

P O L S K A A K A D E M I A N A U K

INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

PRACE

INSTYTUTU MASZYN

PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS

OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

92

WARSZAWA—POZNAŃ 1990

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW
MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA—EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK · KAZIMIERZ STELLER
ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY—CHAIRMAN) · JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY—EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER — REDAKTOR — EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA—EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszerka 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Warszawa 1990

Printed in Poland

ISBN 83-01-10189-X
ISSN 0079-3205

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE — ODDZIAŁ W POZNANIU

Ark. wyd. 17,75. Ark. druk. 13. Papier druk. sat. kl. III, 70 g, 70 × 100 cm
Oddano do składania w lipcu 1989 r. Podpisano do druku w listopadzie 1990 r.
Druk ukończono w grudniu 1990 r. Zam. nr 1079/89

Zakłady Graficzne im. KEN w Bydgoszczy

MARIAN TRELA

Gdańsk

Minimum zraszania powierzchni podczas rozbiegu hydraulicznego*)

Przeprowadzono analizę przepływu cieczy na ścianie pionowej w warunkach stabilizowania się profilu prędkości. Wyznaczono rozkład grubości filmu, długość odcinka rozbiegu oraz minimalne jednostkowe natężenie zraszania.

Wykaz oznaczeń

b, c — współczynniki,	ν, η — lepkość kinematyczna, dynamiczna,
d — średnica,	ξ — współrzędna bezwymiarowa, $\xi = 1 + x/W$,
f — pole przekroju,	η — współrzędna bezwymiarowa, $\eta = y/\delta$,
F_b — siła naporu cieczy,	x, y, z — współrzędne,
g — przyspieszenie ziemskie,	x_s — długość rozbiegu,
h — wysokość,	z^+ — bezwymiarowa współrzędna,
l, L — wymiary charakterystyczne,	σ — napięcie powierzchniowe,
O — obwód zwilżania,	θ — kąt zwilżania,
t — temperatura,	τ — naprężenie styczne,
q — objętościowe natężenie przepływu,	Re — liczba Reynoldsa,
U_0 — prędkość początkowa filmu,	W — wysokość napływu.
u — składowa prędkości dla współrzędnej x ,	
U_∞ — prędkość na granicy warstwy przyściennej,	Indeksy dotyczą:
U_f — prędkość na powierzchni filmu,	e — ekwiwalentnego,
\bar{u}_f — średnia prędkość filmu,	f — filmu,
v — składowa prędkości dla współrzędnej y ,	G — punktu G ,
δ — grubość warstwy przyściennej,	m — minimalnego,
δ^+ — bezwymiarowa grubość warstwy przyściennej, $\delta^+ = \delta/l$,	0 — początkowego,
δ_f — grubość filmu,	r — rozbiegu,
δ_f^+ — bezwymiarowa grubość filmu, $\delta_f^+ = \delta_f/l$,	s — przepływu rozwiniętego,
δ_s — grubość filmu w strefie IV,	w — ścianki,
Δ — bezwymiarowa grubość filmu,	δ — granicy warstwy przyściennej,
Γ — jednostkowe natężenie zraszania,	∞ — w nieskończoności,
	pi, po — pionowego, poziomego.

1. Wprowadzenie

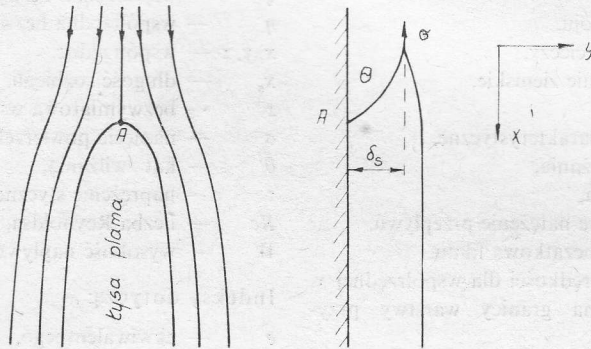
Przepływ cienkiego filmu cieczowego po grzanej powierzchni występuje w wielu aparatach technicznych. Jednym z głównych problemów pojawiających się przy projektowaniu tych urządzeń jest określenie minimalnej grubości filmu, a przez to

*) Praca wykonana w ramach Centralnego Programu Badań Podstawowych nr 02.01, temat 7.4.

minimalnego jednostkowego natężenia zraszania Γ_m . Wiadome jest, iż w miarę zmniejszania natężenia przepływu osiąga się pewną minimalną grubość filmu, przy której następuje jego rozpad na strugi. Pomiędzy strugami cieczy tworzą się tzw. „łyse plamy”, co prowadzi do znacznego pogorszenia się warunków wymiany ciepła. W literaturze przedmiotu opisuje się trzy podstawowe metody badania zjawiska rozpadu filmu na strugi.

Pierwsza stosuje liniową teorię małych zaburzeń dla powierzchni rozdziału faz, ciecz—faza gazowa. Nie bierze się w niej pod uwagę kąta zwilżania, co jak wykazują eksperymenty ma bardzo duże znaczenie. Zasadnicza jednak rozbieżność tkwi w fakcie, iż według tej teorii film staje się w miarę natężenia przepływu bardziej niestabilny, zaś w rzeczywistości jest odwrotnie.

Druga metoda, którą można nazwać „energetyczną” [1, 2], bazuje na równaniach zachowania masy i energii dla filmu oraz strug powstałych z filmu. Przyjmuje się, iż przejście od filmu do strug odbywa się w warunkach lokalnego minimum energii mechanicznej ze względu na odległość strug.



