składnika równa jest sumie molekularnej i konwekcyjnej składowej, dla pary

$$j_p = D_{pg} \rho (y_{pk} - y_p) / r_k + \rho_{pk} w_n. \quad (16)$$



dla gazu

$$j_g = D_{gp} \varrho (y_{gk} - y_g) / r_k + \varrho_{gk} w_n = 0, \quad (17)$$

ponieważ powierzchnia kropli dla gazu jest granicą nieprzenikalną.

Z zależności (17)

$$w_n = -D_{gp} (\varrho / \varrho_{gk}) (y_{gk} - y_g) / r_k. \quad (18)$$

Po uwzględnieniu, że  $y_{gk} = 1 - y_{pk}$ ,  $y_g = 1 - y_p$ ,  $\varrho_{gk} = \varrho - \varrho_{pk}$  oraz równości współczynników wzajemnej dyfuzji  $D_{gp} = D_{pg}$  otrzymuje się

$$w_n = \frac{D_{pg} \varrho (y_{pk} - y_p)}{(\varrho - \varrho_{pk}) r_k}. \quad (19)$$

Po wprowadzeniu (19) do (16) otrzymuje się poszukiwane wyrażenie na gęstość strumienia pary od powierzchni kropli

$$j_p = \frac{D_{pg} \varrho (y_{pk} - y_p)}{(1 - y_{pk}) r_k}. \quad (20)$$

Ubytek masy kropli w czasie  $d\tau$

$$-dm_k = -\varrho_c 4\pi r_k^2 dr_k \quad (21)$$

i równy jest strumieniowi masy pary z powierzchni kropli pomnożonemu przez  $d\tau$

$$-dm_k = \frac{4\pi r_k D_{pg} \varrho (y_{pk} - y_p)}{1 - y_{pk}} d\tau. \quad (22)$$

Z porównania prawych stron równań (21) i (22) otrzymuje się równanie różniczkowe na  $r_k$

$$-r_k dr_k = (D_{pg} (\varrho / \varrho_c) (y_{pk} - y_p) / (1 - y_{pk})) d\tau. \quad (23)$$

Po przeprowadzeniu całkowania (23) od 0 do  $\tau$ , przy warunku początkowym  $r_k = r_{k0}$ , dla  $\tau = 0$  otrzymuje się równanie określające promień kropli w funkcji czasu

$$r_k = \left( r_{k0}^2 - 2D_{pg} (\varrho / \varrho_c) \frac{y_{pk} - y_p}{1 - y_{pk}} \tau \right)^{1/2} \quad (24)$$

Po podstawieniu do (24)  $r_k = 0$  otrzymuje się wyrażenie na czas odparowania kropli

$$\tau_{hr} = \frac{1}{2} r_{k0}^2 (\varrho_c / \varrho) \frac{1 - y_{pk}}{D_{pg} (y_{pk} - y_p)}. \quad (25)$$

## 2. Kropla cieczy otoczona fazą gazową o ograniczonej stałej objętości

Zakłada się, że objętość parogazu  $V$  związana z rozpatrywaną kroplą jest izolowana termicznie od otoczenia oraz, że kropla osiągnęła stan, gdy jej temperatura wewnętrzna równa jest temperaturze na powierzchni  $T_k$ , a ta równa jest temperaturze termometru mokrego dla otaczającego parogazu.



Gęstość strumienia pary z kropli określa zależność:

$$j_p = D_{pg} \rho (y_{pk} - y_p) / ((1 - y_{pk}) r_k), \quad (26)$$

w której stężenie masowe pary w dali od kropli  $y_p$  jest zależne od czasu, natomiast stężenie masowe pary na powierzchni kropli  $y_{pk}$  w rozpatrywanym przypadku pozostaje stałe. Wynika to z następującego rozumowania:

$$y_{pk} = \rho_{pk} / \rho = \rho_{pk} / (\rho_{pk} + \rho_g),$$

gęstość gazu  $\rho_g = m_g / V = \text{idem}$ , a  $\rho_{pk} = \rho_p(T_k) = \text{idem}$ . Tak więc  $y_{pk} = \text{idem}$ .

