

P O L S K A   A K A D E M I A   N A U K  
I N S T Y T U T   M A S Z Y N   P R Z E P Ł Y W O W Y C H

P R A C E  
I N S T Y T U T U   M A S Z Y N  
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S  
O F   T H E   I N S T I T U T E   O F   F L U I D - F L O W   M A C H I N E R Y

90-91

W A R S Z A W A — P O Z N A Ń 1989

---

P A Ń S T W O W E   W Y D A W N I C T W O   N A U K O W E

---

# PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

## THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

---

### RADA REDAKCYJNA — EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI  
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK  
KAZIMIERZ STELLER · ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN)  
JÓZEF ŚMIGIELSKI

### KOMITET REDAKCYJNY — EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI  
ANDRZEJ ŻABICKI

### REDAKCJA — EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN  
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright  
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1989

Printed in Poland

ISBN 83-01-09017-0

ISSN 0079-3205

### PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE - ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 350+90 egz.	Oddano do składania 27 X 1987 r.
Ark. wyd. 27. Ark. druk. 19,5	Podpisano do druku w sierpniu 1989 r.
Papier offset. IV kl. B-1	Druk ukończono w styczniu 1990 r.
Zam. nr 2/90	K-8/295

DRUK ZAKŁAD POLIGRAFII WSP W ZIELONEJ GÓRZE

# HYDROFORUM

KONFERENCJA NAUKOWO-TECHNICZNA

na temat

ZAGADNIENIA HYDRAULICZNYCH MASZYN WIROWYCH

Gdańsk-Władysławowo, 24-27 września 1985 r.

\*

# HYDROFORUM

SCIENTIFIC-TECHNICAL CONFERENCE

on

PROBLEMS OF HYDRAULIC TURBOMACHINES

Gdańsk-Władysławowo, September 24-27, 1985

\*

# ГИДРОФОРУМ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

на тему

ПРОБЛЕМЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТУРБОМАШИН

Гданьск-Владыславово, 24-27 сентября 1985 г.

JAROMIR NOSKIEVIČ

Vysoká škola Báňská v Ostravě (Hochschule für Bergbau, Ostrava)

## Vergleich verschiedener mathematischer Modelle der durch Kavitation verursachten Werkstoffzerstörung

Die Dynamik der Werkstofferosion und insbesondere der Kavitationszerstörung kann mit den drei vom Verfasser abgeleiteten mathematischen Modellen beschrieben werden. Im vorliegendem Beitrag werden zwei von diesen Modellen verglichen und es wird ihre Anwendbarkeit zur Auswertung der Kavitationsprüfung gezeigt. Die Kavitationsbeständigkeit des Werkstoffs wird mit Hilfe von zwei Beiwerten ausgedrückt. Diese können aus dem Zeitverlauf des Massenverlustes bestimmt werden.

### 1. Einleitung

Den Massen- oder Volumenverlust des Werkstoffs infolge des Kavitationsangriffs kann man durch zwei typische Verläufe darstellen (Abb. 1). Von der Zeit  $t_p$  an, die durch den Punkt  $P$  gekennzeichnet ist, kann der Massenverlust pro Zeiteinheit als gleich einem konstanten Beiwert  $v_s$  angenommen werden. Der zweite für die Kavitationsbeständigkeit charakteristische Beiwert ist die Zeitkonstante  $t_0$ . Den Erosionsverlauf (Abb. 1) kann man auch mit Hilfe der Kurve der Volumenverschleiss-

