

P O L S K A A K A D E M I A N A U K

I N S T Y T U T M A S Z Y N P R Z E P Ł Y W O W Y C H

PRACE
INSTYTUTU MASZYN
PRZEPLYWOWYCH

TRANSACTIONS

OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

93

W A R S Z A W A - P O Z N A Ń 1992

W Y D A W N I C T W O N A U K O W E P W N

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machinery

RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD

TADEUSZ GERLACH · HENRYK JARZYNA · JERZY KRZYŻANOWSKI
STEFAN PERYCZ · WŁODZIMIERZ PROSNAK
KAZIMIERZ STELLER · ROBERT SZEWAŁSKI (PRZEWODNICZĄCY · CHAIRMAN)
JÓZEF ŚMIGIELSKI

KOMITET REDAKCYJNY – EXECUTIVE EDITORS

KAZIMIERZ STELLER – REDAKTOR – EDITOR
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ · ZENON ZAKRZEWSKI
ANDRZEJ ŻABICKI

REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE

Instytut Maszyn Przepływowych PAN
ul. Gen. Józefa Fiszersa 14, 80-952 Gdańsk, skr. pocztowa 621, tel. 41-12-71

Copyright
by Wydawnictwo Naukowe PWN Sp. z o.o.
Warszawa 1992

Printed in Poland

ISBN 83-01-10515-1
ISSN 0079-3205

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN – ODDZIAŁ W POZNANIU

Nakład 300+80 egz.	Oddano do składania 14 I 1991 r.
Ark. wyd. 17,5. Ark. druk. 15,625	Podpisano do druku 6 V 1992 r.
Pap. offset. kl. III, 70 g 70×100 cm.	Druk ukończono w lipcu 1992 r.
Nr zam. 158/187	

DRUKARNIA UNIwersytetu IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

BRUNON GROCHAL

Gdańsk

Graniczne rozkłady temperatury w napromieniowanej półprzezroczystej porowatej warstwie*

W pracy podano graniczne profile temperatury $T(x)$ w napromieniowanej, półprzezroczystej, porowatej warstwie (złożu), chłodzonej przepływającym przez nią czynnikiem:

- 1) dla przekroju warstwy $y=0$ (wlot czynnika), gdy temperatura czynnika jest stała;
- 2) dla przekroju warstwy $y=\infty$, gdy różnica temperatur materiału złoża i czynnika jest równa zeru.

Rozwiązanie otrzymane dla $y=0$ może być punktem wyjściowym do obliczeń profilów temperatury w warstwie wzdłuż drogi przepływu czynnika chłodzącego ($y>0$).

Wykaz oznaczeń

a_0 – absorpcyjność pokrycia,	w – prędkość,
A – stała,	x, y – współrzędna,
d – średnica (zastępcza) elementu warstwy (złoża),	ε – emisyjność,
h – współczynnik przejmowania ciepła,	λ – współczynnik przewodzenia ciepła (efektywny),
I – gęstość strumienia energii promieniowania,	σ – stała promieniowania (ciała doskonale czarnego),
k – współczynnik pochłaniania promieniowania materiału elementów warstwy (złoża),	
L – grubość warstwy (złoża),	Indeksy dotyczą:
q – gęstość strumienia energii cieplnej,	A – otoczenia,
s – powierzchnia elementów warstwy (złoża) zawartych w jednostce objętości (m^2/m^3 warstwy),	L – absorbera, współrzędnej $x=L$,
T – temperatura,	0 – pokrycia, współrzędnej $x=0$,
	S – nieboskłonu,
	1 – czynnika chłodzącego (przy zmiennych),
	$1, 2, \dots$ – numeru kolejnego (przy stałych),
	$'$ – pochodnej.

1. Wyprowadzenie zależności opisujących przenoszenie energii

Rozważmy warstwę półprzezroczystego porowatego złoża, ograniczoną przezroczystym pokryciem od strony padającego promieniowania (krótkofalowego) i nieprzezroczystym absorberem od przeciwnej strony, przy czym absorber

* Praca wykonana w ramach Centralnego Programu Badań Podstawowych, kierunek 02.21-2.7.