Rys. 1. Ilustracja do modelu pęknięcia filmu

Trzecia metoda jest metodą „siłową” [3, 4]. Analizuje się w niej stabilność „łysych plam” poprzez bilansowanie sił działających na punkt stagnacji A (rys. 1). Dla warunków izotermicznych minimalna grubość filmu wynika z równości siły naporu dynamicznego cieczy w punkcie A oraz skierowanej przeciwnie siły napięcia powierzchniowego. Można ten warunek zapisać następująco:

$$\int_0^{\delta_s} \rho u^2 dy = \sigma(1 - \cos\theta). \quad (1)$$

Zastosowanie powyższego kryterium wymaga uprzedniej znajomości profilu prędkości. Dla ustabilizowanego, rozwiniętego i laminarnego przepływu filmu po pionowej ścianie, na który działa jedynie siła ciężkości, równanie ruchu upraszcza się do postaci:

$$g + v \frac{d^2 u}{dy^2} = 0. \quad (2)$$

Całkując je przy warunkach brzegowych:

$$y = 0, \quad y = \delta_s, \quad u = 0, \quad du/dy = 0, \quad (3)$$

uzyskuje się rozkład prędkości w filmie

$$u = \frac{gq}{2\mu}(2y\delta_s - y^2), \quad (4)$$

co umożliwia określenie jednostkowego natężenia zraszania jako

$$\Gamma = q \int_0^{\delta_s} u dy = \frac{q^2 g \delta_s^3}{3\mu}. \quad (5)$$

Minimalną grubość filmu otrzymuje się podstawiając profil prędkości (4) do kryterium „siłowego” (1)

$$\delta_m = (15/2)^{0.2} [\sigma(1 - \cos\theta)/q]^{0.2} (\mu/qg)^{0.4}, \quad (6)$$

a stąd, korzystając z zależności (5), obliczyć można minimalne jednostkowe natężenie zraszania Γ_m

$$\Gamma_m = \frac{q^2 g \delta_m^3}{3\mu} = 1,116 [\sigma(1 - \cos\theta)]^{0.6} (\mu/qg)^{0.2}. \quad (7)$$

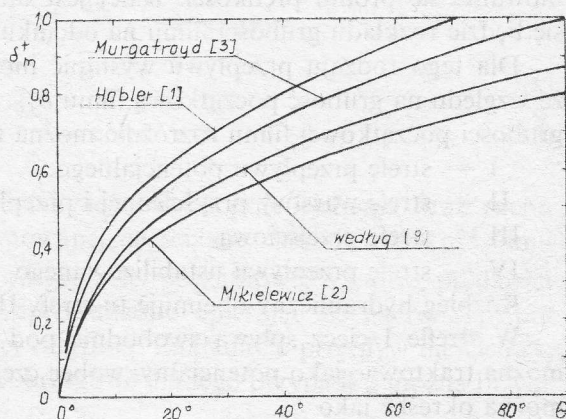
Dla celów porównawczych grubość filmu δ_m lepiej jest przedstawić w formie bezwymiarowej. Definiując charakterystyczny wymiar liniowy L jako:

$$L = \left(\frac{15\mu^2\sigma}{q^3g^2} \right)^{1.5}, \quad (8)$$

minimalną grubość filmu określa się, na podstawie (6), prostym związkiem

$$\delta_m^+ = [(1 - \cos\theta)/2]^{1.5}, \quad (9)$$

gdzie $\delta_m^+ = \delta_m/L$. Na rysunku 2 przedstawiono porównanie minimalnych grubości filmu obliczonych za pomocą modelu „energetycznego” oraz „siłowego”. Trzeba tu



Rys. 2. Minimalna grubość filmu dla modelu „energetycznego” oraz modelu „siłowego”

zwrócić uwagę, iż w modelu „siłowym” Murgatroyda [3] użyto błędnie współczynnika $1/2$ po lewej stronie równania (1), wprowadzając zamiast siły naporu ciśnienie dynamiczne. Z tego powodu minimalna grubość δ_m jest większa niż to wynika z zależności (9). Związek ten daje natomiast wyniki niewiele różniące się od modelu „energetycznego” przedstawionego w pracy [2], który, według Pontera [5], wykazuje dobrą zgodność z eksperymentami.

Zarówno w metodzie „siłowej” jak i „energetycznej” obliczanie minimalnej grubości filmu odbywa się przy podstawowym założeniu, że przepływ jest w pełni rozwinięty. Jak wiadomo, wymaga to zawsze zapewnienia odpowiedniej długości odcinka rozbiegu, na którym stabilizuje się profil prędkości. Wobec tego, dla powierzchni o zbyt krótkim odcinku spływu warunek ten nie jest spełniony. Omówione powyżej teorie pękania filmu przestają wtedy obowiązywać. Jako przykład takich powierzchni, stosowanych powszechnie w technice, można przytoczyć pęczek rur poziomych w skraplaczach wyparnych lub chłodnicach ociekowych. Są one zwilżane za pomocą specjalnego urządzenia zraszającego, bądź też bezpośrednio zasilane są w ciecz przez czynnik dwufazowy o strukturze mgłowej. W obu przypadkach na powierzchnię rury poziomej spływa grawitacyjnie film ciekawy. Początkowa energia kinetyczna tego filmu wpływać musi w jakiś sposób na wartości Γ_m . Oczekiwać można, iż będą one mniejsze niż dla przepływu w pełni rozwiniętego. Eksperymenty zwilżania rur poziomych [6, 8] potwierdzają to przypuszczenie. Okazuje się, iż w tym przypadku minimalne jednostkowe natężenie zraszania jest dużo mniejsze niż dla powierzchni o długim odcinku spływu, na przykład rur pionowych. Tłumaczono to dotąd mylnie wpływem zafalowania lub nierównomiernego rozdziału cieczy.

Zagadnienie wyznaczania minimalnego natężenia zraszania dla filmu w warunkach rozbiegu hydraulicznego jest celem poniższej analizy.

2. Rozbieg hydrauliczny filmu ciekawego

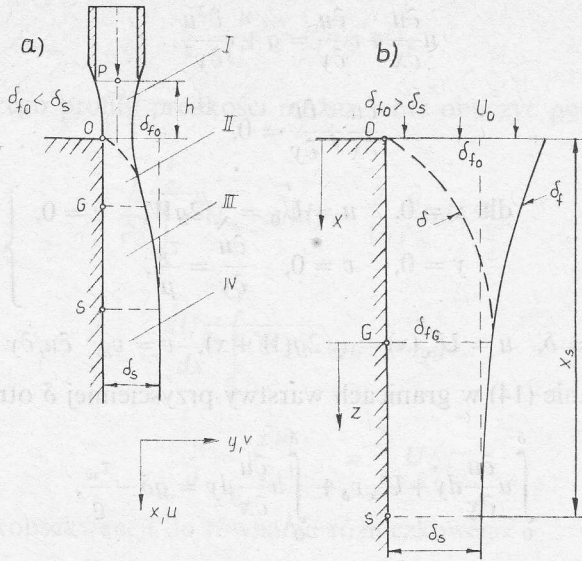
Rozpatrzmy następującą sytuację (rys. 3). Ze szczeliny wypływa strumień cieczy stycznie do pionowej ściance. Od krawędzi wlotowej aż do punktu S następuje formowanie się profilu prędkości. Dalej jest on już w pełni rozwinięty. Poszukiwać się będzie rozkładu grubości filmu na odcinku rozbiegu oraz długości tego odcinka.

