

P O L S K A A K A D E M I A N A U K

I N S T Y T U T M A S Z Y N P R Z E P Ł Y W O W Y C H

PRACE
I N S T Y T U T U M A S Z Y N
P R Z E P Ł Y W O W Y C H

T R A N S A C T I O N S

O F T H E I N S T I T U T E O F F L U I D - F L O W M A C H I N E R Y

93

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń 1992

W Y D A W N I C T W O N A U K O W E P W N

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK
KAZIMIERZ STELLER · ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN)
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER – REDAKTOR – EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszersa 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Wydawnictwo Naukowe PWN Sp. z o.o.
Warszawa 1992

Printed in Poland

ISBN 83-01-10515-1
ISSN 0079-3205

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN – ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300+80 egz.	Oddano do składania 14 I 1991 r.
Ark. wyd. 17,5. Ark. druk. 15,625	Podpisano do druku 6 V 1992 r.
Pap. offset. kl. III, 70 g 70×100 cm.	Druk ukończono w lipcu 1992 r.
Nr zam. 158/187	

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

TADEUSZ CHMIELNIAK, ANDRZEJ MISIEWICZ, WŁODZIMIERZ WRÓBLEWSKI

Gliwice

Numeryczna analiza transonicznego opływu profilów strugą o zmiennej grubości*

Opisano metodę kolejnych stanów ustalonych zastosowaną do obliczeń parametrów opływu transonicznej palisady profilów strugą o zmiennej grubości. Nieustalone równania zachowania pędu, masy i energii aproksymowano prawie zachowawczym układem różnicowym z wykorzystaniem schematu Godunowa. Do obliczeń zastosowano siatkę ekwipotencjalną. Przedstawiono wpływ niektórych parametrów na przebieg procesu obliczeniowego i jego rezultaty.

Wykaz oznaczeń

b – długość cięciwy profilu,

e – energia wewnętrzna,

h – grubość strugi,

i – entalpia statyczna,

l – długość boku elementarnej komórki obliczeniowej,

m – współrzędna merydionalna,

\mathbf{n} – jednostkowy wektor normalny do boku elementarnej komórki obliczeniowej,

p – ciśnienie statyczne,

t – podziałka palisady,

$\bar{t} = \frac{t-b}{t}$,

A – pole komórki obliczeniowej,

$\mathbf{W} = W_m \mathbf{e}_1 + W_\theta \mathbf{e}_2$ – prędkość przepływu,

$$E = \rho \left(e + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 R^2}{2} \right),$$

$$H_R = i + \frac{1}{2} (W_m^2 + W_\theta^2 - \omega^2 R^2) - \text{rotalpia},$$

R – promień,

$$\bar{R} = \frac{R}{b},$$

V – objętość komórki obliczeniowej,

α – kąt nachylenia powierzchni przepływu,

δ – kąt rozwarcia strugi,

ρ – gęstość,

τ – czas,

θ – współrzędna,

$\Omega(\omega)$ – wektor prędkości kątowej.

1. Wstęp

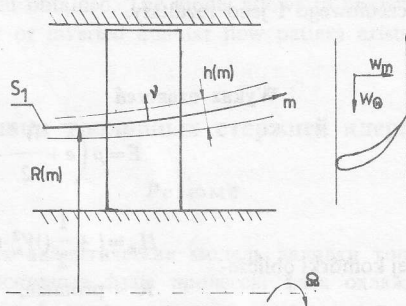
W ostatnim czasie, w związku z wyraźną tendencją do budowy turbin ciepłych i sprężarek o wysokoobciążonych stopniach i jednoczesnym dążeniu do wysokich sprawności konwersji energii w wieńcach łopatkowych, dużo uwagi poświęca się rozwojowi metod badania przepływów transonicznych w maszynach przepływowych.

* Badania przeprowadzono w Instytucie Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Śląskiej w ramach problemu PR8, kierunek 6.

Do wyznaczania ustalonych pól prędkości i gęstości stosowane są jednocześnie zazwyczaj dwie grupy metod: całkowania pomocniczego zadania początkowo-brzegowego sformułowanego na podstawie równań Eulera (metody kolejnych kroków czasowych [5, 8]) i metody aproksymacji różnicowej uproszczonego lub pełnego równania potencjału prędkości [7]. Powszechniejsze zastosowanie znajduje pierwsze podejście; w tej grupie metod przeważają z kolei schematy i algorytmy bezpośrednie.

