

P O L S K A      A K A D E M I A      N A U K

I N S T Y T U T   M A S Z Y N   P R Z E P Ł Y W O W Y C H

**TRANSACTIONS  
OF THE INSTITUTE OF  
FLUID-FLOW MACHINERY**

**PRACE**

**I N S T Y T U T U   M A S Z Y N   P R Z E P Ł Y W O W Y C H**

**97**



GDAŃSK 1993

PRACE INSTYTUTU MASZYN PRZEPLYWOWYCH

---

poświęcone są publikacjom naukowym z zakresu teorii i badań doświadczalnych w dziedzinie mechaniki i termodynamiki przepływów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki maszyn przepływowych

\*

THE TRANSACTIONS OF THE INSTITUTE OF FLUID-FLOW MACHINERY

---

exist for the publication of theoretical and experimental investigations of all aspects of the mechanics and thermodynamics of fluid-flow with special reference to fluid-flow machines

**RADA REDAKCYJNA – EDITORIAL BOARD**

TADEUSZ GERLACH \* HENRYK JARZYNA \* JERZY KRZYŻANOWSKI  
WOJCIECH PIETRASZKIEWICZ \* WŁODZIMIERZ J. PROSNAK  
JÓZEF ŚMIGIELSKI \* ZENON ZAKRZEWSKI

**KOMITET REDAKCYJNY – EDITORIAL COMMITTEE**

EUSTACHY S. BURKA (REDAKTOR NACZELNY – EDITOR-IN-CHIEF)  
JAROSŁAW MIKIELEWICZ  
EDWARD ŚLIWICKI (REDAKTOR – EXECUTIVE EDITOR) \* ANDRZEJ ŻABICKI

**REDAKCJA – EDITORIAL OFFICE**

Wydawnictwo Instytutu Maszyn Przepływowych  
Polskiej Akademii Nauk  
ul. Gen. Józefa Fiszera 14, 80-952 Gdańsk, skr. poczt. 621,  
tel. (0-58) 41-12-71 wew. 141, fax: (0-58) 41-61-44,  
e-mail: tjan@imppan.imp.pg.gda.pl

ISBN 83-01-94115-2  
ISSN 0079-3205

ANATOL JAWOREK<sup>1</sup>

## Modelowanie ruchu cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora kulistego w skrubowaniu elektrostatycznym

Skrubowanie jest metodą usuwania z gazu zanieczyszczeń stałych lub ciekłych wykorzystującą krople cieczy. Jednym ze sposobów zwiększenia sprawności osadzania pyłu jest naelektryzowanie cząstek pyłu i kropli skrubującej cieczy ładunkami przeciwnego znaku. Sprawność osadzania definiuje się jako stosunek liczby cząstek, których trajektorie kończą się na powierzchni kropli do ogólnej liczby cząstek zawartych w objętości *przemiecionej* przez kroplę. W celu obliczenia sprawności osadzania należy wyznaczyć trajektorie naelektryzowanych cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanej kropli cieczy skrubującej.

W pracy przedstawiono model teoretyczny pozwalający obliczyć trajektorie cząstek pyłu w otoczeniu pojedynczego, kulistego, naelektryzowanego kolektora. W odróżnieniu od innych modeli zakładających symetrię osiową i kolektor znajdujący się w spoczynku, równania przedstawione w pracy pozwalają na wyznaczenie trajektorii w trzech wymiarach względem swobodnie spadającego kolektora.

### 1. Wstęp

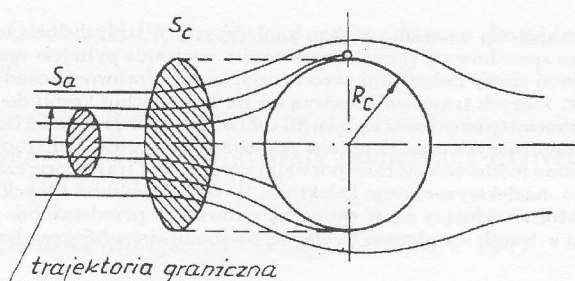
Jedną z mokrych metod oczyszczania gazów z zanieczyszczeń cząstkami pyłu jest skrubowanie [1,2], które polega na przepłukiwaniu przepływającego gazu przez strugę cieczy, najczęściej w postaci aerozolu. Aby proces ten przebiegał sprawnie wymagane jest użycie znacznej ilości cieczy skrubującej, np. od 0.5 do 5  $\text{dm}^3$  wody na  $\text{m}^3$  oczyszczanego gazu [3]. Sprawność osadzania cząstek pyłu na kropłach cieczy zwiększa się dla dużych prędkości względnych cząstek pyłu i kropli cieczy. Jednak sprawność osadzania inercyjnego dla pojedynczej kropli nie może nigdy przekroczyć wartości 1.

Poprawę sprawności oczyszczania gazów z zanieczyszczeń o wielkości cząstek w zakresie mikrometrowym i mniejszych, przy znacznym zmniejszeniu ilości skrubującej cieczy można uzyskać po naelektryzowaniu cząstek pyłu i kropli cieczy ładunkami przeciwnego znaku. W czasie mieszania strug, w wyniku oddziaływania przyciągającej siły Coulomba, cząstki zanieczyszczeń osiadają na powierzchni kropli, a po zwilżeniu przez ciecz dyfundują do jej objętości.

<sup>1</sup>Zakład Dynamiki Plazmy, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, ul. gen J. Fiszer 14, 80-952 Gdańsk

Wprowadzenie w procesie skrubowania oddziaływań elektrostatycznych powoduje, że dominujące znaczenie nad siłą bezwładności mają siły elektryczne i nie są wymagane duże nakłady energii na nadanie cząstkom pyłu lub kroplom skrubującej cieczy dużych prędkości. Sprawność osadzania dla pojedynczej kropli w skrubarach elektrostatycznych może być wielokrotnie większa od 1.