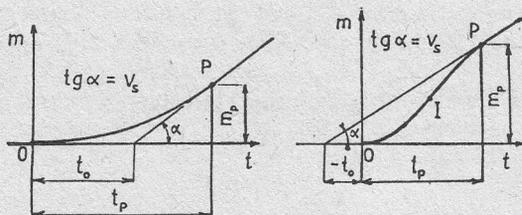


Abb. 1. Verlauf des Massenverlustes

geschwindigkeit  $v = dm/dt$  darstellen. Es ist vorteilhaft die dimensionslose Grösse  $v/v_s$  anzuwenden (Abb. 2). Das Maximum  $(v/v_s)_{\max}$  entspricht dem Wendepunkt  $I$  in Abb. 1. Die Verläufe in Abb. 2 erinnern an die aus der Regelungstechnik bekannten Übergangskurven. Die Entwicklung der Werkstoffzerstörung kann als Übergang zwischen zwei Gleichgewichtszuständen, d.h. Kavitationsangriff ohne Kavitationsfol-

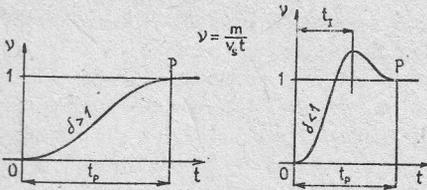


Abb. 2. Zeitlicher Verlauf der Abtragsgeschwindigkeit

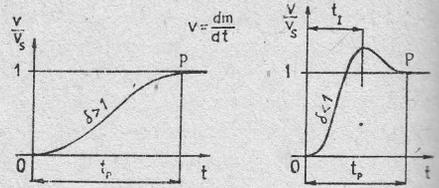


Abb. 3. Zeitlicher Verlauf des dimensionslosen Massenabtrags

gen und Kavitationszerstörung mit konstanter Abtragsgeschwindigkeit angesehen werden. Der Übergangsprozess wird durch mathematische Modelle beschrieben. Dafür werden die Verschleissverläufe  $m = m(t)$  mit Hilfe des dimensionslosen Parameters  $v = m/v_s t$  umgeformt (Abb. 3). Es ist vorteilhaft die Zeitkoordinate  $t$  in  $\ln t$  umzuwandeln. Die ermittelten Diagramme helfen bei der Auswertung der Ergebnisse von Kavitationsprüfungen [1, 2, 3, 4].

## 2. Angewandte mathematische Modelle

In seinen bisherigen Mitteilungen hat der Verfasser drei mathematische Modelle zur Beschreibung der Kavitationszerstörung entwickelt. Zuerst wurde das mathematische Modell mit zwei Parametern  $\alpha$ ,  $\beta$  aus der Differentialgleichung [2]

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \beta^2 v = I \quad (1)$$

hergeleitet. Das erste Glied der Gleichung (1) stellt die Leistung für die Erweiterung der kavitationsbeanspruchten Zone im Werkstoff dar, das zweite Glied — entspricht der plastischen Verformungen in der Form eines viskosen Fließens und das dritte Glied — der Werkstoffzerstörung. Die Grösse  $I$  ist die Intensität der Erosionsauswirkungen. Unter den Voraussetzungen  $\alpha = \text{konst}$ ,  $\beta = \text{konst}$ ,  $I = \text{konst}$ , und nach Einführen dimensionsloser Grössen

$$\text{a) } \delta = \frac{\alpha}{\beta}, \quad \text{b) } \tau = \beta t, \quad \text{c) } v = \frac{m}{v_s t}$$

kann die Lösung der Differentialgleichung (1) folgenderweise geschrieben werden für  $\delta = 0$

$$v = 1 - \frac{\sin \tau}{\tau}; \quad (2a)$$

für  $\delta = 1$

$$v = 1 - \frac{2}{\tau} + \left(\frac{2}{\tau} + 1\right) e^{-\tau}; \quad (2b)$$

für  $|\delta| > 1$

$$v = 1 - \frac{2\delta}{\tau} \frac{e^{-\delta_0 \tau} - \delta_0^4 e^{-\tau/\delta_0}}{(\delta_0^2 - 1)\delta_0 \tau}, \quad (2c)$$

worin

$$\delta_0 = \delta + \sqrt{\delta^2 - 1};$$

für  $-1 < \delta < 1$ , ( $\delta \neq 0$ )