Dla tego rodzaju przepływu wystąpić mogą dwa charakterystyczne przypadki ze względu na grubość początkową filmu δ_{f0} . Ilustruje to rysunek 3. Niezależnie od grubości początkowej filmu rozróżnić można tu cztery zasadnicze strefy:

- I — strefę przepływu potencjalnego,
- II — strefę warstwy przyściennej i przepływu potencjalnego,
- III — strefę przejściową,
- IV — strefę przepływu ustabilizowanego.

Rozbieg hydrauliczny obejmuje tu strefy II i III.

W strefie I ciecz spływa swobodnie pod działaniem siły ciężkości. Ruch taki można traktować jako potencjalny, wobec czego prędkość w punkcie początkowym można określić jako



Rys. 3. Przebiegi grubości filmu podczas rozbiegu

$$U_0 = \sqrt{u_p^2 + 2gh} = \sqrt{2gW}, \quad (10)$$

gdzie W jest równoważną wysokością napływu, u_p — prędkością w punkcie P .

Dla przepływu w pełni rozwiniętego (strefa IV) rozkład prędkości w filmie opisuje zależność (4). Można wobec tego określić charakterystyczne parametry filmu:

— prędkość średnią

$$\bar{u}_f = \frac{1}{\delta_s} \int_0^{\delta_s} u dy = \frac{g}{3\nu} \delta_s^2, \quad (11)$$

— objętościowe jednostkowe natężenie przepływu

$$q = \bar{u}_f \delta_s = \frac{g}{3\nu} \delta_s^3, \quad (12)$$

— grubość filmu

$$\delta_s = \sqrt[3]{\frac{3\nu q}{g}} = \text{const.} \quad (13)$$

Strefa II charakteryzuje się współlistnieniem ruchu potencjalnego oraz ruchu lepkiego w warstwie przyściennej, formowanej na ściance. Średnia prędkość filmu \bar{u}_f może maleć lub wzrastać, zależnie od grubości początkowej δ_{f0} oraz prędkości napływu U_0 . Analizę ruchu cieczy przeprowadzono opierając się na rozwiązaniu równań warstwy przyściennej w postaci całkowej. Zakładając przepływ nieściśliwy, równanie ruchu i ciągłości oraz warunki brzegowe dla tego przypadku można przedstawić następująco:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{dla } x = 0, \quad u = U_0 = \sqrt{2gW}, \quad v = 0, \\ y = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau_w}{\mu}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\text{dla } y = \delta, \quad u = U_\infty(x) = \sqrt{2g(W+x)}, \quad v = v_\delta, \quad \partial u / \partial y = 0. \quad (17)$$

Całkując równanie (14) w granicach warstwy przyściennej δ otrzymuje się:

$$\int_0^\delta u \frac{\partial u}{\partial x} dy + U_\infty v_\delta + \int_0^\delta u \frac{\partial u}{\partial x} dy = g\delta - \frac{\tau_w}{\rho}, \quad (18)$$

gdzie v_δ wynika z całkowania równania ciągłości (15). Ponieważ prędkość ruchu potencjalnego U_∞ zmienia się według zależności

$$\frac{dU_\infty}{dx} = \frac{g}{U_\infty} \quad (19)$$

otrzymuje się równanie

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta u^2 dy - U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta u dy = g\delta - \frac{\tau_w}{\rho}. \quad (20)$$

W obliczeniach przydatna jest także inna, równoważna postać tego równania. Uzyskuje się ją dodając i odejmując człon udU_∞/dx po lewej stronie równania (20) oraz wykorzystując przy tym związek (19):

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta u(U_\infty - u) dy + \frac{dU_\infty}{dx} \int_0^\delta (U_\infty - u) dy = \frac{\tau_w}{\rho}. \quad (21)$$

Oba te równania można rozwiązać zakładając profil prędkości w warstwie przyściennej. Do dalszych obliczeń przyjęto paraboliczny profil prędkości w postaci

$$u = b(x)y + c(x)y^2. \quad (22)$$

Z warunków brzegowych (17) wyznaczono współczynniki b i c , które wynoszą odpowiednio:

$$b = 2U_\infty/\delta, \quad c = -U_\infty/\delta^2. \quad (23)$$

Wprowadzając dalej oznaczenie $\eta = y/\delta$ profil prędkości (22) przedstawić daje się w formie bezwymiarowej jako

$$\frac{u}{U_\infty} = (2\eta - \eta^2). \quad (24)$$

Dla powyższego profilu prędkości można teraz obliczyć poszczególne składniki równania (21):

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta u(U_\infty - u) dy = \frac{2}{15} \frac{\partial}{\partial x} (\delta U_\infty^2), \quad (25)$$

$$\frac{dU_\infty}{dx} \int_0^\delta (U_\infty - u) dy = \frac{1}{3} g \delta, \quad (26)$$

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{2\nu}{\delta} U_\infty, \quad (27)$$

co prowadzi w konsekwencji do równania różniczkowego:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{1}{4g(W+x)} \left[\frac{30\nu\sqrt{2g(W+x)}}{\delta} - 9g\delta \right]. \quad (28)$$

Do obliczeń wygodniejsza jest postać bezwymiarowa tego równania. Uzyskuje się ją wprowadzając oznaczenia $l = (U_0\nu/g)^{1/2}$, $\delta^+ = \delta/l$ oraz $\xi = 1 + x/W$

$$\frac{d\delta^+}{d\xi} + \frac{9}{4\xi} \delta^+ = \frac{30}{4\sqrt{\xi} \delta^+}, \quad (29)$$

przy warunku początkowym $\delta^+ = 0$ dla $\xi = 1$. Całką tego równania jest

$$\delta^+ = \left[\frac{3(\xi^5 - 1)}{\xi^{9/2}} \right]^{1/2}. \quad (30)$$

Całka ta przedstawia zmianę grubości warstwy przyściennej w filmie cieczowym dla strefy II. Grubość filmu w tej strefie można wyznaczyć korzystając z równania ciągłości. Na wlocie jednostkowe natężenie zraszania wynosi

$$\Gamma_0 = \rho U_0 \delta_{f0}, \quad (31)$$

zaś w dowolnym punkcie tego obszaru

$$\Gamma = \int_0^{\delta_f} u dy = \rho \int_0^\delta u dy + \rho U_\infty (\delta_f - \delta). \quad (32)$$

