

P O L S K A A K A D E M I A N A U K

INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE

INSTYTUTU MASZYN

PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS

OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

92

WARSZAWA—POZNAŃ 1990

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW  
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

---

RADA REDAKCYJNA—EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI  
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER  
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY—CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY—EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI  
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA—EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN  
ul. Gen. Józefa Fiszer 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright  
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe  
Warszawa 1990

Printed in Poland

ISBN 83-01-10189-X  
ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Ark. wyd. 17,75. Ark. druk. 13. Papier druk. sat. kl. III, 70 g, 70 × 100 cm  
Oddano do składania w lipcu 1989 r. Podpisano do druku w listopadzie 1990 r.  
Druk ukończono w grudniu 1990 r. Zam. nr 1079/89

Zakłady Graficzne im. KEN w Bydgoszczy

PIOTR KUBSKI

Gdańsk

## Uproszczona analiza wpływu pola temperatury na proces separacji kropeł z przepływu dwufazowego

Zaproponowano turbulently-bezwładnościowy model separacji kropeł. Sformułowano analityczny opis bezwładnościowego ruchu kropeł w polu temperatury, na podstawie którego wyznaczono tzw. droge hamowania odparowującej kropeł. Na podstawie przyjętej dyfuzyjności pędu dla kropeł wyznaczono strumień masy separujących się kropeł w polu temperatury. Wykazano analitycznie, że strumień ciepła na powierzchni ograniczającej przepływ powoduje zauważalny spadek strumienia masy separujących się kropeł.

Otrzymane rozwiązanie analityczne porównano z badaniami eksperymentalnymi Boriszańskiego używając zadowalającą zgodność.

### Wykaz oznaczeń

$a$ — średnica kropeł,	$t$ — temperatura,
$B$ — parametr odparowania, (3.4),	$u, v$ — składowe prędkości,
$C$ — opór dyfuzji, (8.16),	$v_0$ — prędkość dynamiczna,
$c$ — koncentracja kropeł,	$W$ — siła uwzględniająca efekt odparowywania kropeł,
$c_f$ — współczynnik oporu przepływu,	$x$ — stopień suchości pary,
$c_p$ — ciepło właściwe,	$x, y$ — współrzędne odniesienia,
$F_M$ — siła Magnusa, (3.9),	$\delta$ — grubość warstwy,
$g$ — rozkład strumienia masy,	$\varepsilon$ — dyfuzyjność pędu,
$K$ — liczba zmiany fazowej, (3.5),	$\varphi$ — współczynnik, (8.3),
$l$ — droga mieszania,	$\kappa$ — stała turbulencji,
$M$ — parametr, (3.11),	$\nu$ — kinematyczny współczynnik lepkości
$m$ — gęstość strumienia masy,	$\mu$ — dynamiczny współczynnik lepkości,
$m_i$ — masa kropeł,	$\tau$ — czas,
$p$ — rozkład statystyczny kropeł,	$\tau_w$ — naprężenie styczne.
$r$ — ciepło parowania,	
$s$ — droga hamowania,	

### Indeksy dotyczą

$+$ — wielkości bezwymiarowej,	$\min$ — wielkości minimalnej,
$-$ — wartości średniej,	$\max$ — wartości maksymalnej,
$d$ — dolnej granicy,	$mp$ — wielkości najbardziej prawdopodobnej,
$f$ — gazu (pary),	$0$ — braku odparowania,
$g$ — górnej granicy,	$s$ — stanu nasycenia,
$i$ — warstwy inercyjnej,	$t$ — warstwy turbulენტnej,
$K$ — wartości konwencjonalnej,	$v$ — odparowania,
$l$ — cieczy,	$w$ — powierzchni ograniczającej przepływ.

## 1. Wstęp

Ważnym z punktu widzenia wiedzy inżynierskiej i aktualnym problemem badawczym jest zjawisko penetracji kropeł w przepływie dwufazowym. Występuje ono np. podczas przepływu pary mokrej przez kanały turbin parowych. Spotykamy je również w kanałach, w których zachodzi proces wrzenia i generacji pary. Zjawisko to zachodzi ponadto w procesie mieszania gorącego gazu z rozdrobnioną fazą ciekłą wody. W powyższych procesach krople wyseparowują się z przepływu i osiadają na ściankach kanałów lub urządzeń, przy czym ilość wyseparowanej wody wpływa na przebieg tych procesów.

Znany jest szereg mechanizmów powodujących ruch kropeł w fazie gazowej. Przyczyną ruchu może być zewnętrzne pole sił, jak np. pole grawitacyjne lub dyfuzja molekularna, bądź turbulenta fazy gazowej. Na ruch penetrujących kropeł wpływa ponadto ich odparowanie związane z polem temperatury, w którym poruszają się krople.

Poruszające się krople posiadają swoją bezwładność zależną od rozmiarów kropli. Bezwładność ta wpływa na ruch kropeł powodując, że nie pokrywa się on z polem prędkości fazy gazowej. Stąd też obecnie powszechnie przyjmuje się, że o ruchu kropeł względem fazy gazowej decyduje głównie mechanizm turbulento-bezwładnościowy [1].

Istotnym elementem opisu ruchu kropli w procesie separacji jest tzw. droga hamowania. Właśnie jej znajomość jest podstawą dla określenia masy separujących się kropeł.

W pracy zajęto się bezwładnościowym ruchem kropli w polu temperatury. Sformułowano analityczny opis tego ruchu, na podstawie którego wyznaczono drogę hamowania pojedynczej kropli. Na podstawie określonej w pracy dyfuzyjności pędu dla odparowującej kropli wyznaczono strumień masy separujących się kropeł w polu temperatury. Otrzymane rozwiązanie porównano z badaniami eksperymentalnymi Borisańskiego [2] uzyskując zadowalającą zgodność.

Celem niniejszej pracy jest zatem wyprowadzenie zależności analitycznej na strumień masy separujących się kropeł. Właśnie taka zależność umożliwia dyskusję wpływu poszczególnych istotnych czynników na proces separacji kropeł z przepływu dwufazowego w polu temperatury.

## 2. Model separacji

Znane są różne modele separacji kropeł z przepływu dwufazowego. Jednym z najstarszych jest model Friedlandera i Johnstone'a [3], oparty na koncepcji drogi hamowania. Według niego wiry turbulენტne niosą cząstki na odległość drogi hamowania od powierzchni ograniczającej przepływ, skąd dalszą drogę ku tej powierzchni przebywają bezwładnie. Inne podejście zaprezentowali Hutchinson i in. [4]. W ich ujęciu separacja zachodzi w wyniku stochastycznego oddziaływania gazu na cząstki. Model ten zakłada istnienie cienkiej warstwy granicznej, w której cząstki poruszają się całkowicie bezwładnie. Analizę separacji kropeł opartą na opisie ich ruchu w podwarstwie laminarnej przedstawili Ganič i Rohsenow [5].