Metoda skrubowania za pomocą naelektryzowanego aerozolu została opatentowana przez Penney'a w 1944 roku [4]. Od tego czasu powstało wiele prac, w których modelowano trajektorie cząstek pyłu wokół naelektryzowanego kolektora kulistego i obliczano teoretycznie możliwe sprawności osadzania. Pierwszą pracą teoretyczną modelującą proces osadzania cząstek pyłu na naelektryzowanych kroplach cieczy była praca Kraemera i Johnstona [5]. Autorzy wprowadzili pojęcie sprawności osadzania cząstek pyłu (collection efficiency), określonej jako stosunek powierzchni  $S$  przekroju poprzecznego cylindra zaczynającego się w nieskończoności, z którego wylapywane są cząstki pyłu poruszające się w kierunku kolektora do powierzchni  $S$  przekroju kolektora wzdłuż średnicy kuli (rys. 1).



Rys. 1. Definicja sprawności osadzania wg Kraemera i Jonstona

Definicja ta jest stosowana powszechnie do dzisiaj. Ponadto ustalili, że dla liczb Stokesa mniejszych od 0.1, sprawność osadzania równa jest poczwórnej wartości liczby Coulomba  $Kc$ :

$$\eta = 4Kc. \quad (1)$$

W modelu ruchu cząstek pyłu przyjęli, że cząstki pyłu nie posiadają masy i poruszają się pod wpływem sił lepkości i sił elektrycznych. Model był dwuwymiarowy.

Nielsen i Hill [6,7] wyznaczyli tory cząstek pyłu w pobliżu kolektora naelektryzowanego uwzględniając w równaniach ruchu siły przyciągania elektrostatycznego: Coulomba, obrazowe, wynikające z momentu dipolowego na skutek polaryzacji kolektora w zewnętrznym polu elektrycznym. Ponadto założyli, że kolektor jest nieruchomy. Na podstawie rozwiązań równań ruchu i danych eksperymentalnych wyznaczyli przybliżoną zależność na sprawność osadzania w zależności od liczby Coulomba  $Kc$  i Stokesa  $St$ :

$$\eta = \left[ 2(-Kc)^{1/2} - 0.8St \right]^2, \quad (2)$$

sluszną dla małych liczb Stokesa  $<10$  i liczb Coulomba  $<10$ .

Wykaz innych prac z dziedziny modelowania trajektorii cząstek pyłu w skrubkach elektrostatycznych oraz charakterystykę modeli przedstawiono w tabeli 1 [8-13].

Tabela 1

Modelowanie trajektorii cząstek pyłu w skrubowaniu elektrostatycznym

Autorzy	Wymiary	Kolektor	Siły działające na cząstki pyłu	Model przepływu
Kraemer, Johnstone 1955	2	nieruchomy	lepkości, Coulomba, obrazowe	potencjalny, lepki
Nielsen, Hill 1976	2	nieruchomy	lepkości, bezwładności, Coulomba, obrazowe, polaryzacji, grawitacyjne	potencjalny, lepki
Beizaie, Tien 1980	3	nieruchomy	lepkości, bezwładności, Coulomba, grawitacyjna	potencjalny, lepki
Wang, Stukel, Leong 1985	2	opadający swobodnie + unoszony	lepkości, bezwładności, Coulomba	potencjalny, lepki
Dau 1987	2	nieruchomy	lepkości, bezwładności, Coulomba	Naviera-Stokesa (punkty dyskr. + aproks. lin.)
Schmidt, Loeffler 1992	3	nieruchomy	lepkości, bezwładności, Coulomba	Naviera-Stokesa
Jaworek 1994	3	opadający swobodnie + unoszony	lepkości, bezwładności, Coulomba	potencjalny, lepki

W opracowaniu przedstawiono model teoretyczny umożliwiający obliczenie trajektorii naelektryzowanych cząstek pyłu w pobliżu swobodnie opadającego naelektryzowanego kolektora kulistego. Znajomość trajektorii cząstek jest niezbędna do wyznaczenia sprawności osadzania cząstek pyłu na kolektorze. W równaniach uwzględniono siły bezwładności, siły lepkości oraz siły elektrostatyczne. Przedstawiony w pracy model teoretyczny odnosi się do pojedynczej kropli skrubującej swobodnie spadającej poprzez gaz unoszący naelektryzowany pył. W obliczeniach uwzględniono zmianę względnej prędkości swobodnie spadającej kropli i przepływającego pyłu. Przyjęty model bliższy jest sytuacji rzeczywistej, w porównaniu z wcześniejszymi modelami sprowadzającymi problem do dwóch wymiarów lub zakładającymi, że kolektor znajduje się w spoczynku.

## 2. Równanie trajektorii cząstki pyłu przy naelektryzowanym kolektorze

Analiza teoretyczna procesu skrubowania za pomocą naelektryzowanego aerozolu jest problemem złożonym ponieważ:

1. Skrubowane cząstki pyłu nie mają jednej określonej wielkości lecz charakteryzują się rozkładami statystycznymi, na ogół o nieznannej postaci analitycznej.
2. Skrubujące krople cieczy na ogół również nie są jednakowe, a ich wielkość może być kontrolowana tylko w warunkach eksperymentalnych.
3. Względne prędkości kropli cieczy i pyłu zmieniają się w czasie skrubowania.
4. Ładunek kolektora zmniejsza się wskutek osadzania cząstek pyłu naelektryzowanego ładunkiem o przeciwnym znaku.
5. Krople cieczy odparowują, a powstała para kondensuje na cząstkach pyłu, zmieniając ich wielkość.

Tworzone modele opierają się zwykle na wielu założeniach upraszczających. Trajektorie cząstek i obliczenia sprawności osadzania wyznaczone są na ogół dla pojedynczej kropli cieczy spoczywającej lub poruszającej się w środowisku pyłu monodispersyjnego.