$$v = 1 - \frac{2\delta}{\tau} \left\{ 1 - e^{-\delta\tau} \left[ \cos \omega\tau + \frac{1}{2\delta} \frac{2\delta^2 - 1}{\sqrt{1 - \delta^2}} \sin \omega\tau \right] \right\} \quad (3d)$$

worin

$$\omega = \sqrt{1 - \delta^2}.$$

Dieses mathematische Modell (mit konstanten  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $I$ ) wird bei erfüllten Voraussetzungen zur Auswertung experimenteller Daten  $v = f(\tau)$  (bei welchen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $I$  nicht konstant sind) in kleinen Zeitintervallen  $\Delta t$  benutzt [5]. Der Verlauf des dimensionslosen Abtrags  $v = f(\delta, \log \tau)$  ist für einige Parameter  $\delta$  in der Abb. 4 dargestellt.

An das zweite mathematische Modell kommt man durch Vernachlässigen des ersten Gliedes in Gleichung (1). Solche Vereinfachung ist für das Ende der Übergangsperiode, also in der Nähe des Punktes  $P$  (Abb. 1) zulässig. Die Dynamik der Werkstoffzerstörung wird dann durch die Differentialgleichung

$$\frac{dv}{dt} + a_0 v = I_0, \quad (4)$$

mit  $I_0$  — einem neuen Mass der Erosionsintensität und  $a_0$  — einem konstanten Wert, beschrieben. Setzt man auch  $I_0 = \text{konst.}$ , so folgt die mittlere dimensionslose Massenverlustgeschwindigkeit aus der Gleichung (4)

$$v_0 = 1 - \frac{1}{a_0 t} (1 - e^{-a_0 t}) = 1 - \frac{|t_0|}{t} (1 - e^{-t/|t_0|}). \quad (5)$$

In der Gleichung wurde

$$a_0 = \frac{1}{|t_0|} \quad (6)$$

gesetzt. Aus Gleichung (5) folgt, dass für grössere  $t$  — Werte ( $t/|t_0| \rightarrow \infty$  und  $t/|t_0| \rightarrow 0$ ) die entsprechende Kurve sich einer Geraden nähert. Die Gleichung der Asymptote, die in Abb. 1 schon eingezeichnet ist, lautet

$$m_a = v_s(t - t_0) \quad \text{oder} \quad v_a = 1 - \frac{t_0}{t}. \quad (7)$$

### 3. Vergleich angewendeter mathematischer Modelle

Es ist ersichtlich, dass auch die Lösungen der Gleichung (1) für  $\tau \rightarrow \infty$  zu einem konstanten Wert konvergieren, da die erste und zweite Ableitung in Gleichung (1) Null wird. Folglich kann die Intensität der Erosionsauswirkungen als

$$I = \beta^2 v_s \quad (8)$$

berechnet werden. Nach Differenzierung der dimensionslosen Grösse  $v$  (2) erhält man die Gleichung

$$v' = \frac{dv}{d(\ln \tau)} = \tau \frac{dv}{d\tau} = t \frac{dv}{dt} = \frac{v}{v_s} - v \quad (9)$$

die auch als

$$\frac{v}{v_s} = v + v' \quad (10)$$

geschrieben werden kann.

Für  $\tau \rightarrow \infty$  ist  $(v/v_s)_{\tau \rightarrow \infty} = 1$  und deswegen muss

$$v + v' = 1 \quad (11)$$

gelten. Die Punkte, deren Koordinaten die Gleichung (11) erfüllen, liegen auf der strichpunktierten Kurve (Abb. 4). Diese Kurve ist ab Punkt  $A$  für  $\tau > \tau_A$  mit der