Zaletą bezpośrednich metod kolejnych stanów ustalonych jest możliwość stosunkowo prostego rozszerzenia algorytmu rozwiązania zadań dwuwymiarowych na geometrie przestrzenne.

W pracy opisano sposób rozwiązania zadania palisadowego przepływu transonicznego na osiowo-symetrycznych obrotowych powierzchniach prądu (S_1 , rys. 1). Przy opracowaniu algorytmu rozwiązania rozpatrywanego zadania ważną intencją było, aby stanowił on jeden z segmentów rozwiązania zadania przestrzennego (w pierwszym etapie quasi-trójwymiarowego). Taką koncepcję określały aktualne możliwości obliczeniowe, koszt badań i dążenie do uzyskania praktycznego oprogramowania dla procesu projektowania turbinowych wieńców łopatkowych.



Rys. 1. Merydionalny przekrój przez wieńiec łopatkowy

Do rozwiązania zadania zastosowano ideę Godunowa i współpracowników [5, 11]. Przy opracowaniu algorytmu i programu korzystano z doświadczeń uzyskanych przy rozwiązywaniu zagadnienia płaskiego [6]. Ważną przesłanką przy testowaniu programu było prześledzenie osobliwości obliczeniowych zadania osiowo-symetrycznego w porównaniu z zadaniem płaskim. Główną przyczyną tych osobliwości jest niezachowawcza postać równań opisujących przepływ palisadowy na powierzchniach prądu S_1 oraz pojawienie się w tym przypadku opływu ze zmienną grubością strugi $h(m)$ (rys. 1).

2. Sformułowanie problemu

W ogólnym zadaniu palisadowym rozpatruje się opływ profilów strugą o zmiennej grubości h . Układ równań zachowania we współrzędnych merydionalnych (m, θ , v , wersory $\{e_i\}$, rys. 1), wirujących ze stałą prędkością kątową $\Omega(\omega)$, można zapisać

w postaci [9]

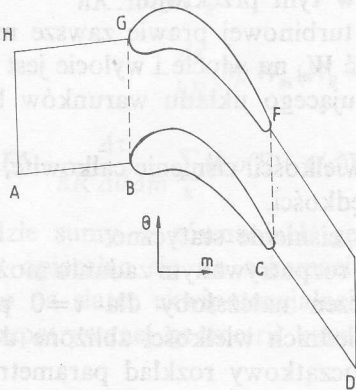
$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \mathbf{F} dV + \int_A \mathbf{G} dA = \int_V \mathbf{H} dV, \quad (1)$$

przy oznaczeniach

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} Rh\rho \\ Rh\rho W_m \\ Rh\rho W_\theta \\ RhE \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} Rh\rho(\mathbf{W} \cdot \mathbf{n}) \\ Rh\rho(\mathbf{W} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_1) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_1)p \\ Rh\rho(\mathbf{W} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_2) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_2)p \\ Rh\rho(\mathbf{W} \cdot \mathbf{n})H_R \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho h(W_\theta - R\omega)^2 \frac{\partial R}{\partial m} + p \frac{\partial(Rh)}{\partial m} \\ \rho h W_m(2R\omega - W_\theta) \frac{\partial R}{\partial m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Przyjmując w (1) $\omega=0$ uzyskujemy równania opisujące przepływ w wieńcach stacjonarnych. Zastosowanie współrzędnych merydionalnych m, θ, v do zapisu równań zachowania ułatwia wykorzystanie wyników rozwiązania rozpatrywanego zadania w analizie przepływu quasi-trójwymiarowego.



Rys. 2. Obszar obliczeniowy kanału międzyprofilowego

Układ (1) ma w pełni postać zachowawczą jedynie w tych przypadkach, gdy $H=0$. Następuje to wtedy, gdy R i h nie zależą od współrzędnej m , czyli dla przepływu na powierzchni cylindrycznej w strudze o stałej grubości h . We wszystkich przypadkach przy zastosowaniu powyższych równań do budowy schematów różnicowych zachowana jest masa i energia, natomiast obie składowe pędu nie

podlegają pełnemu zachowaniu na siatce różnicowej. Fakt ten może istotnie komplikować rozwiązanie układu (1), w porównaniu z przepływem płaskim.