Interesujący, turbulentno-bezwładnościowy model separacji kropeł z przepływu dwufazowego przedstawił Mikielawicz [6]. Ze względu na przejrzystość tego modelu i jego analityczną postać, zostanie on w niniejszej analizie rozszerzony na przypadki separacji kropeł z przepływu dwufazowego w polu temperatury.

Przedstawiony poniżej model dotyczy będzie struktury mgłowej tego przepływu. Struktura ta charakteryzuje się dużą zawartością fazy gazowej (parowej), która występuje w formie ciągłej z rozproszonymi w niej kroplami cieczy.

W pracy zajęto się tą frakcją kropeł, których rozmiary są na tyle duże, że ich bezwładność należy uwzględnić podczas ruchu. Krople takie, nie nadążając za ruchem turbulentnym ośrodka, nie mogłyby osiąść na powierzchni ograniczającej przepływ, na skutek istnienia w pobliżu tej powierzchni podwarstwy laminarnej, w której cząsteczki wykazują tylko ruchy molekularne. By osiąść na powierzchni ograniczającej przepływ, krople mogą się przedostać przez podwarstwę laminarną tylko w wyniku ruchu bezwładnościowego, wynikającego z impulsu, jaki otrzymały wcześniej w podwarstwie turbulentnej przepływu. W hydraulicznej podwarstwie laminarnej w pobliżu powierzchni ograniczającej przepływ, ruch ten dodatkowo jest wspomagany przez siłę Magnusa [8], gdyż w warstwie tej występują duże gradienty prędkości. Na ruch kropli w polu temperatury oddziałuje ponadto strumień masy odparowującej z powierzchni kropli [9].

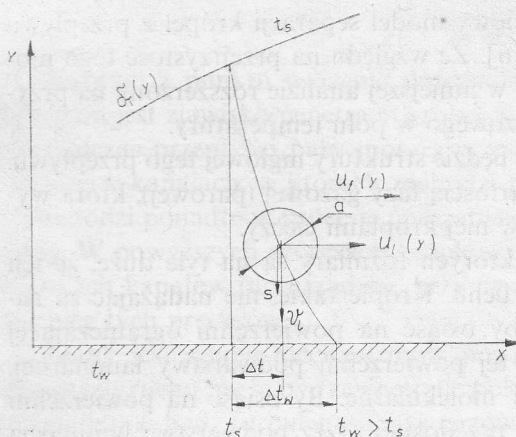
Podstawą modelu Prandtla, dotyczącego turbulencji, jest założenie, że skala wirów turbulentnych jest tzw. droga mieszania. Przez analogię do koncepcji Prandtla, Mikielawicz [6] wprowadził pojęcie skali ruchów bezwładnościowych, za którą uznał tzw. drogę hamowania kropli po otrzymaniu impulsu.

Założono zgodnie z przyjętym modelem, że jeśli wiry turbulentne są dostatecznie duże, to odparowująca kropla może nadążyć za ruchem wewnątrz takiego wiru. Jeśli natomiast wiry są małe w porównaniu z drogą hamowania, to odparowująca kropla będzie je ignorować, podobnie jak i molekularne ruchy ośrodka, oraz będzie się przemieszczać na odległość drogi hamowania. Po przebyciu drogi hamowania, kropla może otrzymać następny impuls wynikający z fluktuacji prędkości ośrodka.

Opracowanie modelu separacji kropeł z przepływu dwufazowego, wymaga zatem rozważenia ruchu pojedynczej kropli w polu temperatury i wyznaczenia dla takiego przypadku jej drogi hamowania. Następnie na podstawie uzyskanej drogi hamowania będzie można określić dla odparowującej kropli jej dyfuzyjność pędu, która z kolei będzie podstawą do wyznaczenia gęstości masy strumienia kropeł separujących się z przepływu.

### 3. Droga hamowania kropli

W analizie przyjęto, że pole temperatury nie oddziałuje istotnie na pole prędkości w pobliżu powierzchni ograniczającej przepływ, wpływa natomiast na intensywność i nierównomierność odparowywania masy z powierzchni kropli. A zatem, nie jest tu panalizowane klasyczne zagadnienie termoforezy, w którym powierzchnia grzejna przeciwdziała osadzeniu drobnych, o pomijalnej bezwładności, cząstek stałych poruszających się wraz z gazem nad tą powierzchnią. Natomiast niniejszej analizie pod-



Rys. 1. Układ odniesienia dla analizy ruchu odparowującej kropli w polu temperatury

lega, jak już wspomniano, ta frakcja kropli, których bezwładność należy uwzględnić podczas ruchu.

W celu określenia wpływu pola temperatury od płyty grzewczej na drogę hamowania pojedynczej kropli, rozważmy ruch kropli o masie  $m_l$  i o średnicy  $a$  w płynie (o parametrach oznaczonych indeksem  $f$ ) poruszającym się z prędkością  $u_f$  nad płaską powierzchnią o temperaturze  $t_w$  (rys. 1).

Układ współrzędnych  $Oxy$  przyjęto tak, że oś odciętych pokrywa się z powierzchnią grzewczą, zaś oś rzędnych jest prostopadła do płyty i skierowana do płynu. Wprowadzono ponadto pomocniczą oś  $s$  związaną z położeniem kropli w chwili początkowej procesu.

Ruch kropli odbywa się wewnątrz termicznej warstwy przyściennej o grubości  $\delta_T(y)$ , w obszarze turbulentnym (niewielkich zmian gradientu temperatury). Przyjęto, że na reprezentatywną kroplę oddziałuje i powoduje jej odparowywanie, średnia różnica temperatury  $\Delta t$ , a zatem w uproszczeniu jest nią średnia arytmetyczna

$$\Delta t = \frac{1}{2} \Delta t_w = \frac{1}{2} (t_w - t_s), \quad (3.1)$$

przy czym  $t_w$  jest temperaturą powierzchni grzewczej,  $t_s$  — temperaturą na granicy termicznej warstwy przyściennej.

W przypadku, gdy na kroplę działa tylko siła  $W_v$ , wywołana efektem odparowywania kropli oraz siła Magnusa  $F_M$  skalarne równania ruchu kropli przedstawiają się następująco:

$$\frac{d(m_l u_l)}{d\tau} = -W_{v,x}, \quad \frac{d(m_l v_l)}{d\tau} = -W_{v,y} + F_M, \quad (3.2)$$

przy czym masa kropli

$$m_l = \frac{\pi}{6} a^3 \rho_l. \quad (3.3)$$

Chociaż w ogólnym przypadku masa kropli, jak również jej średnica w wyniku odparowywania ulega zmianie, to w dalszej analizie przyjęto, że masa kropli i jej średnica są wielkościami uśrednionymi, a więc stałymi podczas zjawiska:

$$m_l = \text{idem}, a = \text{idem}.$$

Uproszczenie to jest dopuszczalne, bowiem w większości praktycznych przypadków czas opadania kropli jest znacznie mniejszy od czasu jej odparowania.