Ponieważ zachodzi równość $\Gamma_0 = \Gamma$, to przy korzystaniu z (10) i (17) otrzymuje się relację między grubością filmu a grubością warstwy przyściennej

$$\delta_f = \frac{\delta_{f0}}{\sqrt{1 + \frac{x}{W}}} + \frac{\delta}{3}. \quad (33)$$

W formie bezwymiarowej można to zapisać jako

$$\delta_f^+ = \frac{\delta_{f0}}{\sqrt{\xi}} + \frac{\delta^+}{3}, \quad (34)$$

gdzie

$$\delta_{f0}^+ = \delta_{f0}/l, \quad \delta_f^+ = \delta_f/l.$$

Dla punktu końcowego G strefy II grubość warstwy przyściennej pokrywa się z grubością filmu, a więc

$$\delta_G^+ = \frac{\delta_{f0}^+}{\sqrt{\xi_G}} + \frac{\delta_G^+}{3}, \quad (35)$$

skąd

$$\delta_G^+ = \delta_{fG}^+ = \frac{3}{2} \frac{\delta_{f0}^+}{\sqrt{\xi_G}}. \quad (36)$$

Grubość filmu w punkcie G zależy więc od grubości początkowej oraz długości rozbiegu ξ_G dla strefy II. Tę ostatnią wielkość można wyznaczyć porównując (30) z (36)

$$\left[\frac{3(\xi_G^5 - 1)}{\xi_G^{9/2}} \right]^{1/2} = \frac{3}{2} \frac{\delta_{f0}^+}{\sqrt{\xi_G}}, \quad (37)$$

stąd

$$\xi_G = \left[\frac{4(\xi_G^5 - 1)}{3\delta_{f0}^{+2}} \right]^{2/7}. \quad (38)$$

Równanie powyższe rozwiązano metodą stycznych Newtona. Przebieg wartości ξ_G w funkcji grubości początkowej δ_{f0}^+ przedstawiono na rysunku 4. Wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów, długość rozbiegu dla strefy II można aproksymować zależnością:

$$\xi_G - 1 = \frac{X_G}{W} = 0,21 \delta_{f0}^{+2,25}. \quad (39)$$

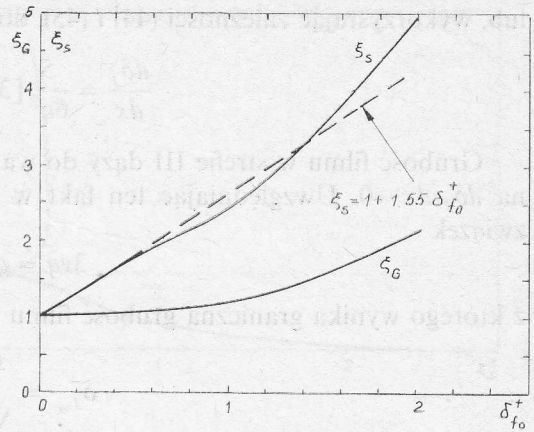
Dla grubości początkowej z zakresu $\delta_{f0}^+ = 0,1 \div 2$, współczynnik korelacji jest wysoki i wynosi $r^2 = 0,99$. Podany tu przedział grubości δ_{f0}^+ odpowiada zakresowi przepływu laminarnego w filmie.

Strefa przejściowa III charakteryzuje się tym, iż grubość warstwy przyściennej pokrywa się z grubością filmu. Ta ostatnia wielkość nie jest stała, lecz zmienia się dążąc asymptotycznie do wartości δ_s dla przepływu rozwiniętego. Zmianę grubości filmu wygodniej jest teraz analizować opierając się na równaniu wyjściowym (20). Ponieważ natężenie przepływu dla filmu jest stałe, to

$$\Gamma = \varrho \int_0^{\delta_f} u dy = \text{const} \quad (40)$$

i równanie (20) upraszcza się do postaci

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_f} u^2 dy - g\delta_f = -\frac{\tau_w}{\varrho}. \quad (41)$$



Rys. 4. Długość strefy II oraz długość rozbiegu w funkcji grubości początkowej filmu

Profil prędkości określony jest dalej przez (24), przy warunku $U_\infty = U_f$. Wobec tego średnia prędkość przepływu wynosi:

$$\bar{u}_f = \frac{1}{\delta_f} \int_0^{\delta_f} u dy = \frac{1}{\delta_f} \int_0^{\delta_f} U_f [2\eta - \eta^2] dy = \frac{2}{3} U_f. \quad (42)$$

Ponieważ

$$q = \bar{u}_f \delta_f = \frac{2}{3} U_f \delta_f = \text{const}, \quad (43)$$

stąd

$$U_f = \frac{3}{2} \frac{q}{\delta_f}, \quad (44)$$

zaś

$$\frac{dU_f}{dx} = -\frac{3}{2} \frac{q}{\delta_f^2} \frac{d\delta_f}{dx}. \quad (45)$$

Pierwszy człon równania (41) wynosi

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_f} u^2 dy = \frac{4}{5} q \frac{dU_f}{dx}. \quad (46)$$

Człon tarciovy można obliczyć jako

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \nu \left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{d\eta}{dy} \right|_{y=0} = \frac{2\nu}{\delta_f} U_f. \quad (47)$$

Wobec tego równanie (41) przekształca się do postaci

$$\frac{4}{5} q \frac{dU_f}{dx} - g\delta_f = -\frac{2\nu}{\delta_f} U_f \quad (48)$$

lub, wykorzystując zależności (44) i (45), do

$$\frac{d\delta_f}{dx} = \frac{5}{6q^2} [3vq - g\delta_f^3]. \quad (49)$$

Grubość filmu w strefie III dąży do wartości ustalonej δ_s , wobec czego pochodna $d\delta_f/dx \rightarrow 0$. Uwzględniając ten fakt w równaniu (49) otrzymuje się w granicy związek

$$3vq = g\delta_{f_x}^3, \quad (50)$$

z którego wynika graniczna grubość filmu

$$\delta_{f_x} = \sqrt[3]{\frac{3vq}{g}}. \quad (51)$$

Pokrywa się ona, jak widać, z grubością filmu δ_s opisaną wzorem (13) dla obszaru ustabilizowanego. Fakt ten świadczy o prawidłowym doborze profilu prędkości dla tego przypadku.