W czasie  $d\tau$  z kropli odparowuje ciecz w ilości

$$dm_k = F_k j_p d\tau = (4\pi r_k D_{pg} \rho (y_{pk} - y_p) / (1 - y_{pk})) d\tau. \quad (27)$$

Odparowana z kropli ciecz przechodzi do otaczającego kroplę parogazu o objętości  $V$ . Stąd otrzymuje się także

$$dm_k = dm_p = d(V \rho_p) = V d\rho_p. \quad (28)$$

Z porównania (27) i (28) otrzymuje się

$$\frac{d\rho_p}{\rho} = \frac{4\pi r_k D_{pg} \rho (y_{pk} - y_p)}{V (1 - y_{pk})} d\tau. \quad (29)$$

Wyrażenie z lewej strony równania (29) można przedstawić w funkcji masowego stężenia pary  $y_p$

$$\frac{d\rho_p}{\rho} = \frac{1}{\rho} d(y_p \rho) = dy_p + \frac{y_p}{\rho} d\rho. \quad (30)$$

Gęstość parogazu

$$\rho = \rho_g / (1 - y_p),$$

a ponieważ  $\rho_g = m_g / V = \text{idem}$ , to

$$d\rho = dy_p \rho_g / (1 - y_p)^2. \quad (31)$$

Po uwzględnieniu w (30) zależności (31) otrzymuje się

$$\frac{d\rho_p}{\rho} = dy_p + \frac{\rho_g}{\rho} \frac{y_p}{(1 - y_p)^2} dy_p, \quad (32)$$

a wprowadzając zamiast  $\rho_g / \rho$  wyrażenie  $(1 - y_p)$  stosunek  $d\rho_p / \rho$  wyrazi zależność

$$\frac{d\rho_p}{\rho} = \frac{dy_p}{1 - y_p}. \quad (33)$$

Z porównania prawych stron równań (29) i (33) i uporządkowaniu zmiennych otrzymuje się

$$\frac{dy_p}{(1 - y_p)(y_{pk} - y_p)} = \frac{4\pi r_k D_{pg}}{(1 - y_{pk}) V} d\tau. \quad (34)$$

Wyrażenie

$$V / 4\pi r_k D_{pg} = \tau_0$$

ma wymiar czasu i można traktować je ze względu na transport w  $V$  masy jako stałą czasową układu: kropla — otaczający w objętości  $V$  parogaz. W przedziale czasu dostatecznie krótkim, w porównaniu z czasem potrzebnym na odparowanie całej kropli,  $r_k$  możemy uznać jako niezmiennie. Prowadzi to do możliwości traktowania  $\tau_e$  w tym krótkim przedziale czasu także jako niezmiennej.

Po wprowadzeniu  $\tau_e$  do (34) otrzymuje się równanie różniczkowe w prostej postaci opisujące przebieg  $y_p$  w zależności od czasu

$$\frac{dy_p}{(1-y_p)(y_{pk}-y_p)} = \frac{d\tau}{(1-y_{pk})\tau_e} \quad (35)$$

Z całkowania równania (35) i po uwzględnieniu warunku początkowego dla  $\tau = 0$ ,  $y_p = y_{p0}$  otrzymuje się

$$\frac{y_{pk}-y_p}{1-y_p} = \frac{y_{pk}-y_{p0}}{1-y_{p0}} \exp(-\tau/\tau_e) \quad (36)$$

Z (36) możemy wyznaczyć wyrażenie na stężenie masowe pary w funkcji czasu w dali od powierzchni kropli

$$y_p = \frac{y_{pk} - ((y_{pk} - y_{p0}) / (1 - y_{p0})) \exp(-\tau/\tau_e)}{1 - ((y_{pk} - y_{p0}) / (1 - y_{p0})) \exp(-\tau/\tau_e)} \quad (37)$$