Prezentowany model jest modelem trójwymiarowym dla kropli swobodnie spadającej i jednocześnie unoszonej przez przepływający gaz. Równania ruchu cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora kulistego wyznaczono uwzględniając siłę bezwładności cząstki i siły elektrostatyczne powodujące osadzanie cząstki na kropli oraz siłę lepkości, powodującą opływ kolektora przez cząstki. Pominięto natomiast siły grawitacyjne oddziałujące na cząstki pyłu, magnetyczne oraz wynikające z termo- i dyfuzjoforezy. Pominięto także polaryzujący wpływ zewnętrznego pola elektrycznego. Ponadto założono, że ruch cząstki pyłu nie zaburza pola przepływu wokół kolektora, a krople cieczy nie deformują się, zachowując kształt kulisty.

W odróżnieniu od modeli dotychczas prezentowanych w literaturze w obecnej pracy uwzględniono zmianę względnej prędkości cząstek pyłu i kolektora na skutek swobodnego spadku kropli cieczy i jej unoszenia przez przepływający gaz.

Ruch cząstek pyłu w ośrodku lepkiem w pobliżu naelektryzowanego kolektora o ładunku  $Q_c$  opisany jest równaniem wektorowym:

$$m_p \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{F}_s + \vec{F}_e, \quad (3)$$

w którym

- $m_p$  – masa czastki pyłu,
- $w$  – prędkość czastki,
- $F_s$  – siła Stokesa,
- $F_e$  – siła elektrostatyczna działającą między czastką pyłu i kolektorem.

Siła elektrostatyczna działająca między czastką pyłu a naelektryzowaną kroplą cieczy wynosi [5]:

$$F_e = \frac{R_p^3 Q_c^2}{2\pi\epsilon_0 r^5} \left( \frac{\epsilon_p - 1}{\epsilon_p + 2} \right) + \frac{Q_c Q_p}{4\pi\epsilon_0 r^2} + Q_p^2 \left( \frac{R_c}{4\pi\epsilon_0 r^3} - \frac{R_c r}{\pi\epsilon_0 (2r^2 - R_c^2)^2} \right) - \frac{Q_p^2 R_c^3 N_p}{3\epsilon_0 r^2}, \quad (4)$$

przy czym

- $R_p, R_c$  – promienie czastki pyłu i kolektora (kropli),
- $Q_p, Q_c$  – ładunek czastki pyłu i kolektora,
- $r$  – odległość między środkami czastki pyłu i kolektora,
- $N$  – koncentracja cząstek pyłu,
- $\epsilon$  – względna przenikalność elektryczna cząstek pyłu.

Pierwszy składnik w wyrażeniu (4) jest siłą przyciągania punktowego ładunku kolektora i jego obrazu zaindukowanego na cząstce pyłu. Drugi składnik jest siłą Coulomba przyciągania dwóch ładunków punktowych. Trzeci składnik jest siłą przyciągania punktowego ładunku pyłu i jego obrazu zaindukowanego na kolektorze. Składnik ostatni pochodzi od ładunku przestrzennego pyłu otaczającego kolektor i jest siłą działającą na czastkę pyłu w kierunku kolektora. Zależność ta została wyprowadzona przez Kraemera i Johnstona [5] przy założeniu małej koncentracji cząstek pyłu ( $N_p R_p^3 \ll 1$ ) i koncentracji cząstek kolektora dużo mniejszej od koncentracji cząstek pyłu. Siła elektrostatyczna jest siłą centralną, tzn. wektor siły jest skierowany zawsze do środka kolektora.

Siła Stokesa wyraża się zależnością [14]:

$$\vec{F}_s = 6\pi\eta_g R_p (\vec{u} - \vec{w}) / C_c, \quad (5)$$

przy czym  $C_c$  jest współczynnikiem korekcyjnym Cunninghama wprowadzanym gdy promień cząstek jest porównywalny lub mniejszy od średniej drogi swobodnej molekuł gazu  $\lambda$ . Wyraża się on zależnością [15-17]:

$$C_c = 1 + AKn,$$

$Kn$  jest liczbą Knudsen

$$Kn = \lambda / R_p. \quad (7)$$

Dla warunków normalnych  $\lambda \cong 50nm$ . Dla cząstek kulistych o gładkiej powierzchni lub kropli cieczy, gdy  $Kn > 20$  współczynnik  $A = 1.647$ , natomiast dla  $Kn < 0.2$ ,  $A = 1.207$ . W obszarze przejściowym:

$$A = \alpha + \beta \exp(-\gamma / Kn), \quad (8)$$

z wartościami parametrów zalecanych przez Radera [18]:  $\alpha = 1.207$ ,  $\beta = 0.44$ ,  $\gamma = 0.78$ .

Równanie (3) można zapisać w postaci bezwymiarowej wprowadzając bezwymiarowy czas:

$$\bar{t} = tu_0/R_c \quad (9)$$

i bezwymiarowy promień:

$$\bar{r} = r/R_c \quad (10)$$

oraz normalizując współrzędne położenia cząstki pyłu względem promienia kolektora  $R_c$ , składowe lokalnej prędkości gazu  $\vec{u}$ , prędkości cząstek pyłu  $\vec{w}$  i prędkości kolektora  $\vec{v}$  względem prędkości gazu w obszarze swobodnym  $u_0$ .