Po zdefiniowaniu dla strefy III nowej bezwymiarowej grubości filmu Δ jako

$$\Delta = \frac{\delta_f^3 g}{3vq} \quad (52)$$

oraz bezwymiarowej współrzędnej z^+ (rys. 3)

$$z^+ = \frac{z}{\delta_{f_x}} \frac{v}{q}, \quad (53)$$

równanie (49) można przekształcić do postaci bezwymiarowej

$$\frac{d\Delta}{dz^+} = A\Delta^{2/3}(1-\Delta), \quad (54)$$

przy warunku początkowym $\Delta = \Delta_0$ dla $z^+ = 0$, gdzie $A = 7,5\sqrt[3]{\Delta_0}$, $\Delta_0 = \frac{\delta_{f_x}^3 g}{3vq}$

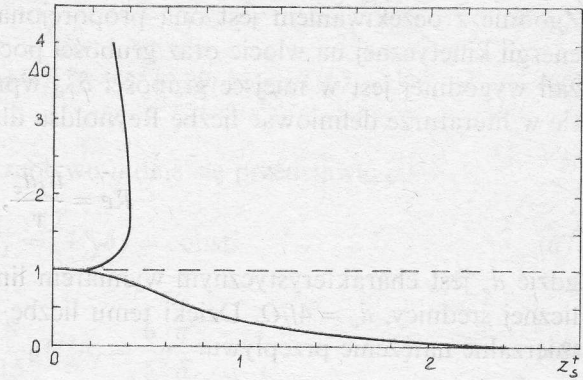
Całą tego równania jest wyrażenie

$$z^+ = \frac{1}{A} \left[3(\Delta^{1/3} - \Delta_0^{1/3}) + \ln \frac{1-\Delta_0}{1-\Delta} \right]. \quad (55)$$

W przypadku, gdy grubość filmu δ_f dąży do δ_s , na podstawie (52) $\Delta \rightarrow \Delta_s = 1$. Powyższe równanie wskazuje, iż film osiągnie grubość docelową po nieskończonej długości odcinka. Okazuje się jednak, że wartości zbliżone do δ_s lub $\Delta_s = 1$ uzyskuje się bardzo szybko. Jeżeli dopuścimy 1% różnicę w grubości filmu wówczas z zależności (55) można wyznaczyć długość strefy III. Wynosi ona wtedy odpowiednio

$$z_s^+ = \frac{1}{A} [3(0,99^{1/3} - \Delta_0^{1/3}) + \ln[100(1 - \Delta_0)]] \quad (56)$$

dla $\Delta_0 < 1$



Rys. 5. Długość strefy III w funkcji grubości początkowej

oraz

$$z_s^+ = \frac{1}{A} [3(1,01^{1/3} - \Delta_0^{1/3}) + \ln[100(\Delta_0 - 1)]] \quad (57)$$

dla $\Delta_0 > 1$.

Na rysunku 5 przedstawiono przebieg długości z_s^+ w funkcji Δ_0 obliczony na podstawie powyższych zależności. Dla przykładu, przy wartości $\Delta_0 = 0,5$, $z_s^+ = 0,76$, zaś dla $\Delta_0 = 1,5$, $z_s^+ = 0,406$. Obliczenia wskazują na decydujący wpływ członu logarytmicznego w równaniu (55). W zakresie grubości $\Delta_0 = 0,6 \div 1,6$ drugi składnik można pominąć. Mając wartości z_s^+ można wyznaczyć długość odcinka rozbiegu dla strefy III

$$z_s = z_s^+ \delta_{fG} \frac{q}{v}. \quad (58)$$

Całkowita długość rozbiegu hydraulicznego x_s jest sumą rozbiegu w strefach II i III:

$$x_s = x_G + z_s. \quad (59)$$

W postaci bezwymiarowej jest to równoważne wyrażeniu

$$\xi_s = 1 + \frac{x_s}{W} = \xi_G + \frac{z_s}{W}. \quad (60)$$

Wyniki obliczeń numerycznych długości rozbiegu ξ_s , przeprowadzonych za pomocą zależności (38) oraz (56) ÷ (60) przedstawiono na rysunku 4. Metodą najmniejszych kwadratów można je aproksymować związkami

$$\xi_s - 1 = \frac{x_s}{W} = 1,55 \delta_{f0}^+. \quad (61)$$

W zakresie $\delta_{f0}^+ = 0,1 \div 2$ współczynnik korelacji wynosi $r^2 = 0,95$. Wobec tego długość rozbiegu hydraulicznego można wyrazić jako

$$x_s = 1,55 W \delta_{f0}^+ = 1,55 W \frac{\delta_{f0}}{l}. \quad (62)$$

Zgodnie z oczekiwaniem jest ona proporcjonalna do wysokości napływu, a więc energii kinetycznej na wlocie oraz grubości początkowej filmu. Do dalszych rozważań wygodniej jest w miejsce grubości δ_{f0}^+ wprowadzić liczbę Reynoldsa. Przyjęto się w literaturze definiować liczbę Reynoldsa dla filmu jako [6]

$$Re = \frac{\bar{u}_f d_e}{\nu}, \quad (63)$$

gdzie d_e jest charakterystycznym wymiarem liniowym, równym zastępczej hydraulicznej średnicy, $d_e = 4f/O$. Dzięki temu liczbę Reynoldsa daje się wyrazić poprzez mierzalne natężenie przepływu:

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu} = \frac{4q}{\nu}. \quad (64)$$

Biorąc pod uwagę definicję wysokości napływu W oraz wymiaru charakterystycznego l , długość rozbiegu można zapisać w postaci

$$x_s = 1,55 \frac{Wq}{lU_0} = \frac{1,55}{8} lRe. \quad (65)$$

Oszacujmy teraz typową długość odcinka rozbiegu. Przyjmując do rozważań film wodny o temperaturze 20°C, napływający na ściankę przy $Re = 1000$ i z wysokości $W = 50$ mm, otrzymuje się z (65) $x_s \simeq 60$ mm. Dla rur pionowych o długości 1 metra stanowi to zaledwie 6% całej długości. Natomiast dla rur poziomych o typowej średnicy $d = 40$ mm jest to równe całkowitej długości spływu filmu po powierzchni rury.