Gęstość strumienia ciepła do kropli można wyrazić równaniem Newtona

$$j_q = \alpha_q (T - T_k) \quad (38)$$

Współczynnik wnikania ciepła  $\alpha_q$  dla warunku zerowej prędkości parogazu względem kropli [3], tzn. gdy liczba Nusselta równa jest 2, określa zależność

$$\alpha_q = \lambda / r_k \quad (39)$$

W związku z tym strumień ciepła wnikający do kropli możemy zapisać następująco:

$$\frac{dQ_x}{d\tau} = j_q F_k = 4\pi r_k \lambda (T - T_k) \quad (40)$$

Strumień ten w rozpatrywanym przypadku jest równy strumieniowi ciepła parowania cieczy z kropli

$$\frac{dQ_x}{d\tau} = \frac{dQ_h}{d\tau} = \frac{dm_k}{d\tau} h_p \quad (41)$$

Ponieważ strumień masy z kropli  $dm_k/d\tau$  jest równy strumieniowi masy do parogazu, to w konsekwencji

$$\frac{dQ_x}{d\tau} = \frac{dm_p}{d\tau} h_p \quad (42)$$

Z porównania prawych stron równań (40) i (42) otrzymuje się

$$dm_p = 4\pi r_k (\lambda / h_p) (T - T_k) d\tau \quad (43)$$

Różniczkę  $dm_p$  możemy wyznaczyć także z równania bilansu energii dla układu o objętości  $V$ , składającego się z kropli otoczonej parogazem. Mając na uwadze, że układ nie wymienia ciepła z otoczeniem, równanie to ma postać:

$$dI = Vdp. \quad (44)$$

Entalpia układu składa się z entalpii cieczy, entalpii gazu suchego i entalpii pary

$$I = m_k i_c + m_g i_g + m_p i_p.$$

Ponieważ  $i_c = \text{idem}$ ,  $m_g = \text{idem}$ , a  $dm_k = -dm_p$ , to

$$dI = m_{pg} c_p dT + (i_p - i_c) dm_p, \quad (45)$$

gdzie  $c_p$  jest ciepłem właściwym pod stałym ciśnieniem dla parogazu.

Wyrażenie  $Vdp$  wyznaczyć można z równania stanu

$$pV = m_{pg} R z T.$$

Ponieważ  $V = \text{idem}$ ,  $dm_{pg} = dm_p$ , w zakresie  $dp$   $z = \text{idem}$ , to

$$Vdp = m_{pg} R z dT + R z T dm_p \quad (46)$$

Z porównania (45) i (46) otrzymuje się

$$dm_p = - (m_{pg} (c_p - R z) / (i_p - i_c - R z T)) dT. \quad (47)$$

Natomiast z porównania (43) i (47) otrzymuje się równanie różniczkowe określające przebieg w zależności od czasu temperatury parogazu w dali od kropli

$$\frac{dT}{(T - T_k)(i_p - i_c - R z T)} = - \frac{4\pi r_k \lambda}{m_{pg} (c_p - R z) h_p} d\tau. \quad (48)$$

Z całkowania (48) przy warunku początkowym  $T = T_0$  dla  $\tau = 0$  otrzymujemy

$$T = T_k + \frac{i_p - i_c - R z T_k}{((1/(T_0 - T_k))(i_p - i_c - R z T_k) - R z) \exp(\tau/\tau_T) + R z}. \quad (49)$$

We wzorze (49)  $\tau_T$  oznacza stałą czasową układu w procesie transportu w nim ciepła i jest określone zależnością

$$\tau_T = \frac{m_{pg} (c_p - R z) h_p}{4\pi r_k \lambda (i_p - i_c - R z T_k)}. \quad (50)$$

Występujący w (49) stosunek  $\tau/\tau_T$ , a w (37) stosunek  $\tau/\tau_0$ , można sprowadzić do postaci, w której wystąpią liczby podobieństwa Biota i Fouriera.

Po uwzględnieniu, że

$$m_{pg} = \frac{4}{3} \pi r_v^3,$$

gdzie  $r_v$  jest promieniem zewnętrznym kuli stanowiącej objętość  $V$  otaczającego kroplę parogazu, otrzymuje się

$$\frac{\tau}{\tau_T} = \frac{3r_k (i_p - i_c - R z T_k)}{r_v h_p} \cdot \frac{\lambda \tau}{\rho (c_p - R z) r_v^2}. \quad (51)$$



Wyrażenie

$$\frac{\lambda \tau}{\rho(c_p - Rz)r_v^2} = Fo \quad (52)$$

określa liczbę Fouriera, a wyrażenie

$$\frac{3r_k(i_p - c_c - RzT_k)}{r_v h_p} = Bi \quad (53)$$

liczbę Biota dla otaczającego kroplę parogazu ze względu na transport w nim ciepła.