Ponadto wprowadza się:

- bezwymiarową siłę przyciągania kulombowskiego między ładunkiem kolektora i ładunkiem cząstki (liczbę Coulomba, zdefiniowaną jako stosunek siły przyciągania ładunków punktowych do siły Stokesa):

$$K_c = \frac{-C_c Q_p Q_c}{24\pi^2 \eta_g u_0 \varepsilon_0 R_c^2 R_p}, \quad (11)$$

- bezwymiarową siłę przyciągania między ładunkiem kolektora a jego obrazem na cząstce:

$$K_I = \frac{C_c R_p^2 Q_c^2}{9\pi^2 \eta_g u_0 \varepsilon_0 R_c^5} \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p + 2}, \quad (12)$$

- bezwymiarową siłę przyciągania między ładunkiem cząstki i jej obrazem na kolektorze:

$$K_M = \frac{C_c Q_p^2}{24\pi^2 \eta_g u_0 \varepsilon_0 R_c^2 R_p} \frac{\varepsilon_c - 1}{\varepsilon_c + 2}, \quad (13)$$

- bezwymiarową siłę pochodzącą od ładunku przestrzennego chmury cząstek działającą na pojedynczą cząstkę w pobliżu kolektora:

$$K_S = \frac{C_c N_p Q_p^2 R_c}{18\pi \eta_g u_0 \varepsilon_0 R_p}, \quad (14)$$

- bezwymiarową liczbę Stokesa:

$$St = \frac{2C_c R_p^2 \rho_p u_0}{9\eta_g R_c}. \quad (15)$$

Zmienne bezwymiarowe (11) ÷ (14) znormalizowane zostały względem siły Stokesa. W skrubkach elektrostatycznych dominujące znaczenie ma przyciąganie kulombowskie. Na przykład dla typowych parametrów skrubowania  $R_p =$



$1\mu\text{m}$ ,  $R_c = 0.5\text{mm}$ ,  $Q_c = 1\text{fC}$ ,  $Q_p = 100\text{pC}$  i  $u_0 = 1\text{m/s}$  wartości poszczególnych liczb bezwymiarowych określających składniki siły elektrycznej wynoszą:  $Ke \cong 10$ ,  $K_I \cong 0.02$ ,  $K_M \cong 10^{-4}$ . Dlatego w dalszych rozważaniach składniki siły elektrostatycznej (4)  $K_I$  i  $K_M$  zostaną pominięte.

W zmiennych bezwymiarowych równanie ruchu cząstki pyłu (3) można rozpiąć na składowe:

$$\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = \frac{1}{St} \left( \bar{u}_x - \frac{d\bar{x}}{dt} \right) + \frac{Kc \cos(\psi)\cos(\phi)}{St \bar{r}^2}, \quad (16)$$

$$\frac{d^2\bar{y}}{dt^2} = \frac{1}{St} \left( \bar{u}_y - \frac{d\bar{y}}{dt} \right) + \frac{Kc \sin(\psi)\cos(\phi)}{St \bar{r}^2}, \quad (17)$$

$$\frac{d^2\bar{z}}{dt^2} = \frac{1}{St} \left( \bar{u}_z - \frac{d\bar{z}}{dt} \right) + \frac{Kc \sin(\phi)}{St \bar{r}^2}, \quad (18)$$

przy czym:

$$\psi = \arctg(\bar{y}/\bar{x}), \quad (19)$$

$$\phi = \arcsin(\bar{z}/\bar{r}), \quad (20)$$

$$\bar{r}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2. \quad (21)$$

Wielkość  $r$  jest odległością cząstki pyłu od środka kolektora. W równaniach (16) ÷ (18) przyjmuje się zależność liczby Stokesa  $St$  i Coulomba  $Kc$  od czasu, poprzez zastąpienie prędkości  $u_0$  w wyrażeniach (11) i (15) chwilową wartością prędkości względnej kolektora i gazu.

Pole prędkości wokół kuli poruszającej się względem przepływającego gazu można opisać we współrzędnych biegunowych  $r, \theta$  przybliżonym układem równań, który używany był przez Kraemera i Johnstona [5]:

$$\bar{u}_r = \frac{d\bar{r}}{dt} = \left( 1 - \frac{3}{2\bar{r}} + \frac{1}{2\bar{r}^3} \right) \cos\theta, \quad (22)$$

$$\bar{u}_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = - \left( 1 - \frac{3}{4\bar{r}} - \frac{1}{4\bar{r}^3} \right) \sin\theta. \quad (23)$$

Równania (22) i (23) dają dobre przybliżenie pola prędkości dla  $Re < 8$  [5]. Pole prędkości dane równaniami (22) i (23) jest słuszne w układzie współrzędnych, w którym oś  $x$  pokrywa się z kierunkiem względnego ruchu gazu i kolektora. Dlatego do celów obliczeniowych wykonano obrót układu współrzędnych wokół osi  $z$  o kąt  $\delta$  (rys. 2) stosując przekształcenie:

$$\bar{x}' = \bar{r} \cos(\psi - \delta) \cos\phi, \quad (24)$$

$$\bar{y}' = \bar{r} \sin(\psi - \delta) \cos\phi, \quad (25)$$

$$\bar{z}' = \bar{r} \sin\phi, \quad (26)$$

$$\delta = \arctg(\bar{v}_y/(\bar{v}_x - 1)), \quad (27)$$

$v_x$  i  $v_y$  są składowymi prędkości ruchu kolektora.

Kąt  $\theta$  jest kątem zawartym między wektorem wodzącym  $r$  a osią  $x'$  obróconego układu współrzędnych:

$$\theta = \arccos(\bar{x}'/r). \quad (28)$$

Składowe prędkości gazu względem kropli (pole prędkości) w obróconym układzie współrzędnych dane są wyrażeniami:

$$\bar{u}'_x = (\bar{u}_r \cos\theta + \bar{u}_\theta \sin\theta), \quad (29)$$

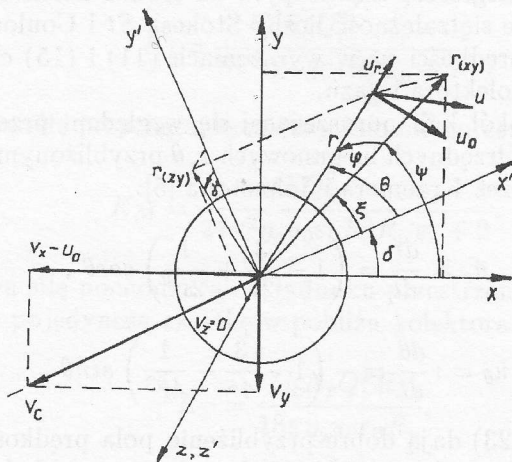
$$\bar{u}'_y = (\bar{u}_r \sin\theta - \bar{u}_\theta \cos\theta) \cos\gamma, \quad (30)$$