Ostatecznie, sformułowanie zadania początkowo-brzegowego wymaga uzupełnienia układu (1) warunkami początkowymi i brzegowymi. Dla konkretnego obszaru przepływu pokazanego na rysunku 2 należy ustalić wartości brzegowe na odcinkach AB , CD , EF , GH , HA oraz BC i FG profilów.

Na granicy obszaru obliczeniowego AB , CD , EF , HG (rys. 2) obowiązują warunki okresowości: strumień masy, momentu i energii przez $AB(CD)$ musi być co do bezwzględnej wartości równy odpowiedniemu strumieniowi przez $HG(FE)$.

Na brzegu BC i GF , który tworzą ścianki profilów musi być spełniony warunek nieprzenikalności (składowa normalna prędkości na ścianie musi być zerowa). Sposób realizacji tego warunku przedstawiono w [6].

Liczba warunków brzegowych zastosowanych na wlocie AH i wylocie DE jest określana na podstawie teorii charakterystyk [3, 9]. Warunki wlotowe i wylotowe założono jako jednakowe w kierunku obwodowym.

Z analizy jednowymiarowego przepływu nieustalonego wynika, że [1, 3, 6, 9, 11] :

- jeżeli w przekroju wlotowym prędkość płynu W_m jest poddźwiękowa ($W_m < a$), to muszą być w tym przekroju podane trzy warunki brzegowe,
- jeżeli zaś prędkość W_m jest naddźwiękowa ($W_m > a$), to ustalamy w przekroju wlotowym cztery wielkości.

Analogicznie dla przekroju wylotowego:

- jeżeli prędkość płynu W_m jest poddźwiękowa ($W_m < a$), wymagany jest tylko jeden warunek brzegowy,
- jeżeli prędkość płynu W_m jest naddźwiękowa ($W_m > a$), nie jest konieczne ustalenie żadnej wielkości w tym przekroju.

Ponieważ w palisadzie turbinowej prawie zawsze mamy do czynienia z przepływem, w którym prędkość W_m na wlocie i wylocie jest poddźwiękowa, ograniczamy się na ogół do następującego układu warunków brzegowych (jednorodnego w kierunku obwodowym):

- dla wlotu określamy wielkości: ciśnienie całkowite, temperaturę spoczynkową, kąt orientujący wektor prędkości,
- dla wylotu ustalamy: ciśnienie statyczne.

Warunek początkowy w rozpatrywanym zadaniu można przyjąć w różny sposób. Dla skrócenia czasu obliczeń należałoby dla $\tau=0$ przyjąć w całym obszarze przepływu wartości odpowiednich wielkości zbliżone do rozwiązania końcowego. W opisanym algorytmie początkowy rozkład parametrów uzyskano z pomiarów płaskiej palisady metodą analogii hydrogazodynamicznej.

3. Numeryczne rozwiązanie zagadnienia

Układ (1) całkujemy w przedziale czasowym $\Delta\tau = \tau^{n+1} - \tau^n$ i otrzymujemy [9]

$$\int_V F^{n+1} dV - \int_V F^n dV = - \int_{\tau^n}^{\tau^{n+1}} \left(\int_A G dA - \int_V H dV \right) d\tau. \quad (3)$$

Przechodząc do schematu dyskretnego znajdujemy

$$\hat{F}_j^{n+1} = \hat{F}_j^n - \int_{\tau^n}^{\tau^{n+1}} \left(\frac{1}{\Delta V} \left(\sum_k (\hat{G} \Delta A)_k - H \right) \right)_j d\tau, \quad (4)$$

gdzie \hat{F} – średnia wartość F w komórce obliczeniowej, \hat{G} – średnie wartości strumieni przepływających przez ścianki komórki, k – liczba ścianek ograniczających elementarną komórkę, j – indeks węzła obliczeniowego.

Z ogólnego schematu (4) uzyskujemy konkretne schematy różnicowe zależne od konstrukcji siatki obliczeniowej oraz przyjętego sposobu wyznaczania funkcji podcałkowej.