Zależność na  $\tau/\tau_0$  można rozdzielić także na dwa człony

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{4\pi r_k D_{pg} \tau}{V} = \frac{3r_k}{r_v} \cdot \frac{D_{pg} \tau}{r_v^2} \quad (54)$$

Związek

$$\frac{D_{pg} \tau}{r_v^2} = Fo_m \quad (55)$$

określa liczbę Fouriera, a związek

$$\frac{3r_k}{r_v} = Bi_m \quad (56)$$

liczbę Biota dla otaczającego kroplę parogazu ze względu na transport w nim masy.

Wzory (37) i (49) upraszczają się po wprowadzeniu zmiennych bezwymiarowych, liczb podobieństwa Biota i Fouriera oraz oznaczeniu odpowiednio współczynników przy zmiennych.

Przekształcając (37) i wprowadzając względny przyrost stężenia pary w dali od kropli

$$Y = \frac{y_{pk} - y_p}{y_{pk} - y_{p0}} \quad (57)$$

oraz oznaczając

$$A = \frac{y_{pk} - y_{p0}}{1 - y_{p0}}, \quad (58)$$

otrzymuje się

$$Y = \frac{(1 - A)\exp(-Bi_m Fo_m)}{1 - A\exp(-Bi_m Fo_m)} \quad (59)$$

Z przekształcenia (49) i po wprowadzeniu względnego przyrostu temperatury parogazu w dali od kropli

$$\Theta = \frac{T - T_k}{T_0 - T_k} \quad (60)$$

oraz oznaczając

$$B = \frac{\frac{i_p - i_c}{Rz} - T_k}{T_0 - T_k} \quad (61)$$

otrzymuje się

$$\Theta = \frac{B}{(B-1)\exp(BiFo) + 1} \quad (62)$$

Dla przypadków odparowywania kropeł wody w cylindrach sprężarek lub kropeł paliw w cylindrach silników spalinowych  $A$  przyjmuje wartości mniejsze od 0,05, natomiast  $B$  przyjmuje wartości większe od 1000. Uwzględniając powyższe w (59) i (62) względny przyrost stężenia pary  $Y$  i względny przyrost temperatury parogazu  $\Theta$  w dali od kropleli można w przybliżeniu wyrazić odwrotnością funkcji wykładniczej z  $(Bi_m Fo_m)$  lub z  $(Bi Fo)$

$$Y \cong \Theta \cong \exp(-Bi_m Fo_m) \cong \exp(-Bi Fo). \quad (63)$$

Zależność ta jest słuszna dla przypadku, gdy w brany pod uwagę przedziale czasu promień kropleli nie zmieni się w sposób znaczący.

### Zakończenie

Dokonana analiza procesów wymiany ciepła i masy w dwóch przypadkach układów: kropleli ciecży — otaczający parogaz przeprowadzona była po to, aby uzyskać zależności pozwalające prowadzić obliczenia procesu sprężania w maszynie tłokowej gazu z rozpyloną cieczą. Najbardziej interesującą dla tych obliczeń jest zależność (24) na promień kropleli w funkcji czasu przy odparowywaniu pojedynczej kropleli w nieograniczonej objętości parogazu oraz zależności (37) i (49) lub (59) i (62) na stężenie masowe pary i temperaturę parogazu w dali od kropleli przy odparowywaniu pojedynczej kropleli w ograniczonej stałej objętości parogazu. W zależnościach (37) i (49) występują „stałe” czasowe  $\tau_c$  i  $\tau_T$ . Wielkości te faktycznie zmieniają się w miarę odparowywania kropleli i zależą głównie od promienia kropleli  $r_k$ . Dlatego użyty w (37) i (49) czas  $\tau$  powinien być zawsze kilkakrotnie mniejszy od mniejszej z wielkości  $\tau_c$  i  $\tau_T$ . Natomiast zależności (37) i (49) mogą być stosowane w kolejnych krokach obliczeń, dla każdego z których będą ustalane nowe wartości parametrów określających warunki początkowe oraz będą obliczane nowe wartości  $\tau_c$  i  $\tau_T$ .