$$\bar{u}'_z = (\bar{u}_r \sin\theta - \bar{u}_\theta \cos\theta) \sin\gamma, \quad (31)$$

$$\gamma = \arctg(z'/\bar{y}'), \quad (32)$$

przy czym moduł prędkości kolektora:

$$\bar{v}_c = ((1 + \bar{v}_x)^2 + \bar{v}_y^2)^{1/2}, \quad (33)$$



Rys. 2. Kolektor kulisty i układ współrzędnych

Przyjmując kąt:

$$\xi = \arctg(\bar{u}'_y/\bar{u}'_x) \quad (34)$$

wyznacza się składowe pola prędkości w układzie współrzędnych  $x, y, z$  występujące w równaniach (16) ÷ (18):

$$\bar{u}_x = \bar{u}'_x \cos(\xi + \delta) / \cos\xi, \quad (35)$$

$$\bar{u}_y = \bar{u}'_y \sin(\xi + \delta) / \sin \xi, \quad (36)$$

$$\bar{u}_z = \bar{u}'_z. \quad (37)$$

Przedstawiony zostanie również sposób wyznaczania składowych prędkości kolektora. Dla uproszczenia rozważań zakłada się niezależność obu składowych ruchu: pionową (w kierunku osi  $y$ ) i poziomą (w kierunku osi  $x$ ). Obie składowe prędkości zależne są od liczby Reynoldsa.

Swobodny spadek kolektora pod wpływem siły grawitacji z uwzględnieniem siły oporu gazu opisany jest równaniem różniczkowym:

$$\frac{d\bar{v}_y}{dt} + \bar{a}_s = \bar{g}, \quad (38)$$

$\bar{a}_s$  jest współczynnikiem hamowania zależnym od prędkości i uwzględniającym siły oporu hydrodynamicznego. Dla liczb Reynoldsa  $Re < 2$ ,  $a_s$  wynika z prawa Stokesa:

$$\bar{a}_s = \kappa \bar{v}_y, \quad (39)$$

przy czym:

$$\kappa = \frac{9\eta_g}{2\rho_c Re u_0}, \quad (40)$$

$\rho_c$  – gęstość kolektora, a  $\bar{g}$  – znormalizowane przyspieszenie ziemskie:

$$\bar{g} = g \frac{R_c}{u_0^2}, \quad (41)$$

Liczba  $\bar{g}$  jest odwrotnością liczby Froude'a –  $Fr$  dla kolektora.

Dla liczb Reynoldsa  $2 < Re < 10^4$  przyjmuje się wyrażenie aproksymujące dane doświadczalne [19]

$$\bar{a}_s = A\bar{v}_y^2 + B\bar{v}_y. \quad (42)$$

Dla  $Re = 2$ , przy wartościach  $A$  i  $B$  przyjmowanych w literaturze oba współczynniki różnią się o ok. 60%. Dlatego w obliczeniach przyjęto obszar przejściowy obejmujący liczby Reynoldsa od 2 do 10, w którym dobrano takie wartości  $A$  i  $B$  by zapewnić równość współczynników  $a_s$  na obu krańcach przedziału:

$$A = 0.948\pi\rho_g/\rho_c, \quad B = 0.789\pi\kappa. \quad (43)$$

Dla liczb Reynoldsa z przedziału  $10 < Re < 10^4$ :

$$A = 0.048\pi\rho_g/\rho_c, \quad B = 0.533\pi\kappa. \quad (44)$$

Rozwiązanie równania ruchu swobodnie spadającej kropli dla  $Re < 2$  w zmiennych bezwymiarowych ma postać:

$$\bar{v}_y = \bar{v}_{y0} + \frac{\bar{g}}{\kappa} \{1 - \exp[-\kappa(\bar{t} - \bar{t}_0)]\}. \quad (45)$$

Dla  $Re > 2$  przyjmuje się zależność [19]:

$$\bar{v}_y = \bar{v}_{y0} + \frac{2\bar{g}(B + \nu) \{1 - \exp[-\nu(\bar{t} - \bar{t}_0)]\}}{(B + \nu)^2 + 4A\bar{g}\exp[-\nu(\bar{t} - \bar{t}_0)]}, \quad (46)$$

przy czym:

$$\nu = (B^2 + 4A\bar{g})^{1/2}, \quad (47)$$

$v_{y0}$  jest prędkością początkową kropli.

Kropla wpadająca do kanału transportującego gaz z prędkością  $u_0$  jest unoszona przez gaz. Względna prędkość między kroplą a gazem

$$\bar{v}'_x = 1 - \bar{v}_x, \quad (48)$$

zmniejsza się zgodnie z równaniem różniczkowym:

$$\frac{d\bar{v}'_x}{dt} = \bar{a}_s, \quad (49)$$

którego rozwiązanie dla  $Re < 2$  ma postać:

$$\bar{v}'_x = \exp[-\kappa(\bar{t} - \bar{t}_0)]. \quad (50)$$

Dla  $Re > 2$  przyjmuje się zależność [19]:

$$\bar{v}'_x = \frac{B \exp[-B(\bar{t} - \bar{t}_0)]}{B + A \{1 - \exp[-B(\bar{t} - \bar{t}_0)]\}}, \quad (51)$$

przy czym założono, że prędkość początkowa kropli względem gazu wynosi  $\bar{v}'_x = u_0$ .