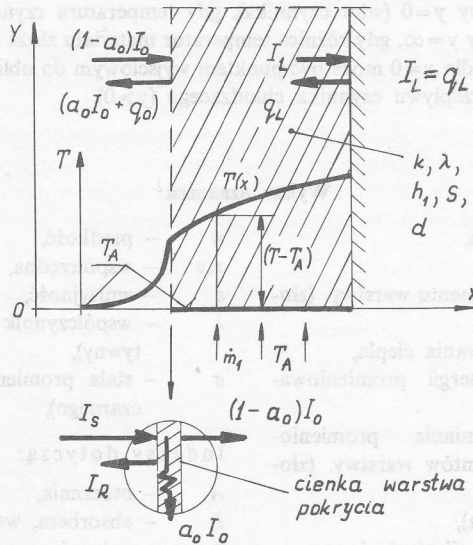
z zewnątrz jest izolowany cieplnie (rys. 1). Załóżmy, że pokrycie pochłania część a_0 padającego promieniowania I_0^* ; do warstwy „wchodzi” więc strumień energii o gęstości $(1-a_0)I_0$. Załóżmy dalej, że absorber pochłania całkowicie promieniowanie I_L docierające do niego przez warstwę złoża i oddaje pochłoniętą energię z powrotem warstwie złoża drogą promieniowania cieplnego (długofalowego) i przewodzenia ciepła. Wprowadzając zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła λ ujmujący promieniowanie ciepłe i przewodzenie zapiszmy gęstość strumienia energii przekazywanej od absorbera w kierunku pokrycia

$$q = \lambda \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

Bilans absorbera ($x=L$) dla stanu ustalonego

$$I_L = q_L \quad (2)$$

jest warunkiem brzegowym zadania.



Rys. 1. Schemat do opisu warunków na wlocie czynnika chłodzącego do opromieniowywanej, półprzezroczystej porowatej warstwy (złoża)

I_S – gęstość energii padającego promieniowania, I_R – gęstość strumienia energii odbitego promieniowania

W stanie ustalonym pokrycie pochłania część a_0 energii I_0 i otrzymuje od warstwy energię $q_0 = \lambda(dT/dx)_0$, przekazując otrzymaną energię otoczeniu przez promieniowanie i konwekcję.

* I_0 oznacza energię promieniowania padającego pomniejszoną o energię odbitą od pokrycia (energję „wchodzącą”).

Bilans pokrycia ($x=0$)

$$\varepsilon_0 \sigma (T_0^4 - T_s^4) + h_A (T_0 - T_A) = a_0 I_0 + \lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_0 \quad (3)$$

jest drugim warunkiem brzegowym zadania. Przyjmując, że energia padającego promieniowania, docierająca do przekroju x warstwy, maleje wykładniczo ze współczynnikiem osłabienia k , mamy

$$I = (1 - a_0) I_0 e^{-kx} \quad (4)$$

oraz z równania (2), dla $x=L$,

$$(1 - a_0) I_0 e^{-kL} = \lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_L \quad (5)$$

Osłabianie strumienia energii padającego promieniowania w warstwie następuje na skutek pochłaniania, głównie w materiale elementów złoża, oraz odbijania przez te elementy części promieniowania – zawracanej w rezultacie w kierunku pokrycia. Przyjmijmy do dalszych rozważań, że osłabienie to powodowane jest wyłącznie pochłanianiem, to znaczy, że k jest współczynnikiem pochłaniania energii promieniowania w warstwie, zastępczym dla danego złoża. Współczynnik ten może być różny dla złóż z tego samego materiału, lecz różniących się kształtem elementów bądź ich upakowaniem (strukturą).

Przyjęty najprostszy model przenoszenia energii w warstwie, oparty na zastępczych współczynnikach przewodzenia ciepła λ i pochłaniania promieniowania k , prowadzi do równania (por. [2])

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} - h_1 s (T - T_1) = -(1 - a_0) I_0 e^{-kx} \quad (6)$$

opisującego wraz z warunkami (2) i (5) chłodzenie warstwy złoża przepływającym przez nie czynnikiem.

Wprowadzając ustaloną temperaturę odniesienia T_B oraz zmienne bezwymiarowe

$$l = x/L, \quad t = \frac{\lambda (T - T_B)}{(1 - a_0) I_0 L^2 k} \quad (7a)$$

i stałe

$$C = kL, \quad m^2 = h_1 s L^2 / \lambda \quad (7b)$$

można zależności (6), (2) i (5) zapisać, odpowiednio, w postaci

$$t'' - m^2 t = -e^{-Cl}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \sigma \left(\left[T_B + \frac{(1 - a_0) I_0 L C t_0}{\lambda} \right]^4 - T_s^4 \right) + \frac{h_A L}{\lambda} (1 - a_0) I_0 C t_0 = \\ = a_0 I_0 + (1 - a_0) I_0 C t'_0, \quad (9) \end{aligned}$$

$$t'_1 = \frac{1}{C} e^{-c}. \quad (10)$$

Rozwiązanie ogólne równania (8) ma postać (np. [1])

$$t = A_1 e^{ml} + A_2 e^{-ml} + \frac{e^{-Cl}}{m^2 - C^2} \quad (11)$$

dla $m \neq C$ oraz

$$t = \tilde{A}_1 e^{ml} + \tilde{A}_2 e^{-ml} + \frac{l}{2m} e^{-ml} \quad (11a)$$

dla $m = C$. Dalej rozważany będzie przypadek $m \neq C$.