W celu bliższego określenia siły  $W_v$  przyjęto w analizie, że istnienie poprzecznego do powierzchni kropli strumienia masy odparowującej, wywołuje zarówno zmianę naprężeń stycznych na powierzchni kropli, jak i zmianę pędu poruszającej się kropli. W pracy [9] określono łącznie oba wspomniane efekty pomijając pulsację, a także przyjmując, że opływ kropli w kształcie kuli odbywa się bez oderwania. Podano tam zależność opisującą współczynnik oporu  $c_{f,v}$  kropli odparowującej podczas przepływu, uzależniając go od współczynnika oporu ruchu kropli bez odparowania  $c_{f,0}$ , intensywności ruchu scharakteryzowanego liczbą Reynoldsa oraz parametru  $B$  uwzględniającego intensywność odparowania, przy czym parametr

$$B = K^{-1} \cdot Pr_f^{-2/3} \quad (3.4)$$

zależy od liczby zmiany fazowej  $K = \frac{r}{c_{p,f} \Delta t}$  oraz od liczby Prandtla  $Pr_f$  płynu.

Dla ruchu kropli scharakteryzowanego małymi liczbami Reynoldsa oraz przy niewielkiej intensywności odparowania, podana w pracy [9] zależność może być aproksymowana związkiem

$$\frac{c_{f,v}}{c_{f,0}} = 1 - \frac{B}{2}.$$

Ponieważ parametr  $B$  określony jest na podstawie lokalnej różnicy temperatury  $\Delta t$  wewnątrz termicznej warstwy przyściennej, do dalszej analizy przyjęto jej średnią wartość (3.1), a więc liczba zmiany fazowej oparta na maksymalnej różnicy temperatury  $\Delta t_w$

$$K = \frac{r}{c_{p,f} \Delta t_w}, \quad (3.5)$$

pozwała wyrazić wpływ odparowania na współczynnik oporu kropli czynnikiem  $(1-B)$ , czyli

$$c_{f,v} = c_{f,0} (1-B). \quad (3.6)$$

Dla małych liczb Reynoldsa współczynnik oporu kropli bez odparowania może być określony jak dla ciała stałego w kształcie kuli, np. wg [10] jako prawo Stokesa

$$c_{f,0} = \frac{24}{Re}. \quad (3.7)$$

Przyjmując składowe prędkości ruchu kropli zgodnie z rysunkiem 1,  $u_f - u_l$  w kierunku osi  $x$ , zaś  $-v_l$  w kierunku osi  $y$ , składowe siły  $W_v$  wywołanej efektem

odparowywania mogą być wyrażone poprzez współczynnik oporu, ciśnienie dynamiczne płynu oraz powierzchnię rzutu kropli, a uwzględniając związki (3.6) i (3.7), jako

$$\begin{aligned} W_{v,x} &= 3\pi\mu_f a (u_f - u_l)(1-B), \\ W_{v,y} &= 3\pi\mu_f a v_l(1-B). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Warto tu nadmienić, że w przypadku niewystąpienia odparowania kropli, czyli dla  $B = 0$ , składowe siły  $W$  (3.8), wyrażają się poprzez klasyczną siłę Stokesa.

W analizie przyjęto również, że na ruch kropli działa, wspomagając efekt hamowania, siła Magnusa. Jej postać

$$F_M = \frac{\pi^2}{4} \rho_l a^3 (u_f - u_l) \frac{du_f}{dy} \quad (3.9)$$

uzależniona od gradientu prędkości płynu  $\frac{du_f}{dy}$ , została wyprowadzona w pracy [8], przy założeniu bezinercyjnej rotacji kropli oraz braku oderwania od kropli przy opływie fazą gazową.

Uzyskane zależności (3.8) i (3.9) pozwalają układ równań (3.2) sprowadzić do postaci:

$$\begin{aligned} \frac{du_l}{d\tau} &= -M(u_f - u_l)(1-B), \\ \frac{dv_l}{d\tau} &= -Mv_l(1-B) + \frac{3}{2}\pi(u_f - u_l) \frac{du_f}{dy}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

przy czym wprowadzono oznaczenie:

$$M = \frac{18\mu_f}{\rho_l s^2} = 18 \frac{\rho_f \nu_f}{\rho_l a^2}. \quad (3.11)$$

Z pierwszego równania układu (3.10) można wyznaczyć wielkość  $(u_f - u_l)$  jako

$$u_f - u_l = \frac{v_l}{M(1-B)} \frac{du_l}{dy},$$

bowiem

$$v_l = -\frac{dy}{d\tau} = \frac{ds}{dt}, \quad (3.12)$$

a przyjmując ponadto uproszczenie o równości gradientów prędkości kropli i płynu otaczającego

$$\frac{du_l}{dy} \approx \frac{du_f}{dy},$$

ostatecznie otrzymuje się

$$u_f - u_l = \frac{v_l}{M(1-B)} \frac{du_f}{dy} \quad (3.13)$$



Podstawiając otrzymany związek (3.13) do drugiego z równań (3.10) uzyskuje się:

$$\frac{dv_l}{d\tau} = - \left[ M(1-B) - \frac{2}{3} \frac{\pi}{M} \frac{1}{1-B} \left( \frac{du_f}{dy} \right)^2 \right] v_l. \quad (3.14)$$

Z kolei przyjęto uproszczenie, że gradient prędkości  $du_f/dy$  wewnątrz laminarnej hydraulicznej warstwy przyściennej jest wielkością stałą i wyraża się poprzez naprężenie styczne  $\tau_w$  na powierzchni grzejnej lub też poprzez prędkość dynamiczną  $v_0$ :

$$\frac{du_f}{dy} = \frac{\tau_w}{\mu_f} = \frac{v_0^2}{\nu_f}, \quad (3.15)$$

gdzie

$$v_0 = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_f}}. \quad (3.16)$$

Całkując dwukrotnie równanie (3.14), przy warunku początkowym:

$$\text{dla } \tau = 0, v_l = v_0, s = 0,$$

otrzymuje się dla  $\tau \rightarrow \infty$  dystans jaki przebędzie kropla, tzw. drogę hamowania kropli:

$$s_v = \frac{v_0}{M(1-B) - \frac{3}{2} \frac{\pi}{M} \frac{1}{1-B} \left( \frac{du_f}{dy} \right)^2}. \quad (3.17)$$

W przypadku niewystąpienia odparowania kropli, dla  $B = 0$ , droga hamowania wynosi:

$$s_0 = \frac{v_0}{M - \frac{3}{2} \frac{\pi}{M} \left( \frac{du_f}{dy} \right)^2}. \quad (3.18)$$

i jest zgodna z rozwiązaniem podanym przez Mikieliewicza [6].