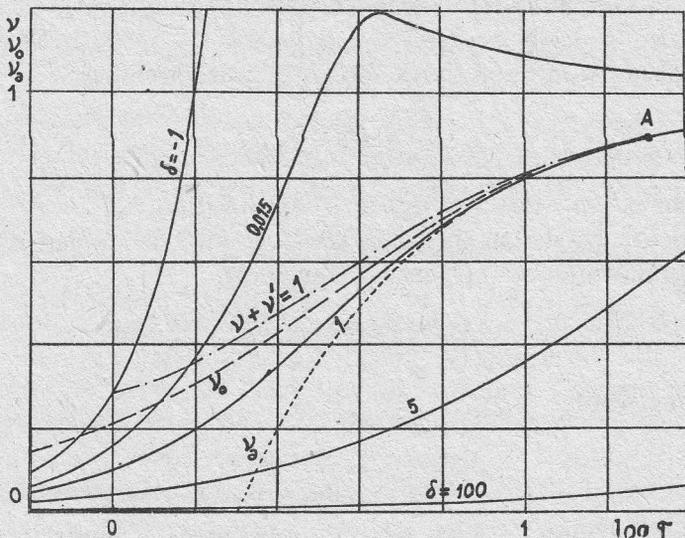


Abb. 4. Graphische Darstellung mathematischer Modelle der Kavitationszerstörung

Kurve des Zweiparameter-Modells mit dem Beiwert  $\delta = 1$ , praktisch kongruent. Dieses gilt auch für die gestrichelte Kurve  $v_0$  des Einparameter-Modells (5) sowie für die punktiert gezeichnete Grenzkurve  $v_a$  (7). Punkt  $A$  ist durch die Koordinaten  $v_A = 0,9$ ,  $\tau_A = 20$  gegeben. Setzt man  $v_A = 0,9$  in Gleichung (7) ein, so folgt die Beziehung

$$t_A = 10 t_0. \quad (12)$$

Wird weiter  $t_A$  aus Gleichung (12) in Gleichung (2b) mit dem Wert  $\tau_A = 20$  eingesetzt, so erhält man

$$\tau_A = \beta t_A = 10 \beta t_0 = 20. \quad (13)$$

Daraus folgt

$$\beta = \frac{2}{t_0} = 2 a_0. \quad (14)$$

Diese Beziehung bildet den Zusammenhang zwischen den Parametern der beider mathematischer Modelle. Da im Punkte A  $\delta = 1$  ist, gilt auch  $\alpha = \beta$ .

Die Grundgleichung des Einparameter-Modells kann man jetzt in Form von

$$v_0 = 1 - \frac{2}{\tau} (1 - e^{-\tau/2}) \quad (15)$$

darstellen. Ebenso wird die Gleichung (7) zu

$$v_a = 1 \mp \frac{2}{\tau} \quad (16)$$

umgeformt. Das negative Vorzeichen gilt für die positive Zeitkonstante  $t_0$ .

Die Intensität der Erosionsauswirkungen (8) kann man mit Hilfe der Grösse  $t_0$  ausdrücken. Aus beiden Gleichungen, (8) und (14) folgt

$$I = 4 \frac{v_s}{t_0^2}. \quad (17)$$

Für die Erosionsintensität nach dem Einparameter-Modell (4) gilt

$$I_0 = a_0 v_s = \frac{v_s}{t_0}. \quad (18)$$

Gleichungen (17) und (18) führen zu der Beziehung nach der die Intensität  $I_0$  in  $I$  umgerechnet werden kann:

$$I = \frac{4}{t_0} I_0. \quad (19)$$

Aus den vorgeführten Überlegungen geht deutlich hervor, dass zur Abschätzung der Kavitationsbeständigkeit des Werkstoffs im entwickelten Zustand der Kavitationszerstörung zwei Grössen notwendig sind; und zwar sind es entweder der Massen- bzw. Volumenverschleiss pro Zeiteinheit  $v_s$  und die Zeitkonstante  $t_0$  (Abb. 1), oder die Kombination  $v_s$  und der Beiwert  $\beta$ , welcher aus den mathematischen Modellen abgeleitet worden ist. Bisher wird die Aufmerksamkeit hauptsächlich nur dem Wert  $v_s$  gewidmet.