2. Warunki ograniczające

Z zależności (11) wynika kolejno:

– dla $l=0$, $t=t_0$

$$t_0 = A_1 + A_2 + \frac{1}{m^2 - C^2}, \quad (12)$$

$$t'_0 = m(A_1 - A_2) - \frac{C}{m^2 - C^2}, \quad (13)$$

– dla $l=1$, $t=t_1$

$$t_1 = A_1 e^m + A_2 e^{-m} + \frac{e^{-C}}{m^2 - C^2}, \quad (14)$$

$$t'_1 = m(A_1 e^m - A_2 e^{-m}) - \frac{C}{m^2 - C^2} e^{-C}. \quad (15)$$

Z zależności (10) i (15) mamy

$$A_1 = A_2 e^{-2m} + \frac{m e^{-(m+C)}}{C(m^2 - C^2)}, \quad (16)$$

wobec czego można t_0 , t'_0 , t_1 i t'_1 wyrazić jako funkcje m , C i A_2 (lub A_1).

Wprowadźmy temperaturę otoczenia T_A jako temperaturę odniesienia, tzn. niech $T_B = T_A$, i ograniczmy rozważania do przypadków temperatury pokrycia nie mniejszej od temperatury otoczenia, tzn. $T_0 \geq T_A$, czyli

$$t_0 \geq 0. \quad (17)$$

Odpowiada to podgrzewaniu w złożu powietrza czerpanego z otoczenia. Dla granicznego przypadku określonego znakiem równości w (17), $t_0 = 0$, z układu równań (16) i (12) można wyznaczyć odpowiadającą temu przypadkowi graniczną wartość A_{2GR}

$$A_{2GR} = - \frac{m e^{-(m+C)}}{C(m^2 - C^2)(1 - e^{-2m})} \quad (18)$$

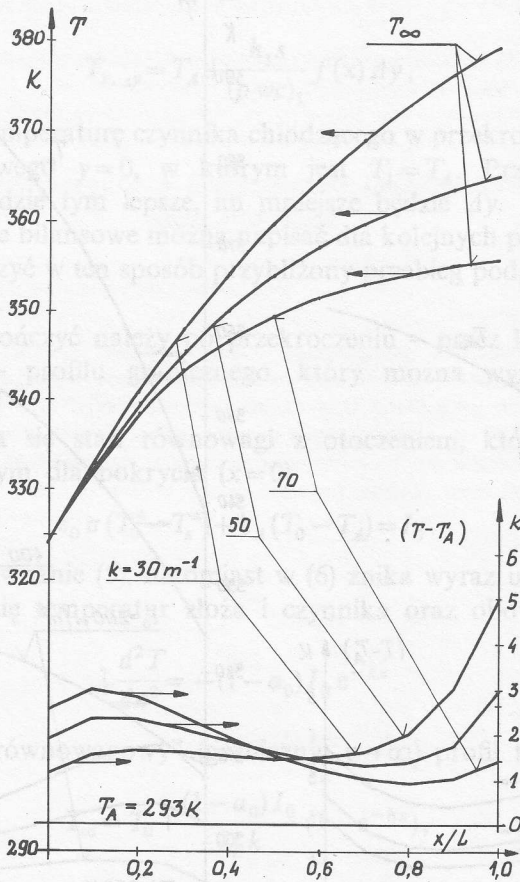
taką, że dla $t_0 > 0$ musi być $A_2 \geq A_{2GR}$. Dalej, podstawiając wyrażenia (16) i (18) do równania (13), można wyznaczyć odpowiadającą warunkowi $t_0 = 0$ wartość $t'_0 = \bar{t}'_0$

$$\bar{t}'_0 = \frac{2m^2 e^{-(C+m)} - (1 + e^{-2m})C^2 + mC(1 - e^{-2m})}{C(m^2 - C^2)(1 + e^{-2m})} \quad (19)$$

Z równania (9) dla $t_0 = 0$ i $t'_0 = \bar{t}'_0$ otrzymuje się zgodnie z (19) zależność

$$\bar{a}_0 + C \bar{t}'_0 (1 - \bar{a}_0) = \frac{\varepsilon_0 \sigma}{I_0} (T_A^4 - T_S^4), \quad (20)$$

gdzie przez \bar{a}_0 oznaczono wartość współczynnika absorpcji odpowiadającą temperaturze pokrycia równej temperaturze otoczenia, $T_0 = T_A$, dla danych parametrów zadania.