### 3. Obliczenia

Układ równań (16) ÷ (18) rozwiązano numerycznie stosując metodę Rungego-Kutta czwartego rzędu, przyjmując warunki początkowe dla  $t = 0$ :  $x = x_0$ ,  $y = y_0$ ,  $z = z_0$ ,  $w_x = u_0$ ,  $w_y = 0$ ,  $w_z = 0$ , przy czym  $(x, y, z)$  jest punktem początkowym trajektorii. W obliczeniach wykorzystano procedurę obliczeniową napisaną w języku Turbo PASCAL, zamieszczoną w [20]. W wyniku obliczeń otrzymuje się trajektorie cząstek pyłu w układzie współrzędnych umieszczonym w środku kulistego kolektora.

W skrubierach elektrostatycznych krople cieczy mogą mieć promień od ok. 100  $\mu m$  do 1  $mm$ . Mniejsze krople szybko odparowują, i chociaż są korzystniejsze, ze względu na wolniejsze opadanie, to jednak są rzadko stosowane. Założono, że wielkości usuwanych cząstek pyłu zawierają się w granicach od 0.01  $\mu m$  do 10  $\mu m$ . Cząstki o większych rozmiarach można usuwać bardziej efektywnie za pomocą innych metod.

Prędkości gazu w skruberach elektrostatycznych mieszczą się w granicach 0.2 m/s do 10 m/s, przy czym dla mniejszych prędkości gazu  $u_0$  uzyskuje się większe sprawności osadzania, dzięki dominującym oddziaływaniom elektrostatycznym.

Ładunek kolektora wynika z zastosowanej metody rozpylania i elektryzacji. Najlepsze rezultaty uzyskuje się stosując rozpylanie elektrodynamiczne [21,22], umożliwiające uzyskanie kropli o wymaganej wielkości. Krople cieczy mogą osiągać wartości ładunku rzędu limitu Rayleigha:

$$Q_R = 8\pi(\sigma\varepsilon_0 R_c^3)^{1/2}, \quad (52)$$

Ładunki cząstek pyłu mogą zmieniać się od zera do wartości bezwzględnych zależnych od wielkości cząstki i sposobu elektryzowania. Metoda opracowana przez Jaworka i Krupę [23,24] oraz niezależnie przez Hutchinsa i Holma [25] umożliwia naelektryzowanie cząstek pyłu do wartości granicznych określonych zależnością Pautheniera:

$$Q_p = 12\pi\varepsilon_0 R_p^2 E [\varepsilon_r / (\varepsilon_r + 2)]. \quad (53)$$

Dla cząstek przewodzących  $\varepsilon_r \rightarrow \infty$  i przy natężeniu pola w obszarze elektryzacji  $E = 10^5$  V/m uzyskuje się maksymalny ładunek ok. 3 fC na cząstkach o promieniu 10  $\mu$ m. Wyrażenie (53) jest słuszne tylko dla cząstek o promieniu  $> 1$   $\mu$ m. Dla mniejszych cząstek oprócz ładowania połowego opisanego zależnością (53), występuje także ładowanie dyfuzyjne związane z termicznym ruchem jonów, zwiększające wartość ładunku uzyskaną z (53). Ładowanie dyfuzyjne nie zostało jednak uwzględnione w obliczeniach wartości liczby Coulomba  $Kc$ . Jeśli w liczbie Coulomba uwzględnimy wartość ładunku kropli równą połowie limitu Rayleigha (52) i wyrażenie (53) dla cząstek przewodzących ( $\varepsilon_r \rightarrow \infty$ ) to otrzymamy wartość maksymalną tej liczby:

$$\max(Kc) = \frac{2C_c R_p E (\varepsilon_0 \sigma_c)^{1/2}}{\eta_g u_0 R_c^{1/2}}. \quad (54)$$

Przyjmując ponadto wartości  $\eta_g = 1.82 \cdot 10^{-5}$  N/m,  $\sigma_c = 0.0725$  Pa · s (woda destylowana w powietrzu), gęstość materiału cząstek pyłu  $\rho_p$  w zakresie  $10^3 \div 10^4$  kg/m<sup>3</sup>, oraz prędkość początkową kolektora  $v_{co} = 0$ , można oszacować zakres zmienności początkowych wartości liczb Stokesa ( $v_c = 0$ )  $2.2 \cdot 10^{-5} < St < 2.4$  i maksymalnych wartości liczb Coulomba  $0.88 < \max(Kc) < 44$  dla  $u_0 = 10$  m/s do  $u_0 = 0.2$  m/s, jakie mogą wystąpić w skruberach elektrostatycznych. W celu uzyskania maksymalnych wartości sprawności osadzania należy dążyć do minimalizacji liczby Stokesa i maksymalizacji wartości liczby Coulomba. Przykładowe graniczne wartości liczb Coulomba i Stokesa w zależności od promienia cząstek pyłu i kolektora podano w tabeli 2 i 3.

Tabela 2

Zakres maksymalnych wartości liczb Coulomba ( $u = 1 \text{ m/s}$ ,  $E = 100 \text{ kV/m}$ )

Promień cząstki [ $\mu\text{m}$ ]	Promień kolektora		
	0.1 mm	0.5 mm	1.0 mm
10	8.8	3.94	2.78
1	0.934	0.416	0.297
0.1	0.145	0.065	0.046
0.01	0.078	0.035	0.025

Tabela 3

Zakres minimalnych wartości liczb Stokesa ( $u = 1 \text{ m/s}$ ,  $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

Promień cząstki [ $\mu\text{m}$ ]	Promień kolektora		
	0.1 mm	0.5 mm	1.0 mm
10	12.2	2.44	1.22
1	0.129	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$1.29 \cdot 10^{-2}$
0.1	$2.011 \cdot 10^{-3}$	$4.031 \cdot 10^{-4}$	$2.011 \cdot 10^{-4}$
0.01	$1.081 \cdot 10^{-4}$	$2.171 \cdot 10^{-5}$	$1.081 \cdot 10^{-5}$