Równanie (4) dla rozpatrywanego zadania przepływu w strudze o wysokości h można rozpisać (przy uwzględnieniu, że funkcja podcałkowa jest stała w przedziale $\Delta\tau$) do następującej postaci:

$$\begin{aligned} \rho^{n+1} &= \rho^n - \frac{\Delta\tau}{hR \Delta\theta \Delta m} \sum_k (h \rho \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} l)_k, \\ (\rho W_m)^{n+1} &= (\rho W_m)^n - \frac{\Delta\tau}{hR \Delta\theta \Delta m} \sum_k (h W_m (\rho \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} l) + h p l_\theta)_k + \\ &\quad + \frac{\Delta\tau}{hR} (h \rho W_\theta - R \omega^2) \sin \alpha - p h \sin \alpha - p R \frac{\Delta h}{\Delta m}, \\ (\rho W_\theta)^{n+1} &= (\rho W_\theta)^n - \frac{\Delta\tau}{hR \Delta\theta \Delta m} \sum_k (h W_\theta (\rho \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} l) - h p l_m)_k - \\ &\quad - \frac{\Delta\tau}{hR} (h \rho W_m (W_\theta - 2R \omega) \sin \alpha), \\ E^{n+1} &= E^n - \frac{\Delta\tau}{hR \Delta\theta \Delta m} \sum_k (h \rho (E + p/\rho) \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} l)_k. \end{aligned} \quad (5)$$

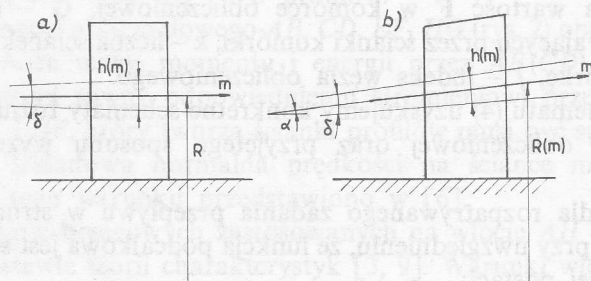
W opracowanej metodzie sumy w równaniach gęstości, pędu i energii występujące w (5) określono opierając się na schemacie Godunova [1, 5, 11]. Obliczenia przeprowadzono na siatce ekwipotencjalnej otrzymanej z rozwiązania równania Laplace'a dla rozpatrywanej geometrii kanału.

4. Przykłady obliczeniowe

4.1. Zakres obliczeń

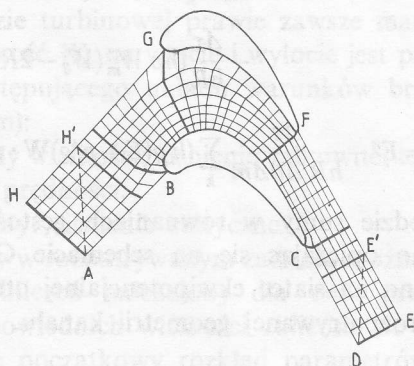
Obliczenia przeprowadzone były dla palisady profiliów turbinowych VKILS59 [10] przy założeniu $\omega = 0$. W rozwiązaniach mających na celu przedyskutowanie wpływu wybranych parametrów na proces obliczeniowy posłużono się modelami tzw. stopnia cylindrycznego o zmiennej grubości strugi (rys. 3a), dla którego

przyjęto, że merydionalne linie prądu, tworzące obrotowe powierzchnie prądu, są prostymi równoległymi do osi obrotu oraz modelem stopnia stożkowego, w którym przepływ odbywa się na powierzchniach stożkowych (rys. 3b). Dla przepływu w stopniu cylindrycznym przyjęto, że kąt nachylenia $\alpha=0$ oraz $\partial\alpha/\partial m=0$, natomiast dla modelu stożkowego kąt nachylenia $\alpha\neq 0$ i $\partial\alpha/\partial m=0$.



Rys. 3. Modele stopnia zastosowane do obliczeń; a) model stopnia cylindrycznego, b) model stopnia stożkowego

Dla modelu cylindrycznego przeprowadzono obliczenia przy uwzględnieniu, że grubość strugi zmienia się liniowo względem współrzędnej m . Obliczenia prowadzone były dla kątów rozwarcia grubości strugi $\delta=0^\circ, 1^\circ, 2^\circ$, przyjmując przy tym: $\bar{R}=R/b=13,56$, $\bar{t}=(t-b)/t=0,71$. Kąt ustawienia palisady był równy $\beta_s=57,7^\circ$. Rozpatrywano również przypadek przepływu na powierzchni stożkowej, dla $\alpha=3^\circ$ i $\delta=0^\circ, 2^\circ$.