Rys. 2. Wpływ k na rozkład temperatury w warstwie ($y=0$): $h_1=5$ W/m²K, $I_0=400$ W/m², $a_0=0,05$

Związek (20) określa w uwikłanej postaci ograniczenia parametrów rozważonego zadania, wynikające z postulatu (17).

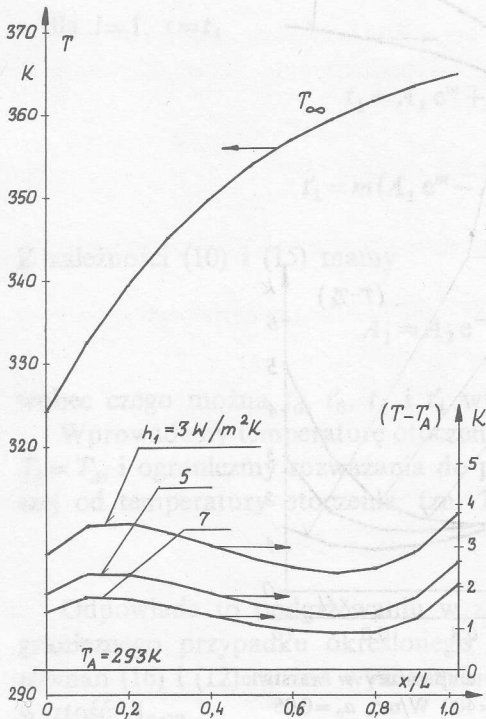
3. Obliczenia

Tok obliczeń wyznaczania profilu temperatury na wlocie do warstwy spełniającego postulat (17) jest następujący:

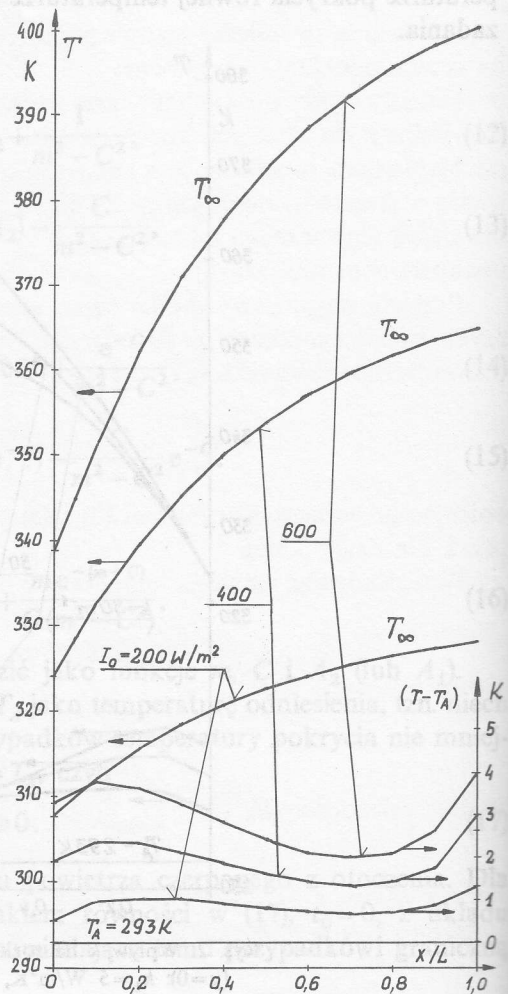
1. Dla zadanych wartości parametrów C i m wyznacza się z równania (19) wartość \bar{t}_0 , a następnie \bar{a}_0 z równania (20).

2. Dla wybranej wartości $a_0 \geq \bar{a}_0$ (przy tym naturalnie $a_0 > 0$), oblicza się z równania (9) wartość stałej A_2 . W tym celu należy w równaniu (9) wyrazić t_0 i t'_0 przez A_2 korzystając z zależności (12) i (13) z uwzględnieniem równania (16).

3. Dla wyznaczonej wartości A_2 , z równania (16) oblicza się A_1 , a następnie z zależności (11) poszukiwany rozkład bezwymiarowej temperatury.