W przypadku braku odparowania oraz przy pominięciu siły Magnusa, tzn. dla  $B = 0$  i  $du_f/dy = 0$ , z zależności (3.18) otrzymuje się konwencjonalną drogę hamowania z modelu Friedlandera [3]:

$$s_K = \frac{v_0}{M}. \quad (3.19)$$

Opierając się na prędkości dynamicznej  $v_0$  i kinematycznym współczynniku lepkości  $\nu_f$  płynu można wprowadzić wielkości bezwymiarowe:

— promień kropli

$$a^+ = a \frac{v_0}{\nu_f},$$

— oraz drogę hamowania kropli

$$s^+ = s \frac{v_0}{\nu_f}.$$

(3.20)

Zgodnie z powyższym oraz korzystając ze związków (3.11) i (3.15) otrzymujemy odpowiednio:

$$s_v^+ = (1-B) \frac{\frac{1}{18} \left( \frac{q_l}{q_f} \right) (a^+)^2}{(1-B)^2 - \frac{\pi}{216} \left( \frac{q_l}{q_f} \right)^2 (a^+)^4}, \quad (3.21)$$

$$s_0^+ = \frac{\frac{1}{18} \left( \frac{q_l}{q_f} \right) (a^+)^2}{1 - \frac{\pi}{216} \left( \frac{q_l}{q_f} \right)^2 (a^+)^4}, \quad (3.22)$$

$$s_K^+ = \frac{1}{18} \frac{q_l}{q_f} (a^+)^2. \quad (3.23)$$

A zatem, przy określaniu drogi hamowania w podwarstwie laminarnej, gdzie występuje efekt Magnusa, obowiązuje wzór (3.21), zaś w rdzeniu turbulentnym — (3.23).

By określić wpływ odparowania kropli na drogę jej hamowania wyznaczono stosunek:

$$\frac{s_v}{s_0} = \frac{s_v^+}{s_0^+} = (1-B) \frac{1 - \frac{\pi}{216} \left( \frac{q_l}{q_f} \right)^2 (a^+)^4}{(1-B)^2 - \frac{\pi}{216} \left( \frac{q_l}{q_f} \right)^2 (a^+)^4}. \quad (3.24)$$

W przypadku umiarkowanych parametrów i zwykle spotykanych cieczy dla małych wartości parametru odparowania w zakresie podwarstwy laminarnej zachodzi nierówność

$$\frac{\pi}{216} \left( \frac{q_l}{q_f} \right)^2 (a^+)^4 \gg 1. \quad (3.25)$$

W przybliżeniu otrzymujemy

$$\frac{s_v}{s_0} \cong 1 - B, \quad (3.26)$$

skąd wynika, że istnienie masy odparowującej z powierzchni kropli powoduje zmniejszenie drogi hamowania kropli.

#### 4. Minimalna wielkość kropli pokonującej ruchem bezwładnościowym podwarstwę laminarną

By określić minimalną wielkość kropli pokonującej ruchem bezwładnościowym podwarstwę laminarną przyjęto, że jej grubość wynosi

$$\delta_L^+ = \frac{\delta_L v_0}{v_f} \cong 5. \quad (4.1)$$

Wówczas, jako warunek przebycia przez kroplę podwarstwy laminarnej, można przyjąć  $s_v^+ \geq 5$ , czyli:

$$(1-B) \frac{\frac{1}{18} \left(\frac{q_l}{q_f}\right) (a^+)^2}{(1-B)^2 - \frac{\pi}{216} \left(\frac{q_l}{q_f}\right) (a^+)^4} \geq 5. \quad (4.2)$$

Z powyższego warunku wynika minimalna wielkość kropli:

— w przypadku istnienia odparowania

$$\frac{1}{18} \frac{1}{1-B} \left(\frac{q_l}{q_f}\right) (a^+)^2 \geq \frac{1}{15\pi} [-1 + \sqrt{1 + 150\pi}] \cong 0,440, \quad (4.3)$$

czyli

$$a_{\min.v}^+ \cong 2,81 \sqrt{\frac{q_f}{q_l} (1-B)}, \quad (4.4)$$

— lub też w przypadku braku odparowania, tzn. dla  $B = 0$ ,

$$a_{\min.0}^+ = 2,81 \sqrt{\frac{q_f}{q_l}}. \quad (4.5)$$

Stosunek obu tych wielkości

$$\frac{a_{\min.v}^+}{a_{\min.0}^+} = (1-B)^{1/2} \quad (4.6)$$

wskazuje, że w przypadku istnienia strumienia masy odparowującej z powierzchni kropli, minimalny rozmiar kropli przeskakującej podwarstwę laminarną ulega zmniejszeniu, a zatem zakres kropeł, które mogą pokonać podwarstwę laminarną ulega powiększeniu.

## 5. Granice warstwy, w której dyfuzja kropeł związana jest z ich bezwładnością

Za dolną granicę warstwy  $\delta_{i,d}^+$  (inercyjnej), w której dyfuzja kropeł związana jest z ich bezwładnością, można dla uproszczenia przyjąć odległość od powierzchni ograniczającej przepływ równą konwencjonalnej drodze hamowania  $s_K^+$  kropli. Dla kropeł, których rozmiar jest nieco większy od minimalnego  $a_{\min.v}^+$  i dla których  $s_K^+ < 5$ , będzie się przyjmować za dolną granicę grubość podwarstwy laminarnej  $\delta_{i,d}^+ = \delta_L^+ = 5$ , gdyż jak wynika z poprzednich rozważań, kropla przeskoczy podwarstwę laminarną dzięki dodatkowemu działaniu siły Magnusa w podwarstwie laminarnej i efektowi związanemu z odparowaniem kropli.

Reasumując, w rozpatrywanym modelu separacji przyjmuje się więc, że dolna granica warstwy inercyjnej wynosi:

$$\begin{aligned} \delta_{i,d}^+ &= s_K^+ & \text{dla } s_K^+ > 5, \\ \delta_{i,d}^+ &= 5 & \text{dla } s_K^+ \leq 5. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Jak już wspomniano, krople podlegają dyfuzji bezwładnościowej w warstwie, w której konwencjonalna droga hamowania  $s_K$  kropli jest większa od drogi mieszania  $l$  dla ośrodka, czyli dla warstwy inercyjnej zachodzi

$$s_K \geq l \quad \text{lub} \quad s_K^+ \geq l^+. \quad (5.2)$$

Górna granica warstwy inercyjnej wynika z założenia Mikieliewicza o zależności drogi hamowania od odległości od powierzchni ograniczającej przepływ, analogicznej jak dla drogi mieszania z modelu Prandtla, czyli

$$s_K^+ = \kappa \delta_{i,g}^+, \quad (5.3)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności  $\kappa = 0,38 \div 0,40$  jest stałą turbulencji w modelu Prandtla.