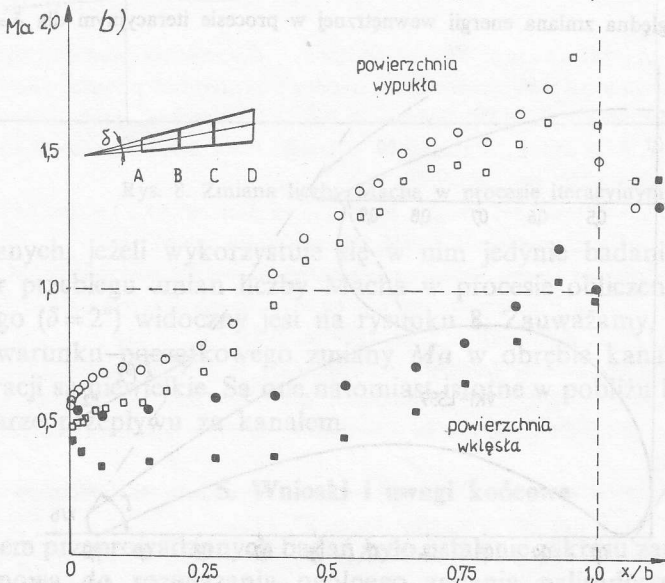
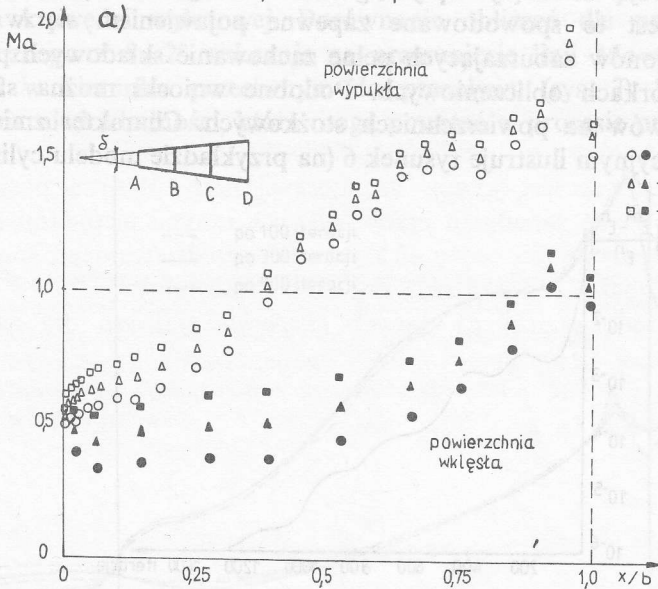
Rys. 4. Postać siatki numerycznej

Jako warunek brzegowy w przekroju wylotowym przyjęto $Ma_2=1,21$ ($\bar{p}_2=p_2/p_1=0,41$). Obliczenia realizowano na siatce różnicowej przedstawionej na rysunku 4. Została ona ustalona na podstawie rozwiązania równania potencjału dla branej pod uwagę geometrii kanału. Rachunki przeprowadzono dla 50×7 węzłów obliczeniowych.

4.2. Omówienie rezultatów

Na rysunku 5 pokazano obliczone rozkłady liczb Macha wzdłuż konturu profilu dla branych pod uwagę modeli przepływu: cylindrycznego (rys. 5a) i stożkowego (rys. 5b). Biorąc pod uwagę wyniki wielu testów obliczeniowych przyjęto jako warunek przepływu ustalonego nierówność

$$\left| \frac{E^{n-1} - E^n}{E^n} \right| < 10^{-6} \quad (6)$$



Rys. 5. Rozkład liczby Macha na profilu: a) dla cylindrycznego modelu przepływu, b) dla stożkowego modelu przepływu