Liczby Stokesa i Coulomba zmieniają się w czasie ruchu kolektora z powodu zmiany prędkości kolektora względem gazu. Dlatego w obliczeniach posługiwano się chwilowymi wartościami liczb Stokesa i Coulomba zdefiniowanymi zależnościami:

$$Stx = Stv_c/u_0, \quad (55)$$

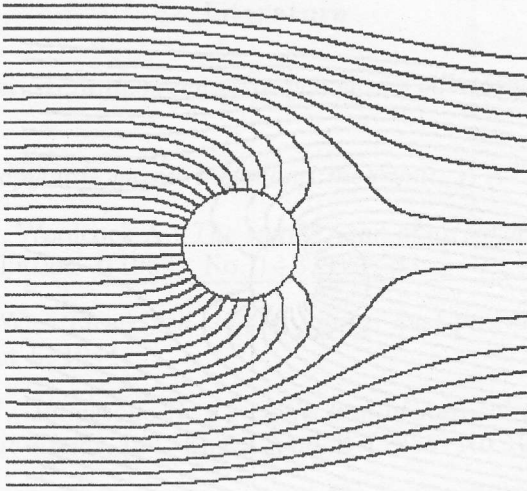
$$Kcx = Kcu_0/v_c. \quad (56)$$

Przykładowe trajektorie cząstek pyłu przedstawione zostały na rys. 3 ÷ 5 dla kolektora o promieniu  $R_c = 0.1 \text{ mm}$ , cząstek pyłu o promieniu  $R = 1 \mu\text{m}$  oraz wartości liczb Stokesa i Coulomba  $St = 0.13$ ,  $Kc = 2$ .

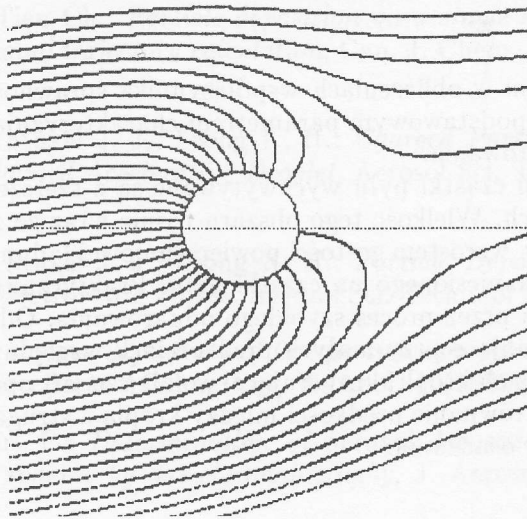
Na rys. 3 wykreślono trajektorie cząstek pyłu wokół naelektryzowanego kolektora znajdującego się w spoczynku ( $v_y = 0$ ). Kolektor na rys. 4 i 5 spada swobodnie z prędkością  $v_y > 0$  i jednocześnie jest unoszony przez gaz przepływający z prędkością  $1 \text{ m/s}$ .

#### 4. Zakończenie

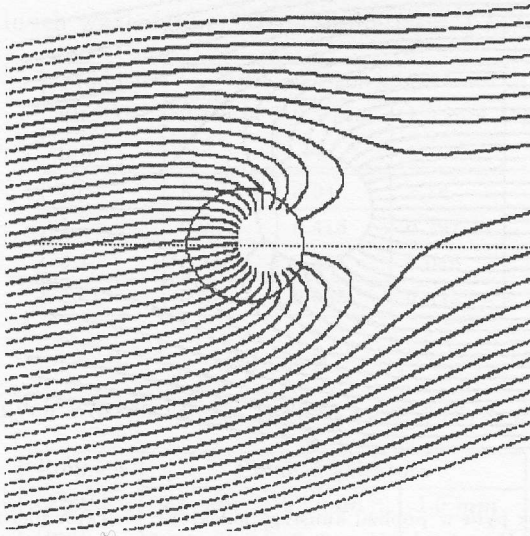
Przedstawiono model teoretyczny umożliwiający wyznaczanie trajektorii cząstek pyłu w pobliżu naelektryzowanego kolektora kulistego (kropli cieczy) swobodnie opadającego w polu grawitacyjnym. Znajomość trajektorii cząstek pyłu



Rys. 3. Trajektorie cząstek pyłu w pobliżu kulistego kolektora. Kolektor nieruchomy,  $v_x = v_y = 0$ , ( $R_c = 0.1 \text{ mm}$ ,  $R_p = 1 \mu\text{m}$ ,  $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ,  $K_c = 2$ ,  $St = 0.13$ ,  $z = 0$ ,  $x_0 = -2$ )



Rys. 4. Trajektorie cząstek pyłu w pobliżu kulistego kolektora. Kolektor opadający i unoszony przez gaz,  $z(t=0) = -200R_c$  i  $z(t=0) = 0$ , ( $R_c = 0.1 \text{ mm}$ ,  $R_p = 1 \mu\text{m}$ ,  $U_0 = 1 \text{ m/s}$ ,  $K_c = 2$ ,  $St = 0.13$ ,  $z = 0$ ,  $x_0 = -2$ )



Rys. 5. Trajektorie cząstek pyłu w pobliżu kulistego kolektora. Kolektor opadający i unoszony przez gaz,  $x(t=0) = -200R_c$  i  $z(t=0) = 2R_c$ , ( $R_c = 0.1\text{mm}$ ,  $R_p = 1.00\mu\text{m}$ ,  $U_0 = 1\text{m/s}$ ,  $K_c = 2$ ,  $St = 0.13$ ,  $z = 0$ ,  $x_0 = -2$ )

jest pierwszym etapem w obliczeniach współczynnika sprawności osadzania cząstek pyłu, który jest podstawowym parametrem charakteryzującym efektywność danej metody skrubowania.