Z zależności (5.3) oraz (3.23) wynika, że

$$\delta_{i,g}^+ = \frac{s_K^+}{\kappa} = \frac{1}{18\kappa} \frac{\varrho_l}{\varrho_f} (a^+)^2. \quad (5.4)$$

W większej od  $\delta_{i,g}^+$  odległości od powierzchni ograniczającej przepływ wiry są większe od drogi hamowania i krople mogą już za ich ruchem nadażyć. Obowiązuje tam już klasyczny Prandtłowski mechanizm dyfuzji turbulentnej.

## 6. Dyfuzyjność kropli w warstwie inercyjnej i turbulentnej

Wewnątrz warstwy turbulentnej, gdzie o dyfuzyjności kropli decydują ruchy turbulentne ośrodka, dyfuzyjność pędu kropli jest taka sama jak dyfuzyjność ośrodka.

Przyjęto, zgodnie z hipotezą Prandtla, zależność dyfuzyjności pędu ośrodka od drogi mieszania w postaci związku

$$\varepsilon_f = l^2 \frac{du_f}{dy}, \quad (6.1)$$

przy czym droga mieszania  $l$  jest proporcjonalna do odległości od powierzchni ograniczającej przepływ, czyli

$$l = \kappa y. \quad (6.2)$$

Jak wiadomo, naprężenia styczne w ruchu turbulentnym określone są zależnością

$$\tau_w = \varrho_f \cdot \varepsilon_f \frac{du_f}{dy}, \quad (6.3)$$

lub przy wykorzystaniu związku (6.1)

$$\tau_w = \varrho_f \cdot l^2 \left( \frac{du_f}{dy} \right)^2. \quad (6.4)$$

Podstawiając do ostatniej zależności związek (3.15) otrzymuje się wyrażenie na gradient prędkości

$$\frac{du_f}{dy} = \frac{v_0}{l}, \quad (6.5)$$

za pomocą którego, z zależności (6.1) można określić dyfuzyjność pędu ośrodka

$$\varepsilon_f = l \cdot v_0. \quad (6.6)$$

Wprowadzając bezwymiarową dyfuzyjność pędu dla ośrodka

$$\varepsilon_f^+ = \frac{\varepsilon_f}{\nu_f}, \quad (6.7)$$

na podstawie zależności (6.6) i (6.2) otrzymuje się

$$\varepsilon_f^+ = \kappa y \frac{v_0}{\nu_f} = \kappa y^+, \quad (6.8)$$

przy czym  $y^+$  jest bezwymiarową odległością od powierzchni ograniczającej przepływ. A zatem, dla kropli znajdujących się wewnątrz warstwy turbulენტnej dyfuzyjność pędu równa jest dyfuzyjności ośrodka i wynosi

$$\varepsilon_l^+ = \varepsilon_f^+ = \kappa \cdot y^+. \quad (6.9)$$

Z kolei rozpatrzmy warstwę inercyjną, w której o dyfuzyjności kropli decydują ich ruchy bezwładnościowe. W tym obszarze dyfuzyjność pędu kropli może być określona analogicznie do dyfuzyjności ruchu turbulენტnego według Prandtla jako

$$\varepsilon_{l,v} = s_v^2 \frac{du_f}{dy}, \quad (6.10)$$

gdzie  $s_v$  jest drogą hamowania kropli w przypadku jej odparowywania. Właśnie ta droga hamowania odgrywa tutaj tę samą rolę, co droga mieszania w klasycznym modelu Prandtla.

Wprowadzając bezwymiarową dyfuzyjność pędu dla kropli

$$\varepsilon_{l,v}^+ = \frac{\varepsilon_{l,v}}{\nu_f}, \quad (6.11)$$

i zastępując gradient prędkości w zależności (6.10) związkiem (6.5), oraz posługując się bezwymiarową drogą hamowania kropli, (3.21), otrzymuje się

$$\varepsilon_{l,v}^+ = s_v^2 \frac{\nu_f}{v_0 l} = (s_v^+)^2 \frac{l}{\kappa y^+}. \quad (6.12)$$

W przypadku braku odparowania kropli, tzn. gdy parametr  $B = 0$ , otrzymuje się odpowiednio

$$\varepsilon_{l,0}^+ = (s_0^+)^2 \frac{l}{\kappa y^+}. \quad (6.13)$$

Stosunek obu tych dyfuzyjności uzależniony jest zgodnie z zależnością (3.26) od parametru  $B$ , a mianowicie

$$\frac{\varepsilon_{l,v}}{\varepsilon_{l,0}} = \frac{\varepsilon_{l,v}^+}{\varepsilon_{l,0}^+} = \left(\frac{s_v}{s_0}\right)^2 = (1-B)^2. \quad (6.14)$$

A zatem odparowywanie kropli powoduje zmniejszenie jej dyfuzyjności pędu w warstwie bezwładnościowej.

## 7. Rozkład statystyczny kropli w przepływie

W literaturze przedmiotu znane są różne korelacje eksperymentalne opisujące rozkład statystyczny kropli w przepływie. Ueda i in. [7] opierają się na rozkładzie według funkcji gamma, zaś Ganič i Rohsenow [5] zalecają tzw. rozkład normalny:

$$p(a) = 4 \left(\frac{a}{\bar{a}}\right)^2 \exp \left[ -2 \left(\frac{a}{\bar{a}}\right)^2 \right] \quad (7.1)$$

uzależniony od wielkości średniej kropli  $\bar{a}$ . W pracy [5] podano sposób obliczania średniej średnicy kropli opierając się na formułach eksperymentalnych, w zależności od sposobu generowania kropli.

Kształt rozkładu (7.1), jest dzwonowy z przesuniętym maksimum w kierunku mniejszych średnic kropli. Stąd też według [5], najbardziej prawdopodobna średnica kropli  $a_{mp}$  wynosi około  $1/2$  średniej średnicy  $\bar{a}$ .

Znajomość gęstości prawdopodobieństwa  $p(a)$  wystąpienia liczby kropli o danym wymiarze w stosunku do ogólnej liczby kropli w przepływie, pozwala na znalezienie stosunku masowego frakcji kropli powyżej pewnej określonej średnicy do masy wszystkich kropli. Stosunek ten można zdefiniować następująco:

$$f(a) = \frac{\int_a^\infty a^3 p(a) da}{\int_0^\infty a^3 p(a) da}. \quad (7.2)$$

Jeżeli za średnicę przyjmiemy jej wartość minimalną  $a_{\min,v}$  według (4.4), to współczynnik  $f(a_{\min,v})$  pozwala na określenie frakcji kropli, które podlegają przedstawionemu w pracy mechanizmowi turbulentno-bezwładnościowemu separacji. Z zależności (7.2) wynika, że  $0 \leq f(a_{\min,v}) \leq 1$ .