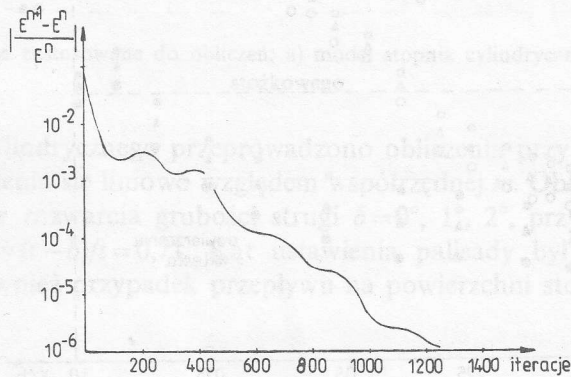
Liczba kroków czasowych konieczna do uzyskania warunku (4) w istotny sposób zależy od kąta δ . Dla kroku czasowego $(\Delta\tau)$, spełniającego kryterium stabilności przyjętego schematu numerycznego [1, 11] nierówność (6) była spełniana dla przepływu cylindrycznego po:

850 iteracjach dla $\delta=0^\circ$,

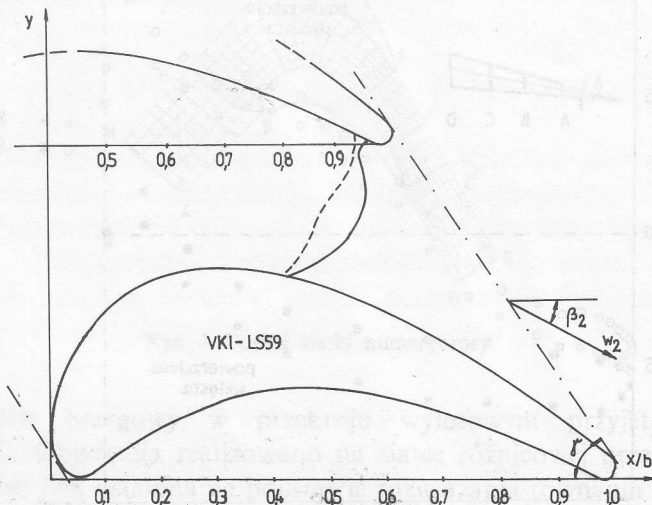
1000 iteracjach dla $\delta=1^\circ$,

1250 iteracjach dla $\delta=2^\circ$.

Dane te ilustrują znaczący wpływ grubości strugi na wydłużenie procesu obliczeniowego. Jest to spowodowane zapewne pojawieniem się w schemacie obliczeniowym członów zaburzających pełne zachowanie składowych pędu w elementarnych komórkach obliczeniowych. Podobne wnioski można sformułować z analizy przepływów na powierzchniach stożkowych. Charakter zmiany energii E w procesie iteracyjnym ilustruje rysunek 6 (na przykładzie modelu cylindrycznego $\delta=2^\circ$).



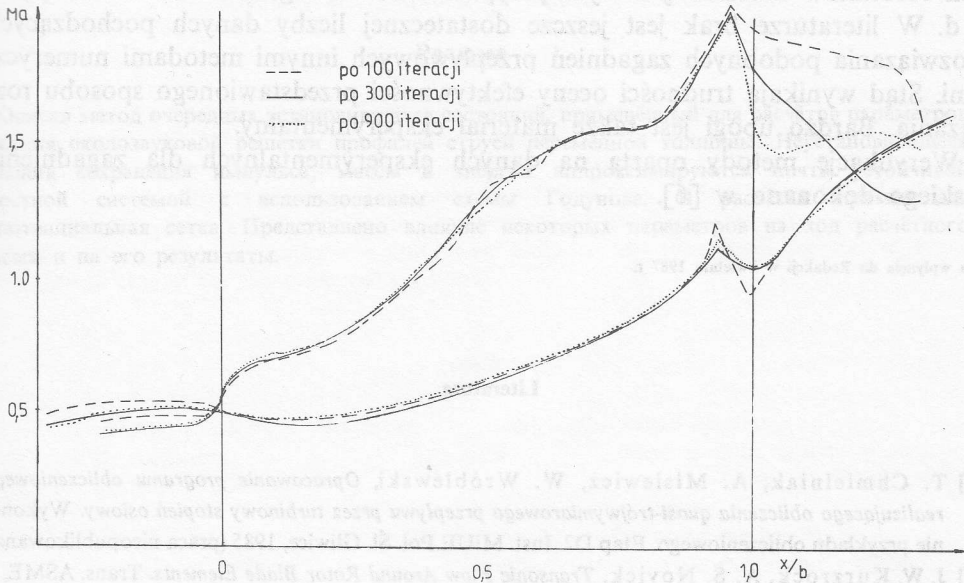
Rys. 6. Względna zmiana energii wewnętrznej w procesie iteracyjnym dla $\delta=2^\circ$