Z zależności (24) będzie obliczany promień kropleli przy odparowywaniu kropleli w stałej objętości parogazu. Wtedy jednak wartość czasu  $\tau$  będzie brana taka jak dla wzorów (37) i (49), natomiast wielkościom:  $\varrho$ ,  $y_{pk}$  i  $y_p$  będą nadawane wartości równe średnim arytmetycznym z wartości na początku i na końcu przedziału czasu  $\tau$ . W wyniku obliczeń będzie dążyć się do określenia w funkcji czasu na powierzchni kropleli i w dali od kropleli: ciśnienie składnikowych gazu suchego oraz pary, temperatura, stężenia masowych oraz promieni kropleli.

## Literatura

- [1] A. W. Łykov, *Tieplomassoobmien – sprawocznik*, Energia, Moskwa 1972.
- [2] A. W. Łykov, J. A. Michajłow, *Teoria tieplo- i massopieronosa*. Gosenergoizdat, 1963.
- [3] J. Madejski, *Teoria wymiany ciepła*. WNT, Warszawa 1963.
- [4] M. B. Bujkow, C. C. Duchin, *Diffuzjonijaja i tieplowaja rielaksacja ispariajuszczejsza kapli. Sb. tieplo- i massopierienosa*. Minsk, 1962, t. 2. wyp. 5.
- [5] H. Brauer, *Grundlagen der Einphasen – und Mehrphasenströmungen*. 1971.
- [6] M. E. Dejez, G. A. Filipow, *Gazodinamika dwufaznych sried*. Energia, Moskwa 1968.
- [7] A. J. Shearer, H. Tamura, G. M. Faeth, *Evaluation of a locally homogeneous model of spray evaporation and combustion*. AIAA Pap., 1978, No 1042, 12 pp. ill.
- [8] W. M. Carter, R. M. Ayer, *A finite element free boundary formulation for the problem of multiphase heat conduction*, IJNME, vol. 11, 1977.
- [9] J. B. Rumer, M. Sz. Riwkin, *Tiermodinamika, statističeskaja fizika i kinietika*. Nauka, Moskwa 1977.
- [10] D. M. Chzmalian, J. A. Kagan, *Teoria gorienija i topocznyje ustroistwa*. Energia, Moskwa 1976.
- [11] N. A. Fuks, *Isparienie i rost kapiel w gazoobraznoj sriede*. AN ZSRR, 1958.
- [12] N. A. Fuks, *Miechanika aerorozolej*. AN ZSRR, 1955.
- [13] G. Luchak, G. O. Laugstroth, Suffield Rep. 171, Defence Res. Board (Canada), July 21, 1950.
- [14] A. P. Colburn, T. B. Drew, *Trans. Am. Inst. Chem. Eng.*, 33, 448, 1937.
- [15] C. C. Graves, G. Bar, *Basic considerations in the combustion of hydrocarbon fuels with air*. Rep. 1300, Propulsion Chemistry Division, Ohio, 1957.

**Тепло- и массообмен в простых случаях систем:  
капля жидкости — окружающий газ**

Резюме

В работе произведен анализ испарения одиночных капель в двух случаях систем, а именно: одиночная капля окруженная газовой фазой неограниченного объема и одиночная капля окруженная газовой фазой ограниченного, построянного объема. В результате получены зависимости определяющие ходы процессов испарения капель и параметров агента окружающего каплю. Указывается на возможность использования полученных зависимостей в численных расчетах компрессии в поршневых машинах газов с распыленной жидкостью.

**The Heat and Mass Transfer for Simple Cases of Liquid Drops in Gas**

Summary

Evaporation of single droplets has been analyzed for the following two cases: a droplet in an infinite volume of gas and a droplet in a gas of finite constant volume. Relations describing the course of droplet evaporation with time and variation of parameters of the medium around the droplet have been obtained. It is pointed out that these relations may be used in numerical calculations of compression in piston machines of gases containing a mist of liquid.