Für die Periode der unstabilierten Massenverlustgeschwindigkeit muss das Zweiparameter-Modell angewandt werden. Die Verbreitung oder Verminderung der durch die Kavitation beanspruchten Zone im Werkstoff ist deutlich und wird durch die zweite Ableitung der Differentialgleichung (1) ausgedrückt.

In der Inkubationszeit, wenn die Massen- oder Volumenverluste sehr klein sind und auch die Intensität der Werkstoffzerstörung durch Kavitation sehr rasch steigt, hat es sich als nützlich erwiesen, das erweiterte Modell [6] abzuleiten. Dieses wurde unter Voraussetzung einer linearen Abhängigkeit der Intensität der Erosionsauswirkungen von  $t$  berechnet

$$I = I(0) + kt. \quad (19a)$$

Wenn die Zeit  $t$  innerhalb der Inkubationszeit liegt, kann der Wert  $I(0)$  vernachlässigt werden, so dass sich Gleichung (19a) vereinfacht und die Auswertung der Kavitationsprüfungen erleichtert wird.

#### 4. Beispiele für einige Auswertungen

In den meisten Veröffentlichungen fehlen wichtige Werte zur Auswertung der Kavitationsbeständigkeit des Werkstoffs. Hauptsächlich sind es die mechanischen Eigenschaften, wie z.B. die Zugfestigkeit  $R_m$ , die obere Streckgrenze bzw. die Festigkeit bei 0,2% Dehnung  $R_{p0,2}$ , der Elastizitätsmodul  $E$  und eventuell weitere: Härtewert nach Vickers  $H_v$ , Bruchdehnung  $A_5$ , Verformungsarbeit  $W$  bis zum Bruch bezogen auf die Volumeneinheit des Prüfstabes usw.

Berger [7] hat aus den 18 Kavitationsversuchen mit verschiedenen Werkstoffen die folgende Näherungsbeziehung für die Abtragsgeschwindigkeit  $v_s$  ermittelt

$$v_s = \left( \frac{dm}{dt} \right)_{\max} \propto \frac{E^{0,562} R_{p0,2}^{0,618}}{R_m^{1,071} W^{0,125} H_v^{1,971}}. \quad (20)$$

Die mittleren Abweichungen der gemessenen von den berechneten Werten der Abtragsgeschwindigkeit liegen bei 8%.

Die Auswertung der Messergebnisse [7] konnte nicht mit Hilfe der Gleichungen (14) und (17) durchgeführt werden, weil die Zeit  $t_0$  nicht angegeben wurde. Nur bei zwei Werkstoffen sind alle notwendige Größen ( $v_s$ ,  $t_0$ ,  $E$ ,  $R_{p0,2}$ ,  $R_m$ ,  $W$ ,  $H_v$ ) vorhanden, diese sind aber für die Ermittlung aller Exponenten in einer der Abhängigkeiten (20) ähnlichen Proportionalitätsbeziehung nicht ausreichend.

Die Formel (20) kann man vereinfachen und zwar auf Grund der näherungsweise gültigen Beziehungen

$$W \propto R_m, \quad H \propto R_m \quad \text{und} \quad R_{p0,2} \propto R_m.$$

Daraus folgt die Abhängigkeit

$$v_s \propto \frac{E^{0,562}}{R_m^{2,549}}$$

Die Versuche [7] an 4 unterschiedlichen Materialien (Tafel 1) hat man mit Hilfe der Regression ausgewertet und folgende Beziehungen ermittelt:

$$v_s \propto \frac{E^{0,7614}}{R_m^{2,316}}, \quad t_0 = \frac{2}{\beta} \propto E^{1,49} \cdot R_m^{2,0}, \quad I \propto E^{-2,218} \cdot R_m^{-6,329}.$$

Der Korrelationskoeffizient beträgt 0,994.