Rys. 7. Położenie linii dźwięku w kanale międzyłopatkowym dla modelu cylindrycznego

— linia dźwięku dla zagadnienia płaskiego, - - - linia dźwięku dla zagadnienia cylindrycznego ($\delta=2^\circ$)

Porównanie różnych wariantów obliczeń przedstawionych na rysunku 5 wskazuje na lokalny wzrost liczb Macha ze wzrostem grubości strugi; jest on bardziej zauważalny na powierzchni wklęsłej. W przypadku powierzchni wypukłej obserwuje się w miarę równomierne przesunięcie liczb Macha w kierunku wyższych wartości. Należy przy tym podkreślić zauważalny wzrost liczb Macha w obrębie krawędzi wlotowej; dotyczy to szczególnie modelu stożkowego. W przeprowadzonych obliczeniach nie stwierdzono ze zmianą δ wyraźnego przesunięcia przekroju, w którym występują fale uderzeniowe. Widoczna jest natomiast zmiana intensywności fali w pobliżu krawędzi wylotowej. Porównanie obliczeń dla przypadku płaskiego i cylindrycznego z $\delta=2^\circ$ wskazuje na przesunięcie linii $Ma=1$ w tym ostatnim przypadku w kierunku przeciwnym do przepływu (rys. 7). Przytoczone uwagi wskazują na niedokładności, które mogą powstać w procesie projektowania stopni



Rys. 8. Zmiana liczby Macha w procesie iteracyjnym

transonicznych, jeżeli wykorzystuje się w nim jedynie badania palisad płaskich. Charakter przebiegu zmian liczby Macha w procesie obliczeniowym dla modelu stożkowego ($\delta=2^\circ$) widoczny jest na rysunku 8. Zauważamy, że przy właściwym doborze warunku początkowego zmiany Ma w obrębie kanału wraz ze zmianą liczby iteracji są niewielkie. Są one natomiast istotne w pobliżu krawędzi wylotowej i w obszarze przepływu za kanałem.

5. Wnioski i uwagi końcowe

a. Celem przeprowadzonych badań było ustalenie zakresu zastosowania schematu Godunowa do rozwiązania ogólnego zadania palisadowego dla przepływu transonicznego oraz przedyskutowanie niektórych osobliwości tego rozwiązania.

Główną uwagę przy tym skupiono na analizie wpływu grubości strugi na proces obliczeniowy.

b. Stwierdzono istotny wpływ grubości strugi i kąta nachylenia powierzchni prądu na czas ustalenia przepływu (liczbę kroków czasowych). Czas obliczeń rozpatrywanego zagadnienia poważnie wzrasta w porównaniu z czasem obliczeń zagadnień płaskich. Może on osiągać (w zależności od liczby komórek obliczeniowych, wartości δ i α) wartość kilku lub nawet kilkunastu godzin w przypadku korzystania z maszyny ODRA 1305.

c. Rezultaty obliczeń pozwalają zauważyć poważny wpływ zmian grubości strugi na wartości podstawowych parametrów przepływu. Należy oczekiwać, że przy dużych gradientach zmian grubości h otrzymanie warunku (6) wymagać będzie wielu tysięcy iteracji, co znacznie utrudni proces obliczeniowy. Dla uzyskania praktycznych rezultatów należałoby w tym przypadku nieco złagodzić nierówność (6).

d. W literaturze brak jest jeszcze dostatecznej liczby danych pochodzących z rozwiązania podobnych zagadnień przepływowych innymi metodami numerycznymi. Stąd wynikają trudności oceny efektywności przedstawionego sposobu rozwiązania. Bardzo ubogi jest także materiał eksperymentalny.

Weryfikację metody opartą na danych eksperymentalnych dla zagadnienia płaskiego dokonano w [6].

Praca wpłynęła do Redakcji w kwietniu 1987 r.