3. Minimum zraszania

Przedstawiona powyżej analiza spływu filmu cieczowego podczas rozbiegu hydraulicznego obowiązuje dla ruchu laminarnego. Jako kryterium przejścia w ruch turbulentny przyjmuje się dla filmów zazwyczaj graniczną liczbę Reynoldsa $Re_{gr} = 2100$. Bardzo ważnym parametrem okazała się tu grubość początkowa filmu. Jeżeli $\delta_{f0} < \delta_s$, to podczas rozbiegu grubość δ_f rośnie (rys. 3a) zaś prędkość i energia kinetyczna maleją na skutek działania sił lepkości, osiągając w punkcie S minimum swoich wartości. Odwrotna sytuacja ma miejsce, gdy $\delta_{f0} > \delta_s$ (rys. 3b). W tym przypadku następuje wzrost energii kinetycznej, a grubość filmu maleje do wartości δ_s , przewyższających jednak minimalną grubość filmu δ_m .

Z punktu widzenia minimum zraszania interesujący jest zatem przypadek pierwszy, „cienkich filmów”, gdyż są one bardziej narażone na pękanie. Punktem krytycznym jest punkt S (rys. 3a), w którym energia kinetyczna osiąga swoje minimum. Rozpatrzmy teraz to zagadnienie bardziej szczegółowo.

Biorąc pod uwagę profil prędkości dla strefy III dany wzorem (24) napór dynamiczny cieczy można zapisać w postaci:

$$F_b = \int_0^{\delta_f} \rho u^2 dy = \int_0^1 \rho U_f^2 [2\eta - \eta^2] \delta_f d\eta = \frac{8}{15} \rho U_f^2 \delta_f. \quad (66)$$

Ponieważ objętościowe natężenie przepływu q daje się przedstawić jako

$$q = \bar{u}_f \delta_f = \frac{2}{3} U_f \delta_f = \text{const}, \quad (67)$$

stąd

$$F_b = \frac{8}{15} \rho U_f^2 \delta_f = \frac{6}{5} \rho \frac{q^2}{\delta_f}. \quad (68)$$

Natężenie przepływu q jest stałe, wobec czego przy wzroście grubości filmu δ_f maleje siła F_b . Na końcu rozbiegu w punkcie S przyjmuje ona wartość minimalną równą

$$F_{bm} = \frac{6}{5} \rho \frac{q_m^2}{\delta_s}. \quad (69)$$

Zgodnie z „siłową” teorią rozpadu filmu siła F_{bm} musi być równa sile napięcia powierzchniowego

$$\frac{6}{5} \rho \frac{q_m^2}{\delta_s} = \sigma(1 - \cos\theta), \quad (70)$$

stąd

$$q_m^2 = \frac{5\sigma(1 - \cos\theta)\delta_s}{6\rho}. \quad (71)$$

Dla przepływu ustabilizowanego parametry δ_s , q i \bar{u}_f powiązane są poprzez następujące związki:

$$\delta_s = \left(\frac{3vq}{g} \right)^{1/3} \quad (72)$$

$$q = \frac{\delta_s^3 g}{3v} = \bar{u}_f \delta_s, \quad (73)$$

$$\bar{u}_f = \frac{\delta_s^2 g}{3v} = q^{2/3} \left(\frac{g}{3v} \right)^{1/3} \quad (74)$$

Ponieważ na podstawie (64) i (65) objętościowe natężenie przepływu wynosi

$$q = \frac{2v}{1,55l} x_s, \quad (75)$$

to równanie ciągłości dla filmu można napisać w postaci

$$\bar{u}_f \delta_s = \frac{2v}{1,55l} x_s, \quad (76)$$

skąd

$$\delta_s = \frac{2\nu x_s}{1,55l\bar{u}_f} = \frac{2\nu x_s}{1,55lq^{2/3}(g/3\nu)^{1/3}} \quad (77)$$

Podstawiając powyższe do (71) i pamiętając, że $q = q_m$, otrzymuje się

$$q_m^{8/3} = 1,075 \frac{\sigma\nu}{\rho l} \left(\frac{3\nu}{g}\right)^{1/3} (1 - \cos\theta)x_s, \quad (78)$$

wobec czego poszukiwane jednostkowe natężenie zraszania w warunkach rozbiegu wynosi

$$\Gamma_{mr} = \rho q_m = 1,0275 \left[\frac{\sigma\mu}{l} \left(\frac{3\mu\rho}{g}\right)^{1/3} (1 - \cos\theta)x_s \right]^{3,8} \quad (79)$$

Można je wyrazić w formie bezwymiarowej poprzez liczbę Reynoldsa otrzymując

$$Re_{mr} = \left[4,11 \frac{\sigma}{l\mu} \left(\frac{3\rho}{g\mu}\right)^{1/3} (1 - \cos\theta)x_s \right]^{3,8} \quad (80)$$

Minimalne natężenie zraszania jest tutaj funkcją własności fizycznych cieczy, wysokości napływu oraz długości rozbiegu. Wpływ poszczególnych parametrów będzie bardziej widoczny, gdy przekształcimy (79) do innej postaci:

$$\Gamma_{mr} = 1,0275 \left\{ \frac{10,125\rho^{10}\mu^{10}}{W^3g} [(1 - \cos\theta)x_s]^{12} \right\}^{1/32} \quad (81)$$

Wartość Γ_{mr} zależy przede wszystkim od długości rozbiegu x_s , a przez to od wymiarów zraszanej powierzchni. Z własności fizycznych na uwagę zasługują napięcie powierzchniowe, gęstość i lepkość. Wysokość napływu W oddziałuje już mniej, natomiast przyspieszenie g ma znikomy wpływ na Γ_{mr} . Ostatnie spostrzeżenie jest bardzo istotne. Dla napływu filmu na płytę ukośną nachyloną pod kątem α do poziomu zależność powyższa również obowiązuje. Wystarczy tylko w zależności (81) w miejsce przyspieszenia g wstawić składową na kierunek ruchu, tzn. $g_x = g\sin\alpha$. Należy oczekiwać, iż z uwagi na bardzo mały wykładnik przy g wartości Γ_{mr} różnić się będą niewiele w stosunku do płyty pionowej.