Dzięki elektryzacji cząstki pyłu wychwytywane są z szerszego obszaru niż w skrubach inercyjnych. Wielkość tego obszaru rośnie wraz ze zmniejszeniem się wielkości kropli cieczy, wzrostem gęstości powierzchniowej ładunku na kropli skrubującej i ładunku naniesionego na cząstki pyłu. Praktyczna granica wielkości kropli determinowana przez proces szybkiego odparowania. Oddziaływania elektrostatyczne są dominujące przy małych prędkościach względnych kropli i gazu. Przy małych wielkościach kropli skrubującej wolniejsze jest opadanie kropli oraz szybciej następuje wyrównanie prędkości między kroplą a strugą gazu. Sprzyja to wzrostowi sprawności osadzania.



## Literatura

- [1] Warych J.: *Oczyszczanie przemysłowych gazów odlotowych*, WNT, Warszawa 1988
- [2] Warych J.: *Odpylanie gazów metodami mokrymi*, WNT, Warszawa 1979
- [3] Walton W. H., Woolcock A.: *The suppression of airborne dust by water spray*, Int. J. Air Pollution 3(1960), No. 1÷3, 129÷53
- [4] Penney G. W.: *Electrified liquid spray dust-precipitators*, US Patent 2,357,354, Sept 5, 1944
- [5] Kraemer H. F., Johnstone H. F.: *Collection of Aerosol Particles in Presence of Electrostatic Fields*, Ind. Eng. Chem. 47(1955) No 12, 2426÷34
- [6] Nielsen K. A., Hill J. C.: *Collection of Inertialess Particles on Spheres with Electrical Forces*, Ind. Eng. Chem. Fundam. 15(1976), No 3, 149÷57
- [7] Nielsen K. A., Hill J. C.: *Capture of Particles on Spheres by Inertial and Electrical Forces* Ind. Eng. Chem. Fundam. 15(1976), No 3, 157÷63
- [8] Beizaie M., Tien Ch.: *Particle deposition on a single spherical collector. A three-dimensional trajectory calculation*, Can. J. Chem. Eng. 58(1980), No 2, 12÷24
- [9] Wang H. C., Stukel J. J., Leong K. H.: *Charged Particle Collection by an Oppositely-Charged Accelerating Droplet*, Aerosol Sci. Techn. 5(1985), No 4, 409÷21
- [10] Wang H. C., Stukel J. J., Leong K. H.: *Particle Deposition on Spheres by Inertial and Electrostatic Forces*, Aerosol Sci. Techn. 5(1985), No 4, 391÷408
- [11] Dau G.: *Rear surface deposition of fine particles on spheres - eddy deposition or electrostatic effects ?* Chem. Eng. Technol. 10(1987), 330÷7
- [12] Dau G., Ebert F.: *Determination of aerosol deposition on the front and wake side of spheres by gas-chromatography*, J. Aerosol Sci. 18(1987), No. 2, 147÷57
- [13] Schmidt M., Löffler F.: *Calculation of Particle Deposition on Charged Droplets*, 2nd European Symp. on Separation of Particles from Gases, 24-26 March 1992, Nürnberg, Germany.
- [14] Bukowski J., Kijkowski P.: *Kurs mechaniki płynów*, PWN, Warszawa 1980.
- [15] Cunningham E.: *On the velocity of steady fall of spherical particles through fluid medium*, Proc. Royal Soc. 83A(1910), 357÷65

- [16] Epstein P. S.: *On the Resistance Experienced by Spheres in their Motion through Gases*, Phys. Rev. 23(1924) No.6, 710÷33
- [17] Fuchs N. A.: *Mechanika aerozolej*, Izd. AN SSSR, Moskva 1955
- [18] Rader D. J.: *Momentum Slip Correction Factor for Small Particles in Nine Common Gases*, J. Aerosol Sci. 21(1990) No.2, 161÷8
- [19] Orzechowski Z., Prywer J.: *Rozpylanie cieczy*, WNT, Warszawa 1991
- [20] Marciniak A., Gregulec D., Kaczmarek J.: *Basic Numerical Procedures in Turbo Pascal for your PC*, Nakom, Poznań 1991
- [21] Jaworek A., Krupa A.: *Morphological Studies of Electrodynamic Spraying of Water*, Prace IMP PAN 94(1992), 155÷72
- [22] Jaworek A., Krupa A.: *Badanie parametrów aerozolu wytwarzanego metodą elektrodynamiczną*, Zeszyty Naukowe IMP PAN 398/1346/93
- [23] Jaworek A., Krupa A.: *Airborne Particle Charging by Unipolar Ions in AC Electric Field*, J. Electrostatics 23(1989), 361÷70
- [24] Krupa A., Jaworek A.: *Układ do elektrycznego ładowania aerozolu lub proszku w strumieniu jonów unipolarnych i zmiennym polu elektrycznym*, "Nowoczesne Przemysłowe Technologie Elektrostatyczne", Białystok, 15-16 października 1993
- [25] Hutchins D. K., Holm J.: *Aerosol Charger Using Sinusoidally Driven ion Current from a Corona Discharge*, Aerosol Sci. Techn. 11(1989), 244÷53

## Modelling of Dust Particle Trajectories in the Vicinity of the Charged Spherical Collector During the Charged-Droplet-Scrubbing

### Summary

Scrubbing is a method for removal of dust or liquid pollutants from gases by means of liquid droplets. One of the methods to increase the collection efficiency is charging of the droplets and dust particles with charges of opposite signs. The collection efficiency of scrubbing is defined as the total number of particles whose trajectories terminate on the droplet surface referred to the total number of the particles contained in the volume swept out by the droplet. In order to calculate the collection efficiency the trajectories of the charged dust particles in the vicinity of the charged collector have to be determined.

The theoretical model presented in the paper enables us to determine the trajectories of the dust particles near a single charged spherical collector. Unlike the known models in which the axial symmetry of the problem is assumed and the collector is fixed in position, the equations presented in the paper enable us to determine the 3-dimensional trajectories in a reference system attached to the falling freely collector.