Literatura

- [1] T. Chmielniak, A. Misiewicz, W. Wróblewski, *Opracowanie programu obliczeniowego realizującego obliczenia quasi-trójwymiarowego przepływu przez turbinowy stopień osiowy*. Wykonanie przykładu obliczeniowego. Etap D2. Inst. MiUE Pol. Śl. Gliwice, 1985 (praca nieopublikowana).
- [2] J. W. Kurzrock, A. S. Novick, *Transonic Flow Around Rotor Blade Elements*. Trans. ASME, J. Fluids Eng., December 1975, pp. 598-607.
- [3] A. Arts, *Cascade Flow Calculations Using a Finite Volume Method*. VKI Lecture Series 1982-05.
- [4] D. Potter, *Metody obliczeniowe fizyki*. PWN, Warszawa 1982, wyd. II.
- [5] S. K. Godunov, *Čislennoe rešenje mnogomernych zadač gazovoj dinamiki*. Nauka, Moskwa 1976.
- [6] A. Misiewicz, *Analogowe i numeryczne metody badania przepływów transonicznych w płaskich palisadach profilów*. Praca doktorska. Pol. Śl. Gliwice. 1985.
- [7] E. M. Murman, *Computation of Transonic Potential Flow in Turbomachinery*. Transonic Flows Problems in Turbomachinery. (Ed. T. C. Adamson, M. F. Platzer).
- [8] J. D. Denton, *Through Flow Calculations for Transonic Axial Flow Turbines*. Trans. ASME, J. Eng. Power, no. 4, 1978.
- [9] T. Chmielniak, *Metody rozwiązania zadania prostego dla przepływu transonicznego w palisadach łopatkowych*. Zesz. Nauk Pol. Śl., S. Energetyka, z. 87, 1984.
- [10] M. Couston, A. Morris, *Turbine Cascades*. VKI Lecture Series 84, February 2-6, 1976.
- [11] G. A. Sokołovskij, W. I. Gniesin, *Rasčet smešannych tečenij w rešetkach turbomašin*. Naukova Dumka, Kijev 1981.

Numerical Analysis of Transonic Flow Around Profiles by a Stream of Varying Thickness

Summary

The paper describes a method of successive steady states applied for calculations of parameters of transonic flow through a cascade of profiles by a stream of varying thickness. The transient conservation equations of momentum, mass and energy were approximated by a differential system employing the Godunov scheme. An equipotential mesh was used in calculations. The influence of some parameters on the computational process and its results are presented.

Численный анализ околосзвукового обтекания профилей струей переменной толщины

Резюме

Описан метод очередных установившихся состояний, применённый для расчётов параметров обтекания околосзвуковой решётки профилей струей переменной толщины. Неустановившиеся уравнения сохранения импульса, массы и энергии аппроксимируются почти устойчивой разностной системой с использованием схемы Годунова. В расчётах применялась эквипотенциальная сетка. Представлено влияние некоторых параметров на ход расчётного процесса и на его результаты.

w_i	- weight coefficients of quadrature	$w(x)$	- weight function
C_L	- lift coefficient	w	- liquid particles motion velocity
C_M	- moment coefficient	w_s	- relative velocity of liquid particles motion
F	- constant	$x, y = (x, y)$	- point on the profile
f	- searched function in a quadrature	$x_0 = (x_0, y_0)$	- point on free vortex surface
g	- segment of profile	x_1	- abscissa on a flat plate
\int	- integral	x, y	- parameters of Jacobi polynomials
x_1, y_1	- coordinates of leading and trailing edges of a profile	γ_s	- intensity of surface vorticity on a profile
L_1	- open arc of surface vorticity on a profile	γ_f	- intensity of free surface vorticity
L_f	- open arc of free surface vorticity	Γ	- velocity circulation around a profile
n	- normal to profile	Γ_0	- intensity of a vortex in its value of a profile
N	- number of abscissa and control points, degree of Jacobi polynomial	δ	- angle
p	- pressure	δ'	- difference, relative error
$P_N(x)$	- Jacobi polynomial of the first kind of the N degree	∇	- gradient
r	- radius	φ	- velocity potential
U	- velocity of fluid	x_0	- distance of the first discrete vortex at a free vortex surface
u_n	- normal component of velocity on a profile surface	μ	- coefficient
		ν	- coefficient