Z tych samych powodów wniosek ten dotyczy również minimalnego natężenia zraszania powierzchni rur poziomych. Dla tego bardzo ważnego technicznie przypadku różnica jaka powstanie w stosunku do ściany pionowej daje się obliczyć w następujący sposób. Powierzchnia rury poziomej jest obwiednią płaszczyzn (płyt) stycznych do niej i nachylonych pod kątem α do poziomu. Minimalne natężenie zraszania dla rury poziomej można zatem przedstawić jako:

$$\Gamma_{mpo} = 1,0275 \left\{ \frac{10,125\rho^{10}\mu^{10}}{W^3g\sin\alpha_e} [\sigma(1 - \cos\theta)x_s]^{12} \right\}^{1/32} \quad (82)$$

Jest ono bowiem równoważne wartości Γ_{mr} dla płyty nachylonej pod zastępczym kątem α_e . Wykorzystując twierdzenie o wartości średniej, zastępczy kąt α_e określa się na podstawie (82) związkiem

$$\left(\frac{1}{\sin \alpha_e}\right)^{1/32} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{(\sin \alpha)^{1/32}} \quad (83)$$

Całkowanie numeryczne pozwoliło obliczyć kąt α_e , który wynosi $\alpha_e = 39,5^\circ$. Wobec tego stosunek minimalnego natężenia zraszania rury poziomej do wartości Γ_{mpi} dla rury (ścianki) pionowej wynosi

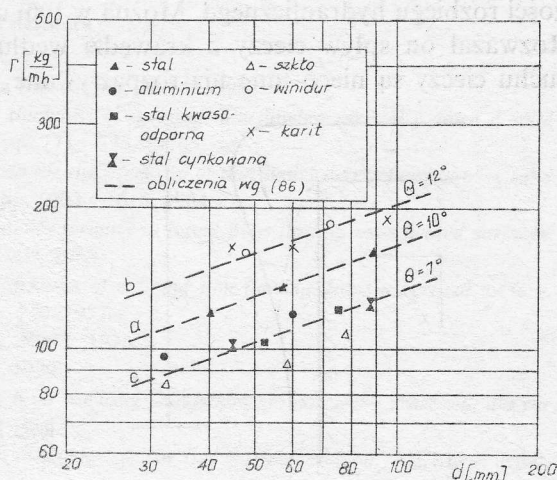
$$\Gamma_{mpo}/\Gamma_{mpi} = 1/(\sin \alpha_e)^{1/32} = 1,0142. \quad (84)$$

Różnica jest zatem nieznaczna i może być pominięta w dalszych rozważaniach.

4. Weryfikacja modelu teoretycznego

Zagadnienie określania na drodze analitycznej minimalnego natężenia przepływu Γ_{mr} w warunkach rozbiegu hydraulicznego nie było dotąd rozpatrywane. Istnieje natomiast dość obszerny materiał eksperymentalny dotyczący badania minimum zraszania Γ_m dla różnego rodzaju materiału powierzchni. Niektóre z tych badań nadają się do weryfikacji przedstawionego tu modelu. Są to przede wszystkim eksperymenty Hoblera i współpracowników [6, 7, 8]. Badali oni zwilżanie rur pionowych i poziomych oraz płyt pionowych i ukośnych. Ze względu na długość drogi splywu filmu wykorzystać tu można wyniki uzyskane przez Synowca [8] dla rur poziomych (rys. 6). Odnoszą się one do trzech grup materiałów a, b, c, charakteryzujących się różną zwilżalnością powierzchni. Badania przeprowadzono na pęczku pięciu rur poziomych; średnice rur zmieniano w zakresie $d = 32 \div 95$ mm. Górną rurę zasilano wodą o temperaturze $t = 10 \div 15^\circ\text{C}$ poprzez specjalne urządzenie zraszające. Ciecz splywała następnie swobodnie z jednej rury na drugą. Opierając się na serii badań autor wyciągnął następujące wnioski.

Wartości Γ_m dla rur poziomych są znacznie mniejsze niż dla rur pionowych. Nie zależą one od urządzenia zraszającego ani od wzajemnej odległości rur, lecz jedynie nieznacznie od średnicy rury. Dla porzewiałych rur stalowych (grupa a)



Rys. 6. Porównanie badań eksperymentalnych [8] z modelem teoretycznym w zakresie minimum zraszania

autor podaje następującą korelację eksperymentalną [8]:

$$\Gamma_m = 30 d^{0,3734}, \quad (85)$$

gdzie d — średnica rur w milimetrach, Γ_m — minimalne natężenia zraszania w kg/mh.

Błąd korelacji określono na $\pm 25\%$. Jeżeli tworzywem rury jest materiał dobrze zwilżany (grupa c), jak stal nierdzewna, szkło itp., to poleca się przyjmować wartości Γ_m mniejsze o 25%. Dla materiałów źle zwilżających (grupa b), jak karit, winidur, natężenie zraszania musi być większe o 25% w stosunku do wartości wynikających z korelacji (85). W trakcie badań nie mierzono jednak kąta zwilżania dla użytych materiałów.

Dla porównania rozpatrywanego tu modelu teoretycznego z powyższymi badaniami eksperymentalnymi przekształćmy zależność (82) do równoważnej postaci. Przyjmując dla obliczenia własności fizycznych cieczy temperaturę $t = 15^\circ\text{C}$, wysokość $W = 25$ mm oraz $d = x_s$ (w milimetrach), otrzymuje się dla wody zależność

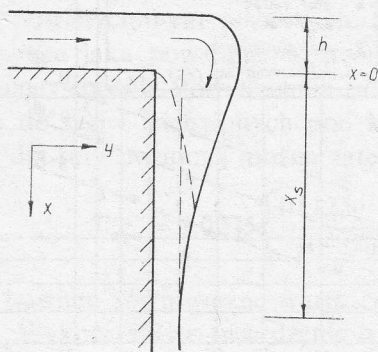
$$\Gamma_{mr} = 150 [(1 - \cos\theta)d]^{0,375} \text{ [kg/mh]}. \quad (86)$$

Minimalne natężenie zraszania jest więc wtedy tylko funkcją kąta zwilżania oraz średnicy rury. W obu powyższych zależnościach (85) i (86) zwraca uwagę równość potęg. Świadczy to o jakościowej zgodności modelu z badaniami eksperymentalnymi. Po podstawieniu teraz alternatywnie wartości kąta zwilżania $\theta = 10^\circ$, 12° i 7° do zależności (86), zależność ta przybierze kolejno postaci:

$$\begin{aligned} \Gamma_{mr} &= 30 d^{0,375} & \text{dla } \theta &= 10^\circ, \\ \Gamma_{mr} &= 35,9 d^{0,375} & \text{dla } \theta &= 12^\circ, \\ \Gamma_{mr} &= 23,5 d^{0,375} & \text{dla } \theta &= 7^\circ. \end{aligned} \quad (87)$$

Jak widać, dla kąta $\theta = 10^\circ$ zachodzi całkowita zgodność z wzorem Synowca (85). Natomiast dla pozostałych kątów zwilżania obliczeniowe wartości Γ_{mr} pokrywają się z przedstawionymi na rysunku 6 wartościami eksperymentalnymi natężenia zraszania dla grupy materiałów b i c.