Ähnlich werden die Beziehungen mit  $R_m$ ,  $R_{p0,2}$  und  $H_v$  (für 6 Werkstoffe) ermittelt:

$$v_s \propto R_{p0,2}^{1,254} \cdot R_m^{-1,059} \cdot H_v^{-2,304}, \quad t_0 = \frac{2}{\beta} \propto R_{p0,2}^{0,4128} \cdot R_m^{3,164} \cdot H_v^{-1,305},$$

$$I \propto R_{p0,2}^{0,4283} \cdot R_m^{-7,387} \cdot H_v^{0,3057}.$$

Tafel 1

Auswertung der Bergerschen Messergebnisse [7] nach den Regressionformeln (22)

Werkstoff	GGG-40	St 50	X5CrNi189	42CrMo4	CuZn39Pb3 F44	AlMgSiPb F20
$t_0$ [h]	0,4910	1,155	1,646	3,870	0,7220	0,04621
$\beta$ [h <sup>-1</sup> ]	4,074	1,731	1,215	0,5168	2,770	43,28
$v_s$ [mg·h <sup>-1</sup> ]	41,97	30,78	12,22	7,821	39,01	40,50
$I$ [mg·h <sup>-3</sup> ]	696,4	92,25	22,46	2,089	299,4	75862
$E$ [MPa]	159466	208143	182575	211680	—	—
$R_m$ [MPa]	433,9	526,5	650,2	982,5	440	200
$R_{p0.2}$ [MPa]	307,6	328,3	228,7	821,5	280	100
$H_c$ [MPa]	83,81	177,86	492,54	170,4	—	—

Der Korrelationsbeiwert liegt im Bereich von 0,945 bis 0,996. Es muss bemerkt werden, dass die Beziehungen (20) bis (23) nur für eine bestimmte Kavitationsintensität gelten [7].

Solche Auswertungen der Kavitationsversuche können für verschiedene Kavitationsintensitäten durchgeführt werden und zur allgemeinen Behandlung der Kavitationsbeständigkeit der Werkstoffe verwendet werden.

### 5. Zusammenfassung

Die mathematischen Modelle der Kavitationszerstörung wurden verglichen. Die Auswertung der Abtragsverläufe mit Hilfe der aus den mathematischen Modelle ermittelten Beziehungen wurde durchgeführt. Während der Kavitationsversuche empfiehlt es sich neben der Abtragsgeschwindigkeit  $v_s$  auch die Zeitkonstante  $t_0$  zu schätzen. Zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen der Kavitationsbeständigkeit der Werkstoffe und deren mechanischen Eigenschaften müssen diese bekannt sein. Mit Hilfe der Näherungsgleichungen kann die Kavitationsbeständigkeit des Werkstoffs abgeschätzt werden.

### Literaturverzeichnis

1. Noskiewič, Die Auswertung der Werkstoffszerstörung durch die Kavitation (in Tschechisch). Konferenz HYDRO-TURBO '76, Brno, ČSSR, 1976, Fachbeitrag C7.
2. Noskiewič, Die Dynamik der Kavitationszerstörung des Werkstoffs. Pumpentagung Karlsruhe '78, Sektion K 11, 1978.

- [3] J. Noskiewicz, *Mathematisches Modell der Dynamik der Kavitationszerstörung des Werkstoffs*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Energetyka 66, Gliwice, 49, 1978.
- [4] J. Noskiewicz, *Dynamics of the cavitation erosion*. Joint Symposium on Design and Operation of Fluid Machinery, Colorado State University, Fort Collins, USA, Sess. 4—1, Vol. II.
- [5] J. Noskiewicz, *Cavitation strain hardening and cavitation strength of material*. Proc. of the Sixth Conf on Fluid Machinery, Budapest, Vol. II, 751, 1979.
- [6] J. Noskiewicz, *The extended mathematical model of cavitation and erosion wear*. Proc. 6th Int. Conf on Erosion by Liquid and Solid Impact, Cambridge 1983.
- [7] J. Berger, *Kavitationserosion und Massnahmen zu ihrer Vermeidung in Hydraulikanlagen für HFA-Flüssigkeiten*. Diss. RWTH Aachen, 1983.