## 8. Gęstość strumienia masy kropli osiadających na powierzchni ograniczającej przepływ

Gęstość strumienia masy kropli w procesie ich separacji, w warunkach odparowywania kropli, określa zależność

$$m = \varepsilon \frac{\partial c}{\partial y}, \quad (8.1)$$

w której  $\frac{\partial c}{\partial y}$  jest gradientem koncentracji kropeł. Ponieważ w procesie separacji kropeł w przepływie istotne znaczenie ma średnica kropeł, zależność (8.1), wobec  $m = m(a)$ , może być przedstawiona w postaci

$$dm(a) = \varepsilon \frac{\partial^2 c(a)}{\partial y \partial a} da, \quad (8.2)$$

przy czym gęstość strumienia masy  $dm(a)$  dotyczy kropeł o rozmiarach  $a \pm da$ .

W zależności (8.2) bliższego określenia wymaga wyrażenie  $\frac{\partial^2 c}{\partial y \partial a}$ . W tym celu wprowadza się stosunek masy kropeł o średnicy  $a \pm da$  do ogólnej masy kropeł, oznaczony  $\varphi(a)$ , który można opisać za pomocą rozkładu statystycznego kropeł  $p(a)$ , (7.1), jako

$$\varphi(a) = \frac{dm(a)}{m da} = \frac{a^3 p(a)}{\int_0^{\infty} a^3 p(a) da}. \quad (8.3)$$

Ponadto zachodzi oczywiście związek

$$\frac{dm(a)}{m} = \frac{dc(a)}{c}. \quad (8.4)$$

Z porównania zależności (8.3) oraz (8.4) i po zróżniczkowaniu względem zmiennej  $y$  otrzymuje się

$$\frac{\partial^2 c}{\partial a \partial y} = \varphi(a) \frac{\partial c}{\partial y}. \quad (8.5)$$

Zależność (8.2) przyjmuje wówczas postać

$$dm(a) = \varepsilon \frac{\partial c}{\partial y} \varphi(a) da. \quad (8.6)$$

Wprowadzając bezwymiarowe wielkości:

$$\begin{aligned} y^+ &= y \frac{v_0}{v_f}, & a^+ &= a \frac{v_0}{v_f}, & m^+ &= \frac{m}{v_0 \rho_f} \\ \varepsilon^+ &= \frac{\varepsilon}{v_f}, & \varphi^+ &= \varphi \frac{v_f}{v_0}, & c^+ &= \frac{c}{\rho_f} \end{aligned} \quad (8.7)$$

zależność (8.6) można przedstawić w postaci

$$dm^+ = \varepsilon^+ \varphi^+ \frac{\partial c^+}{\partial y^+} da^+ \quad (8.8)$$

By określić gęstość  $m_w$  strumienia masy kropeł osiadających na powierzchni ograniczającej przepływ przyjęto

$$dm^+ = g(y^+) dm_w^+, \quad (8.9)$$

gdzie  $g(y^+)$  oznacza funkcję rozkładu separującego się strumienia wzdłuż współrzędnej  $y^+$  prostopadłej do powierzchni. Z równań (8.8) oraz (8.9) wynika zależność

$$dm_w^+ = \frac{\varepsilon^+ \varphi^+(a^+) \partial c^+}{g(y^+) \partial y^+} da^+. \quad (8.10)$$

Scalkujemy związek (8.10) najpierw w granicach warstwy inercyjnej  $[\delta_{i,d}^+, \delta_{i,g}^+]$ , dla której dyfuzyjność  $\varepsilon^+$  określona jest zależnością (6.11), a następnie w granicach warstwy turbulენტnej  $[\delta_{i,g}^+, \delta^+]$ , dla której dyfuzyjność określana jest zależnością (6.9), przy warunkach brzegowych:

$$\begin{aligned} \text{dla } y^+ = \delta_{i,d}^+, \quad c^+ &= 0, \\ \text{dla } y^+ = \delta^+, \quad c^+ &= c_\infty^+. \end{aligned} \quad (8.11)$$

W rezultacie otrzymamy gęstość strumienia masy kropeł separujących się na powierzchni ograniczającej przepływ, przy uwzględnieniu odparowywania kropeł, w postaci

$$\frac{m_{w,v}}{v_0 Q_f} = c_\infty^+ \frac{\int_{a_{\min,v}^+}^{a_{\max}^+} \frac{\varphi^+(a^+) da^+}{\delta^+}}{\int_{\delta_{i,d}^+}^{\delta_{i,g}^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_l^+(y^+, a^+)} + \int_{\delta_{i,g}^+}^{\delta^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_l^+(y^+)}} \quad (8.12)$$

przy czym w zakresie zmienności średnicy kropeł całkujemy od wartości minimalnej  $a_{\min,v}^+$  do wartości maksymalnej możliwej  $a_{\max}^+$ . Jak wykazują obliczenia szczegółowe, np. [6], całkując do  $+\infty$  zamiast do wartości  $a_{\max}$  popełnia się tylko niewielki błąd.

Ponadto, w celu dalszego uproszczenia obliczeń, można przyjąć, że mianownik zależności (8.12) obliczany jest dla średniej średnicy kropeł. Uwzględniając powyższe otrzymuje się:

$$\frac{m_{w,v}}{v_0 Q_f} = c_\infty^+ \frac{\int_{a_{\min,v}^+}^{+\infty} \varphi^+(a^+) da^+}{\int_{\delta_{i,d}^+}^{\delta_{i,g}^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_{l,v}^+(y^+, \bar{a}^+)} + \int_{\delta_{i,g}^+}^{\delta^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_l^+(y^+)}} \quad (8.13)$$

Na podstawie zależności (8.13) można wyznaczyć gęstość strumienia masy separujących się kropeł na powierzchni ograniczającej przepływ, bez uwzględniania odparowywania kropeł:



$$\frac{m_{w,0}}{v_0 Q_f} = c_{\infty}^+ \frac{\int_{a_{\min,0}^+}^{+\infty} \varphi^+(a^+) da^+}{\int_{\delta_{i,d}^+}^{\delta_{i,g}^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_{i,0}^+(y^+, \bar{a}^+)} + \int_{\delta_{i,g}^+}^{\delta^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_i^+(y^+)}} \quad (8.14)$$

By określić wpływ odparowywania kropeł na ich separację na powierzchni ograniczającej przepływ wyznaczmy stosunek odpowiednich strumieni:

$$\frac{m_{w,v}}{m_{w,0}} \cong \frac{\int_{\delta_{i,d}^+}^{\delta_{i,g}^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_{i,0}^+(y^+, \bar{a}^+)} + \int_{\delta_{i,g}^+}^{\delta^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_i^+(y^+)}}{\int_{\delta_{i,d}^+}^{\delta_{i,g}^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_{i,v}^+(y^+, \bar{a}^+)} + \int_{\delta_{i,g}^+}^{\delta^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_i^+(y^+)}} \quad (8.15)$$

Dyfuzyjność pędu kropli  $\varepsilon_{i,v}^+$  z odparowaniem w zależności (8.15) może być zastąpiona poprzez związek (6.14).