Istnieje też sposobność weryfikacji rozpatrywanego tu modelu w zakresie długości rozbiegu hydraulicznego. Można w tym celu wykorzystać pracę Bruley'a [9]. Rozważał on spływ cieczy z krawędzi według ilustracji na rysunku 7. Warunki ruchu cieczy są nieco inne niż rozpatrywane w tej pracy. Dotyczy to głównie po-



Rys. 7. Ilustracja przepływu rozpatrywanego w [9]

wiązania wysokości napływu z grubością początkową filmu. Ponieważ jednak wpływ wysokości napływu jest stosunkowo słaby, to długość rozbiegu hydraulicznego w obu przypadkach powinny być zbliżone. Bruley rozwiązał równania ruchu (14) i ciągłości (15) na drodze numerycznej. Uzyskał w wyniku przebiegi grubości filmu cieczowego oraz prędkości w funkcji współrzędnej bieżącej x . Punkt, w którym prędkość różniła się nie więcej jak 1% od wartości dla ruchu rozwiniętego oznaczał koniec rozbiegu. Wyniki analizy przedstawił Bruley wykreślnie oraz za pomocą korelacji. Dla wody jest ona następująca:

$$x_s = 2,013 \cdot 10^{-4} Re^{1,3695}, \quad (88)$$

przy czym x_s jest wyrażone w calach. Podstawiając dla porównania $Re = 1000$, otrzymuje się z (88) $x_s \approx 65$ mm. Dla przypomnienia, długość rozbiegu obliczona w rozdziale 2 według zależności (65) wynosiła $x_s = 60$ mm. Jak widać, istnieje dobra zgodność modelu także i w tym zakresie.

5. Zakończenie

W pracy poddano analizie przepływ filmu cieczowego na pionowej ścianie w warunkach rozbiegu hydraulicznego. Rozwiązując równania warstwy przyściennej dla filmu otrzymano rozkład grubości filmu oraz długość odcinka rozbiegu. Opierając się na modelu „siłowym” teorii stabilności filmu, sformułowano bilans sił działający na ciecz. Uzyskano z niego wyrażenie określające minimalne jednostkowe natężenie zraszania dla ścianki pionowej. Zagadnienie uogólniono następnie dla płyt ukośnych oraz rur poziomych.

Model teoretyczny porównano ze znanymi wynikami badań eksperymentalnych. Analizowano minimalne natężenie zraszania oraz długość rozbiegu. W obu przypadkach uzyskano dobrą zgodność.

Praca wpłynęła do Redakcji w lipcu 1986 r.

Literatura

- [1] Hobler T., *Minimal surface wetting*. Chemia Stosowana, 2B,145, 1964.
- [2] Mikielewicz J., Moszyński J., *Minimum thickness of a liquid film flowing vertically down a solid surface*. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 19, pp. 771—776, 1976.
- [3] Hartley D. E., Murgatroyd W. M., *Criteria for the break-up of thin liquid layers flowing over solid surfaces*. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 7, pp. 1003—1015, 1964.
- [4] Zuber N., Staub F. W., *Stability of dry patches forming in liquid films flowing over heated surfaces*. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 9, pp. 897—905, 1966.
- [5] Ponter A. B., Aswald K. M., *Minimum thickness of a liquid film flowing down a vertical surface*. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 20, pp. 515—520, 1977.
- [6] Hobler T., *Dyfuzyjny ruch masy i absorbercy*. WNT, 1976.
- [7] Hobler T., *Ruch ciepła i wymienniki*. WNT, 1979.
- [8] Synowiec J., *Wpływ tworzyw konstrukcyjnych na wartości jednostkowego natężenia zraszania dla rur poziomych*. Chemia Stosowana, 2, 275—283, 1964.
- [9] Bruley D. F., *Predicting vertical film flow characteristic in the entrance region*. AIChE Journal, vol. 11, No. 5, 1965.

Минимум орошения поверхности во время гидравлического разгона

Резюме

В работе анализируется течение плёнки жидкости на вертикальной стене в условиях гидравлического разгона. Разгон охватывает здесь зоны II и III по схеме представленной на рис. 3. Принимая профиль скорости по зависимости (22), решаются уравнения пограничного слоя (14) и (15), получая распределение толщины плёнки и длину разгона. Результаты расчётов представлены на рис. 4 и 5. Затем используя „силовую“ модель устойчивости плёнки формулируется баланс сил действующих на жидкость. Из него получается зависимость (79) определяющая минимальную единичную интенсивность орошения вертикальной поверхности во время разгона. Затем показывается, как зависимость (79) можно обобщить на косые плиты и горизонтальные трубы.

Теоретическая модель проверялась сравнением с известными результатами экспериментальных исследований. Анализировалась минимальная интенсивность орошения (рис. 6) и длина разгона. В обоих случаях получена хорошая сходимость.

Minimum Wetting Rate for a Developing Film Flow

Summary

The developing flow of a film of liquid over a vertical wall has been analyzed. The entrance region covers in the case under consideration zones II and III, see the diagram shown in Fig. 3. For a velocity profile given by (22) the boundary layer equations (14) and (15) have been solved, giving the film thickness and the entrance region length. Fig. 4 shows the results of calculations. Next, the „force” model of the film stability theory has been used as a basis for formulation of the balance of forces acting on the liquid. Relation (79) specifying the minimum unit intensity of wetting of a vertical surface under conditions of film flow development has been obtained. Generalization of this relation including tilted plates and horizontal tubes has been shown.

The theoretical model has been compared with known experimental investigations. The minimum wetting intensity (Fig. 6) and the entrance region length have been analyzed.

In both cases good agreement has been obtained.