## Porównanie modeli matematycznych erozji kawitacyjnej

### Streszczenie

Dokonano porównania opracowanych wcześniej przez autora modeli matematycznych kawitacyjnego niszczenia materiałów. Zgodnie z modelem dwuparametrowym dynamikę erozji kawitacyjnej opisuje równanie różniczkowe (1). Jego rozwiązaniem są równania (3) z bezwymiarowymi parametrami (2). Prostszy model matematyczny erozji kawitacyjnej opisano równaniem różniczkowym (4). Jego rozwiązanie przedstawia wyrażenie (5). Porównanie modeli matematycznych prowadzi do równań (12), (13), (14). Na tej podstawie określa się natężenia erozji kawitacyjnej  $I$  i  $I_0$  (równania 17÷19). Wyznaczenie wartości  $I$  i  $I_0$  oraz parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ , występujących w modelu dwuparametrowym, wymaga oszacowania wielkości  $t_0$  i  $v_s$ . Szacowanie to odbywa się na podstawie krzywych strat masy (rys. 1). Wyniki testów proponuje się wiązać metodą regresji z własnościami mechanicznymi materiałów obejmującymi moduł sprężystości  $E$ , granicę plastyczności lub naprężenie przy względnym wydłużeniu równym 0,2%,  $R_{p0,2}$ , graniczną energię odkształcenia plastycznego  $W$ , wytrzymałość na rozciąganie  $R_m$ , twardość w stopniach Vickersa  $R_v$ . Przedstawiono przykład takiej analizy oraz uzyskane zależności (21), (22) i (23).

## Comparison of Mathematical Models of Cavitation Erosion

### Summary

The mathematical models of cavitation erosion, developed previously by the author, have been compared in this contribution. According to the two-parameter model the dynamics of cavitation erosion can be described by the differential equation (1). Its solution is given by equations (3) with dimensionless parameters (2). A simpler mathematical model is described by the differential equation (4), its solution being given by the expression (5). The comparison of the mathematical models yields equations (12–14) and allows to determine the erosion intensities  $I$  and  $I_0$  (equations (17–19)). The calculation of the values of  $I$  and  $I_0$  as well as those of  $\alpha$  and  $\beta$  parameters in the two-parameter model requires estimation of the  $t_0$  and  $v_s$  quantities. This estimation is based on the mass loss curves (Fig. 1). Using the regression technique the test results obtained can be linked to the mechanical properties of the materials tested including the modulus of elasticity  $E$ , yield point or tension at 0.2% elongation  $R_{p0,2}$ , ultimate resilience  $W$ , tensile strength  $R_m$ , hardness after Vickers  $R_v$ . The relationships (21), (22) and (23) derived from such an analysis are shown at the end of the paper.

## Сравнение математических моделей кавитационной эрозии

## Резюме

Проведено сравнение ранее разработанных автором математических моделей кавитационного повреждения материалов. Согласно с двухпараметровой моделью динамику кавитационной эрозии описывает дифференциальное уравнение (1). Его решением являются уравнения (3) с безразмерными параметрами (2). Более простая математическая модель кавитационной эрозии описывается дифференциальным уравнением (4). Его решением является выражение (5). Сравнение математических моделей ведёт к уравнениям (12), (13), (14). На этой основе определяется интенсивность кавитационной эрозии  $I$  и  $I_0$  (уравнения (17) ÷ (19)). Для определения значений  $I$  и  $I_0$ , а также параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , выступающих в двухпараметровой модели, необходима оценка величин  $t_0$  и  $v_s$ . Эта оценка производится на основе кривых потерь массы (рис. 1). Результаты проверок предлагается связывать методом регрессии с механическими свойствами материалов охватывающими модуль упругости  $E$ , предел пластичности или напряжение при относительном удлинении  $0,2\% R_{p0,2}$ , предельную энергию пластической деформации  $W$ , прочность на растягивание  $R_m$ , твёрдость в градусах Вickers  $R_v$ . Представлены пример такого анализа и полученные зависимости (21), (22), (23).