Ponadto, dla uproszczenia zapisu, oporu dyfuzji warstwy bezwładnościowej i turbulენტnej zastąpiono oznaczeniami:

$$\int_{\delta_{i,d}^+}^{\delta_{i,g}^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_{i,0}^+(y^+, \bar{a}^+)} = C_i, \quad \int_{\delta_{i,g}^+}^{\delta^+} \frac{g(y^+) dy^+}{\varepsilon_i^+(y^+)} = C_t \quad (8.16)$$

Wówczas stosunek strumieni masy (8.15) przyjmuje postać:

$$\frac{m_{w,v}}{m_{w,0}} = (1-B)^2 \frac{\frac{C_i}{C_t} + 1}{\frac{C_i}{C_t} + (1-B)^2}, \quad (8.17)$$

z której dobitnie wynika, że zależy on od parametru odparowania  $B$  i od stosunku oporu dyfuzji  $C_i/C_t$  warstwy bezwładnościowej i turbulენტnej.

Zależność (8.17) można przedstawić jeszcze w nieco innej postaci:

$$\frac{\Delta m_{w,v}}{m_{w,0}} = 1 - \frac{m_{w,v}}{m_{w,0}} = \frac{B(2-B) \frac{C_i}{C_t}}{\frac{C_i}{C_t} + (1-B)^2}, \quad (8.18)$$

Dla dużych wartości  $R^+$ , tzn. gdy  $R^+ \rightarrow \infty$ , równanie (8.26) przechodzi do postaci

$$\delta_{i,g}^+ = \frac{(s^+)^2}{\kappa},$$

znanej już jako związek (5.4).

Przez analogię do rozkładu naprężeń stycznych, rozkład strumienia gęstości masy separujących się kropeł przyjmujemy w postaci

$$m = m_w \left( 1 - \frac{y^+}{R^+} \right) = m_w g(y^+),$$

skąd wynika wartość funkcji rozkładu masy  $g(y^+)$

$$g(y^+) = 1 - \frac{y^+}{R^+}. \quad (8.27)$$

Posługując się zależnościami (8.22) i (8.25) na dyfuzyjność pędu kropli w obu warstwach oraz wykorzystując funkcję rozkładu masy (8.27), z zależności (8.16) po scałkowaniu otrzymuje się odpowiednio wyrażenia:

$$C_i = \frac{162}{(\bar{a}^+)^4} \left( \frac{q_f}{q_l} \right)^2 [(\delta_{i,g}^+)^2 - (\delta_{i,d}^+)^2], \quad (8.28)$$

$$C_t = \frac{2}{\kappa} \left[ \text{Arth} \sqrt{1 - \frac{\delta_{i,g}^+}{R^+}} - \sqrt{1 - \frac{\delta_{i,g}^+}{R^+}} - \left( \text{Arth} \sqrt{1 - \frac{\delta^+}{R^+}} - \sqrt{1 - \frac{\delta^+}{R^+}} \right) \right],$$

określające opory dyfuzji, odpowiednio warstwy bezwładnościowej i turbulentej dla przypadku rury. Zależności (8.28) pozwalają wyznaczyć stosunek obu tych oporów dyfuzji występujący w zależności (8.18).

## 9. Porównanie przedstawionej teorii z wynikami badań eksperymentalnych

Problem separacji kropeł podczas przepływu mgłowego w polu temperatury jest zagadnieniem skomplikowanym, zarówno od strony podejścia teoretycznego, jak i eksperymentalnego. Dlatego też niewielka liczba prac eksperymentalnych jest poświęcona temu zagadnieniu, a spośród nich tylko niektóre posiadają dostateczną ilość informacji, aby można było porównać ich wyniki z przedstawionym uprzednio modelem. Najlepiej do tego celu nadaje się praca Boriszańskiego i współpracowników [2]. Autorzy tej pracy badali proces wymiany ciepła między ogrzewaną rurą a strumieniem przepływającej pary wodnej. Fragment badań, dotyczący wpływu pogorszenia wymiany ciepła w wyniku separacji kropeł na powierzchni grzejnej, realizowano w następujących warunkach: średnica rury 18 mm, ciśnienie pary 2,2 MPa, gęstość strumienia masy pary 490—505 kg/(m<sup>2</sup> s), gęstość strumienia ciepła  $(2 \div 20)10^5$  W/m<sup>2</sup>, stopień suchości pary 0,3 ÷ 0,97. Wyniki tych badań, stosując oznaczenia zgodne z przedstawionym wyżej modelem, autorzy pracy [2] przedstawili graficznie w układzie współrzędnych

$$\frac{\Delta m_{w,v}}{m_{w,0}}, \left[ B^2 \cdot Pr^{-2/3} \cdot \frac{q}{q_l} \right]$$

i uogólnili wyniki zależności

$$\frac{\Delta m_{w,v}}{m_{w,0}} = k^2 \left[ B^2 \cdot Pr^{-2/3} \frac{\varrho}{\varrho_l} \right], \quad (9.1)$$

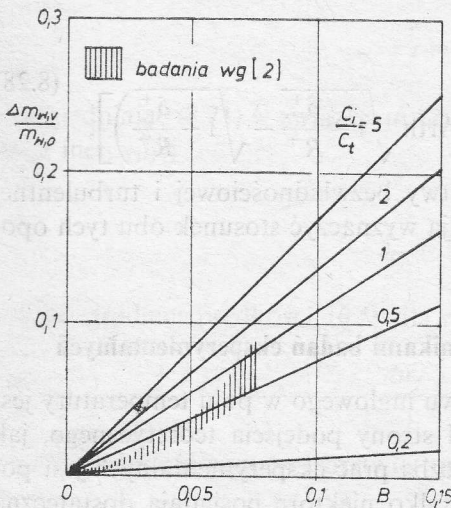
przy czym eksperymentalnie wyznaczono wartość współczynnika  $k^2 = 17,5$ .

W zależności (9.1) wyrażenie  $\Delta m_{w,v} = m_{w,0} - m_{w,v}$  jest różnicą gęstości strumienia masy separujących się kropeł w przypadku braku odparowywania kropeł i jego wystąpienia, zaś stosunek gęstości:

$$\frac{\varrho_l}{\varrho} = 1 - x \left( 1 - \frac{\varrho_f}{\varrho_l} \right)$$

zależy od stopnia suchości pary  $x$ .

W celu porównania wyników badań eksperymentalnych z pracy [2] z przedstawionym wyżej modelem separacji, na wykresie (rys. 2) w układzie współrzędnych  $(\Delta m_{w,v}/m_{w,0}; B)$  przedstawiono wynikającą z własnego modelu (8.18) rodzinę krzywych odpowiadających wybranym wartościom stosunku oporów dyfuzyjnych  $C_i/C_t$ ,



Rys. 2. Porównanie uproszczonej teorii procesu separacji kropeł w polu temperatury z badaniami eksperymentalnymi wg pracy [2]

oraz zakreślono pole odpowiadające zależności (9.1) dla skrajnych wartości stopnia suchości pary z eksperymentu.