Rys. 3. Wpływ h_1 na rozkład temperatury w warstwie ($y=0$): $k=50 \text{ m}^{-1}$, $I_0=400 \text{ W/m}^2$, $a_0=0,05$



Rys. 4. Wpływ I_0 na rozkład temperatury w warstwie ($y=0$): $k=50 \text{ m}^{-1}$, $h_1=5 \text{ W/m}^2\text{K}$, $a_0=0,05$

Przykładowe wyniki obliczeń pokazano na rysunkach 2, 3 i 4. Do obliczeń przyjęto wartości: $T_A=293$ K, $T_s=287$ K, $L=0,04$ m, $d=0,004$ m, $h_A=5$ W/m²K, $\lambda=0,16$ W/mK, $s=1,2 \pi/d$, $\varepsilon=1$.

4. Wyznaczanie profilów temperatury dla $y > 0$

Przedstawione rozwiązanie, to jest $(T - T_A) = f(x)$, może służyć do wyznaczenia profilów temperatury w kolejnych przekrojach $y = \text{const}$ w kierunku przepływu czynnika.

Równanie bilansowe dla przekroju warstwy oddalonego o Δy od wlotu $y=0$ ma postać

$$(\rho wc)_1 [T_{1,\Delta y}(x) - T_A] = h_1 s [(T - T_A)_{y=0}] \Delta y,$$

skąd

$$T_{1,\Delta y} = T_A + \frac{h_1 s}{(\rho wc)_1} f(x) \Delta y, \quad (21)$$

gdzie $T_{1,\Delta y}$ oznacza temperaturę czynnika chłodzącego w przekroju oddalonym o Δy od przekroju wlotowego $y=0$, w którym jest $T_1 = T_A$. Przybliżenie rozkładu temperatury $T_{1,\Delta y}$ będzie tym lepsze, im mniejsze będzie Δy .

Podobne równanie bilansowe można napisać dla kolejnych przekrojów $y = N\Delta y$, $N=2, 3, \dots$, i wyznaczyć w ten sposób przybliżony przebieg podgrzewania czynnika chłodzącego warstwę.

Obliczenia te zakończyć należy po przekroczeniu – przez kolejny przybliżony profil temperatury – profilu granicznego, który można wyznaczyć w sposób opisany niżej.

Dla $y \rightarrow \infty$ osiąga się stan równowagi z otoczeniem, który można wyrazić równaniem bilansowym dla pokrycia ($x=0$)

$$\varepsilon_0 \sigma (T_0^4 - T_s^4) + h_A (T_0 - T_A) = I_0. \quad (22)$$

Pozostaje w mocy równanie (5), natomiast w (6) znika wyraz ujmujący chłodzenie wobec wyrównania się temperatur złoża i czynnika oraz obowiązuje równanie

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = -(1 - a_0) I_0 e^{-kx}. \quad (23)$$

Rozwiązaniem jest „równowagowy” (graniczny, $y \rightarrow \infty$) profil temperatury

$$T_\infty = T_0 + \frac{(1 - a_0) I_0}{\lambda_E k} (1 - e^{-kx}), \quad (24)$$

gdzie T_0 wyznacza się z zależności (22).

Zakończenie obliczeń przybliżonych można uzależnić od przekroczenia temperatury wyznaczonej według równania (24) przez kolejny profil przybliżony temperatury w dowolnym punkcie x warstwy, na przykład na jednym z brzegów.

Literatura

- [1] H. Goering, *Elementarne metody rozwiązywania równań różniczkowych*. PWN, Warszawa 1971.
 [2] B. Grochal, J. Mikielwicz, *Model kolektora słonecznego z pochłanianiem energii w objętości*.
Zesz. Nauk. Pol. Śl., Energetyka, z. 90, nr 855, s. 21-24.

Limiting Temperature Distributions in an Irradiated Semitransparent Porous Layer

Summary

The paper gives limiting profiles of temperature $T(x)$ in an irradiated semitransparent porous layer (a bed), cooled by a coolant flowing through it:

- 1) for the layer section $y=0$ (inlet of the agent), when the temperature of the coolant is constant,
- 2) for the layer section $y \rightarrow \infty$, when the difference in temperature of the bed material and the coolant is equal to zero.

The solution obtained for $y=0$ can be the initial point for calculations of temperature profiles in the layer along the cooling medium flow path ($y>0$).

Предельные распределения температуры в облучаемом полупрозрачном пористом слое

Резюме

В работе представлены предельные температурные профили $T(x)$ в облучаемом полупрозрачном слое (засыпке), охлаждаемом протекающим через него агентом:

- 1) для сечения слоя $y=0$ (вход агента), когда температура агента постоянная,
- 2) для сечения слоя $y \rightarrow \infty$, когда разница температур материала засыпки и агента равна нулю.

Решение полученное для $y=0$ может быть исходным пунктом для расчётов температурных профилей в слое вдоль пути течения охлаждающего агента ($y>0$).