Stwierdzono, że stosunek oporów dyfuzyjnych warstwy bezwładnościowej i turbulentnej odgrywa w procesie separacji kropeł w warunkach ich odparowywania rolę istotnego parametru. Chociaż stosunek oporów dyfuzyjnych obu warstw przyjęto arbitralnie to jego wartość jest możliwa do wyznaczenia, gdy znany jest średni promień kropeł, nie podany przez autorów pracy [2].

## 10. Zakończenie

Przedstawiona uproszczona teoria procesu separacji kropeł z przepływu dwufazowego mgłowego na powierzchnię ograniczającą przepływ w warunkach istnienia pola temperatury, oparta na modelu bezwładnościowo-turbulentnym, daje zadowa-

lające wyniki. Z przedstawionej teorii wynika, że strumień cieplny na powierzchni ograniczającej przepływ powoduje zauważalny spadek gęstości strumienia masy separujących się kropeł. Uzyskane proste zależności analityczne pozwalają na przesłedzenie wpływu poszczególnych parametrów na złożony proces separacji. Przeprowadzone porównanie teorii z eksperymentem ma charakter szacunkowy, gdyż opiera się tylko na szczupłym opisie tego eksperymentu i dotyczy tylko niewielkich wartości parametru uwzględniającego odparowanie. Zaprezentowana teoria obejmuje również przypadki znacznie większych wartości tego parametru. W celu pełnego potwierdzenia tej dość obiecującej teorii planuje się przeprowadzenie własnych badań eksperymentalnych.

Chociaż przedstawiony model separacji kropeł z przepływu dwufazowego dotyczy stosunkowo prostych przypadków, gdy o separacji decyduje ruch turbulentny oraz bezwładność kropeł w polu temperatury, to z uwagi na prostotę modelu wydaje się, że rozszerzenie go na bardziej skomplikowane przypadki — również te, gdzie działają inne efekty separujące — nie będzie przedstawiać poważniejszych trudności.

Pracę wpłynęła do Redakcji w lipcu 1986 r.

#### Literatura

- [1] D. J. Ryley, M. S. El-Shobokshy, *The deposition of fog droplets by diffusion onto steam turbine guide blades*. Sixth Int. Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, 1978, vol. 2, 85—90.
- [2] W. M. Borišanskij i in., *Teploobmen v zakrizisnoj zone parogenerirujuščego kanala, Krizisy teploobmena i okolokritičeskaja oblast'*. Izd. Nauka, Leningrad 1977, 16—22.
- [3] S. K. Friedlander, H. F. Johnstone, *Deposition of suspending particles from turbulent gas streams*. Ind. Engng. Chem. 49, (1957), 1151—1156.
- [4] P. Hutchinson, G. F. Hewitt, A. E. Dukler, *Deposition of liquid or solid dispersion from turbulent gas streams, a stochastic model*. Chem. Engng. Sci. 26, (1971), 419—439.
- [5] E. N. Ganic, W. M. Rohsenow, *Dispersed flow heat transfer*. Int. J. Heat Transfer, 20, (1977), no. 8, 855—866.
- [6] J. Mikielwicz, *Dyfuzyjno-bezwładnościowy model separacji kropeł z przepływu dwufazowego*. Zesz. Nauk. IMP-PAN, nr 117/1019/81, Gdańsk, 1981.
- [7] T. Ueda, H. Tanaka, Y. Koizumi, *Dryout of Liquid film in high quality R-113, up-flow in a heated tube*. Sixth Int. Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, 1978, vol. 1, 423—428.
- [8] J. Mikielwicz, *Uproszczona analiza wpływu sił Magnusa na separację kropeł z przepływu dwufazowego*. Prace IMP z. 75, 1978, 63—71.
- [9] P. Kubski, J. Mikielwicz, *Przybliżona analiza oporu kropli odparowującej podczas przepływu*. Prace IMP z. 81, 1981, 53\*—66.
- [10] R. Bird, W. Stewart, E. Lightfoot, *Transport phenomena*. Javlenija perenosu. Izd. Chimija, Moskva, 1974.

#### Упрощённый анализ влияния поля температуры на процесс сепарации капель из двухфазного течения

#### Резюме

В работе представлена турбулентно-инерционная модель процесса сепарации капель из двухфазного течения. В ней принято, что масштабом инерционных движений испаряющейся капли является путь торможения. В этой модели предположено, что если турбулентные вихри являются

достаточно большими, то испаряющаяся капля может поспевать за движением такого вихря. Если же вихри являются малыми по сравнению с путём торможения, то испаряющаяся капля будет их игнорировать также как и молекулярные движения среды, а также будет передвигаться на расстоянии пути торможения.

С целью определения пути торможения испаряющейся капли занялись инерционным движением капли в температурном поле. Сформулировано аналитическое описание этого движения с учётом действия реактивной силы испаряющейся капли, а также силы Магнуса.

На основе определённой в выше обсуждённой модели диффузионности импульса для испаряющейся капли выведена аналитическая зависимость, определяющая поток массы сепарирующихся капель в температурном поле. Из представленной зависимости следует, что тепловой поток на поверхности ограничивающей течение вызывает незаметное уменьшение плотности потока массы сепарирующихся капель.

Полученные простые аналитические зависимости позволили проследить влияние отдельных параметров на сложный процесс сепарации. Оказалось, что отношение диффузионных сопротивлений инерционного и турбулентного слоёв играет роль истинного параметра в процессе сепарации капель в условиях их испарения.

Полученное аналитическое решение сравнено с экспериментальными исследованиями Боршанского [2] достигая удовлетворительную сходимость.

## Simplified Analysis of the Temperature Field Influence on the Separation of Droplets from the Two-Phase Flow

### Summary

An inertially-turbulent model of the process of droplet separation from the two-phase flow is presented. It has been assumed that the so called stopping distance defines the scale of inertial motion of an evaporating droplet. Thus, the droplet may follow the movement of a sufficiently large turbulent vortex. On the other hand, vortices that are small in comparison with the stopping distance as well as with the molecular motions within the medium will be ignored by the droplet, which will then cover the stopping distance unhampered.

To determine that distance for an evaporating droplet an analysis of its motion in the temperature field has been carried out with the drag and Magnus force taken into consideration.

The analytical relation describing the flux of mass of separating droplets in the temperature field has been derived based on the diffusivity of the evaporating droplet moment determined in the model. It follows from that relation that the heat flux on the surface enclosing the flow causes a distinguishable decrease of the density of flux of separating droplets.

Simple analytical relations have been obtained that allow to investigate the influence of the respective parameters on the complex process of separation. It appears that the ratio of diffusive resistances of the inertial and turbulent layers is an important parameter of the process of separation of evaporating droplets.

The analytical solution obtained by the author has been compared with experimental results of Borishansky [2]. A satisfactory agreement has been observed.